

KRISTÓF TAMÁS

A csőd-előrejelzés és a nem fizetési valószínűség számításának módszertani kérdéseiről

A Bázel–2 tőkeegyezmény magyarországi bevezetése új lendületet adott a sokváltozós csőd-előrejelzési módszerek alkalmazásnak és továbbfejlődésének. A cikk a nemzetközi szakirodalomban és pénzügyi gyakorlatban leggyakrabban alkalmazott négy csőd-előrejelzési módszer becslőképességét hasonlítja össze. Empirikus vizsgálattal alátámasztva igyekszik választ találni arra a kérdésre, vajon a kevésbé szigorú alkalmazási feltételeket támogató szimulációs eljárások megbízhatóbb csőd-előrejelzést, valamint a nem fizetési valószínűségek jobb becslését tesznek-e lehetővé, mint a hagyományos matematikai-statisztikai alapú eljárások. Az empirikus vizsgálat eredményei arra is rávilágítanak, hogy a főkomponens-elemzéssel nem feltétlenül növekszik az előrejelző képesség.*

Journal of Economic Literature (JEL) kód: C52, C53, C45, G33.

Az ügyfelek fizetőképességének előrejelzése és a nem fizetési valószínűség (*probability of default*) becslése a hitelintézetek tevékenységének hosszú ideje kulcsfontosságú problémája. A nemrégben életbe lépett Bázel–2 tőkeegyezmény (*Basel Committee on ...* [2006])¹ a sokváltozós statisztikai alapokon nyugvó csőd-előrejelzési módszerek előtérbe kerülését idézte elő a hitelkockázat-kezelés területén. 2008-tól már nem az a kérdés a pénzügyi szervezetek számára, hogy alkalmazzanak-e statisztikai előrejelzési módszert a nem fizetési valószínűség becslésére, hanem az, hogy melyik módszer(ek)e)t, és hogyan.

A Közgazdasági Szemle olvasói korábban két folyóiratcikkben is találkozhattak a Bázel–2 tőkeegyezmény különböző közgazdaságtudományi vetületeivel. A Bázel–2 tőkeegyezmény közgazdasági háttéréről és modellezéséről jó elemzést készített *Janecskó* [2004]. *Szabó-Morvai* [2003] a *Credimetrics* modellezési eljárás szerepét mutatta be a Bázel–2 belső minősítésen alapuló rendszerében. Ez a cikk a Bázel–2 tőkeegyezménynek csupán egyetlen kérdéskörével: az ügyfélminősítés szempontjából rendkívül lényeges nem fizetési valószínűségeknek a becslésével foglalkozik.

Úgy tűnik, mintha a bázeli követelmények bevezetésével a pénzügyi szervezetek számára egyértelműen definiált, megfelelően megalapozott módszertani háttér állna rendelkezésre a nem fizetési valószínűségek belső minősítési rendszeren alapuló előrejelzésére. Valójában a Bázel–2 nem írja elő a nem fizetési valószínűség kötelezően alkalmazandó becslési módszerét, ezáltal a pénzügyi szervezetek döntési felelőssége a megfelelő statisztikai előrejelzési módszer kiválasztása. Jelen tanulmány ehhez a döntéshez igyekszik empirikus vizsgálat-

* Témavezető: *Nováky Erzsébet*.

¹ A tőkeegyezmény teljes szövege elektronikusán hozzáférhető a www.bis.org, magyar nyelven a www.pszaf.hu honlapon.

tal alátámasztott eredményeket szolgáltatni. A különböző csőd-előrejelzési módszerek teljesítményének összehasonlításáról nemzetközi empirikus eredmények feldolgozása alapján összefoglalót ad Virág–Kristóf [2005] (153–155. o.).

Célunk a sokváltozós csődelőrejelzés és a nem fizetés valószínűségének becslésével kapcsolatos aktuális módszertani problémák értékelése, valamint a különböző módszerek teljesítményének összehasonlítása. A vizsgálat az éves beszámolók alapján történő vállalati csődelőrejelzésre készült négy csőd-előrejelzési módszerrel: 1. diszkriminanciaanalízis; 2. logisztikus regressziós elemzés; 3. rekurzív particionáló algoritmus; 4. neurális háló. A nem fizetési valószínűségekre vonatkozó becslés módszertani támogatásán túlmenően a következő kérdésekre keresünk válaszokat:

– Mely magyarázó változók bizonyulnak szignifikánsnak, illetve relevánsnak² a 2000-es évek közepén a magyarországi vállalatok várható fizetőképessége szempontjából?

– Igaz-e, hogy a főkomponens-elemzés javítja a csődmodellek előrejelző képességét?

– A szimulációs eljárások (rekurzív particionáló, neurális háló) előrejelző képessége meghaladja-e a hagyományos matematikai-statisztikai eljárásokat (diszkriminanciaanalízis, logisztikus regressziós elemzés)?

A minta összetétele és a magyarázó változók

A kidolgozott csődmodellek tetszőleges vállalaton történő alkalmazhatósága érdekében az adatgyűjtéssel kapcsolatban követelmény, hogy a modellezés alapjául szolgáló adatok nyilvánosan hozzáférhető éves beszámolókból származzanak. 504 vállalat 2004. évi mérlegeit és eredménykimutatásait gyűjtöttük össze informális adatszerzés keretében.

A minta fizetőképés és fizetéképtelen vállalatokra való megosztásához a fő szempontot a csődvalószínűségi értékek outputinformációként való előállíthatósága befolyásolja, hiszen ekkor lehet a kész modelleket többek között hitelkockázat kezelésre felhasználni. A mintában szereplő 504 vállalatból 437 fizetőképés és 67 fizetéképtelen. Az éves beszámolókat a társaságok a hatályos magyar számviteli törvény előírásainak megfelelően állították össze. A mintában 302 korlátolt felelősségű társaság és 202 részvénytársaság szerepel.

A fizetéképtelenséget a csődeljárás, felszámolási eljárás vagy végelszámolás megindítása jelentette. Mindegyik eljárás 2005 folyamán indult. A fizetéképtelen megfigyelések közül 1 csődeljárás, 29 végelszámolás és 37 felszámolási eljárás hatálya alá tartozott. A fizetéképtelenség jogi kategóriáját a későbbiekben nem különböztettük meg. A 2004. évi mérlegek és eredménykimutatások a fizetéképtelen társaságok esetén a fizetéképtelenség bejelentése előtti utolsó beszámolót jelentik, vagyis maximum 12 hónap lehet a különbség az éves beszámoló fordulónapja és a fizetéképtelenség deklarálása között.

Az összegyűjtött éves beszámolók feldolgozásával egyidejűleg megtörtént az 504 vállalat besorolása nemzetgazdasági ágakba, ágazatokba és szakágazatokba. A szakágazatok a négyjegyű TEÁOR-kód mélységet jelentik. A besorolás a cégjegyzékben hozzáférhető főtevékenység alapján készült. Néhány nagyobb és komplexebb társaság esetén több főtevékenység is szerepelt a cégek közlőnyben, itt a szakmai szempontokból tipikusabb főtevékenység alapján készült a besorolás.

Az adatgyűjtésből kizártuk a pénzügyi szférába tartozó társaságokat, azok sajátos éves beszámolója következtében. A mintában szereplő vállalatok az 1. táblázatban bemutatott 10 nemzetgazdasági ágon belül 41 ágazati, azon belül 164 szakágazati hovatartozással jellemezhetők. Legnagyobb arányban a feldolgozóipari vállalatok képviseltetik magukat

² Szimulációs eljárásoknál a szignifikancia fogalmának nincs értelme.

1. táblázat

A mintában szereplő megfigyelések megoszlása nemzetgazdasági ág és fizetőképesség szerint

| Nemzetgazdasági ág | Fizetéképtelen társaságok száma | Fizetőképes társaságok száma | Összesen |
|---|---------------------------------------|------------------------------------|----------|
| Mezőgazdaság, vadgazdálkodás, erdőgazdálkodás | 6 | 36 | 42 |
| Bányászat | 0 | 5 | 5 |
| Feldolgozóipar | 28 | 141 | 169 |
| Villamosenergia-, gáz-, gőz-, vízellátás | 0 | 38 | 38 |
| Építőipar | 10 | 39 | 49 |
| Kereskedelem, javítás | 15 | 77 | 92 |
| Szálláshely-szolgáltatás, vendéglátás | 1 | 8 | 9 |
| Szállítás, raktározás, posta, távközlés | 2 | 33 | 35 |
| Ingatlanügyletek, gazdasági szolgáltatás | 5 | 53 | 58 |
| Egyéb közösségi, személyi szolgáltatás | 0 | 7 | 7 |
| Összesen | 67 | 437 | 504 |

a mintában. Az adatgyűjtés követelményei között szerepelt a minimum 100 millió forint mérlegfőösszeg és nettó árbevétel.

A 164-féle szakágazatból származó 504 vállalat csődmodellezésekor különös gondossággal kellett eljárni, mivel ennyiféle tevékenységi körrel jellemezhető vállalat esetén önmagában nincs értelme a pénzügyi mutatók közvetlen összehasonlításának, ezáltal a hagyományos megközelítésű csődmodellek kidolgozásának. Ebből következően az egyedi pénzügyi mutatók helyett minden szakágazatra vonatkozóan a 2004. évi szakágazati átlagtól vett eltérést vettük modellváltozóként figyelembe.

A magyarázó változók a fizetőképességgel bizonyítottan összefüggésben lévő jövedelmezőségi, forgási sebességi, eladósodottsági, tőkeszerkezeti, likviditási, pénzáram- (*cash flow*), méret- és éves növekedési mutatókból kerültek ki (*Ohlson* [1980], *Virág* [1996], *Charitou-Neophytou-Charalambous* [2004]). Szakmai szempontok alapján 31 pénzügyi mutatót választottunk, amelyeket a 2. táblázat foglal össze. Az empirikus vizsgálatban azt is figyelembe vettük egy dummy változóval, hogy az adott társaság formája korlátolt felelősségű társaság vagy részvénytársaság-e. Csődelőrejelzéskor egyetlen eredményváltozó van: a dummy változóval jellemezhető fizetőképesség ténye.

Adat-előkészítés, elemzési szempontok

Az adatgyűjtés lezárását követte az adatok feldolgozása és azok modellezésre történő előkészítése. Ez sokszor nehezebb feladat, mint maga a modellezés, hiszen itt jelentkeznek a megfigyelésekkel és/vagy a változókkal kapcsolatban előzetesen nem várt problémák.

Két pénzügyi mutató számítása során jelentett akadályt a nevező nulla értéke. A mintában szereplő vállalatok közül 6-nak nulla volt a készletállománya, és 11-nek a vevőállománya, ezáltal a készletek forgási sebességét és a vevők forgási sebességét nem lehetett meghatározni. A probléma megoldása – a pénzügyi modellezés szempontjából releváns adatbányászati tapasztalatokat (*Han-Kamber* [2004]) figyelembe véve – úgy történt, hogy a hiányzó készlet forgási sebességeket a többi megfigyelés releváns mutatójából számított mediánnal, a hiányzó vevő forgási sebességeket pedig a többi megfigyelés releváns mutatójából számított 97,5 százalékos percentilisértékkel mint csonkolt maximummal helyettesítettük.

2. táblázat
Az empirikus vizsgálatban alkalmazott pénzügyi mutatók neve és számítás módja

| Mutató neve | Számítási eljárás | A mutatószám típusa |
|--|--|---------------------|
| Sajáttőke-arányos nyereség (ROE) | adózott eredmény/átlagos saját tőke | jövedelmezőségi |
| Eszközarányos nyereség (ROA) | adózott eredmény/átlagos mérlegfőösszeg | jövedelmezőségi |
| Árbevétele-arányos nyereség (ROS) | üzemi (üzleti) tevékenység eredménye/értékesítés nettó árbevétele | jövedelmezőségi |
| Árbevétele-arányos EBITDA* | [üzemi (üzleti) tevékenység eredménye + értékcsökkenési leírás]/értékesítés nettó árbevétele | jövedelmezőségi |
| EBITDA* jövedelmezőség | [üzemi (üzleti) tevékenység eredménye + értékcsökkenési leírás]/átlagos mérlegfőösszeg | jövedelmezőségi |
| Eszközarányos árbevétel | értékesítés nettó árbevétele/(átlagos mérlegfőösszeg/365) | forgási sebesség |
| Készletek forgási sebessége | értékesítés nettó árbevétele/(átlagos készletállomány/365) | forgási sebesség |
| Vevők forgási sebessége | értékesítés nettó árbevétele/(átlagos vevőállomány/365) | forgási sebesség |
| Saját vagyion aránya | saját tőke/mérlegfőösszeg | eladósodottsági |
| Hosszú távú eladósodottság | hosszú lejáratú kötelezettségek/(saját tőke + hosszú lejáratú kötelezettségek) | eladósodottsági |
| Befektetett eszközök saját finanszírozása | saját tőke/befektetett eszközök | eladósodottsági |
| Eladósodottság mértéke | kötelezettségek/mérlegfőösszeg | eladósodottsági |
| Idegen tőke/saját tőke arány | kötelezettségek/saját tőke | eladósodottsági |
| Befektetett eszközök idegen finanszírozása | hosszú lejáratú kötelezettségek/befektetett eszközök | tőkeszerkezeti |
| Tőkeellátottsági mutató | (befektetett eszközök + készletek)/saját tőke | tőkeszerkezeti |

2. táblázat folytatása

| Mutató neve | Számítási eljárás | A mutatószám típusa |
|---|---|---------------------|
| A forgóeszközök aránya | forgóeszközök/mérlegfőösszeg | tőkeszerkezeti |
| A pénzeszközök aránya | (pénzeszközök + értékpapírok)/forgóeszközök | tőkeszerkezeti |
| A nettó forgótőke aránya | (forgóeszközök – rövid lejáratú kötelezettségek)/mérlegfőösszeg | likviditási |
| Likviditási ráta | forgóeszközök/rövid lejáratú kötelezettségek | likviditási |
| Likviditási gyorsráta | (forgóeszközök – készletek)/rövid lejáratú kötelezettségek | likviditási |
| Pénzhányad | (pénzeszközök + értékpapírok)/rövid lejáratú kötelezettségek | likviditási |
| Dinamikus likviditás | üzemi (üzleti) tevékenység eredménye/rövid lejáratú kötelezettségek | likviditási |
| Vevők/szállítók aránya | vevők/szállítói kötelezettségek | likviditási |
| Dinamikus jövedelmezőségi ráta (bruttó) | (adózott eredmény + értéksökkenési leírás)/átlagos mérlegfőösszeg | cash flow |
| Cash flow/összes tartozás | (adózott eredmény + értéksökkenési leírás)/(hosszú lejáratú kötelezettségek + rövid lejáratú kötelezettségek) | cash flow |
| Cash flow/nettó árbevétel | (adózott eredmény + értéksökkenési leírás)/értékesítés nettó árbevétele | cash flow |
| Mérlegfőösszeg nagysága | log (mérlegfőösszeg) | méret |
| Az éves árbevétel nagysága | log (értékesítés nettó árbevétele) | méret |
| Az árbevétel növekedési üteme | értékesítés nettó árbevétele tárgyidőszak/értékesítés nettó árbevétele előző időszak | növekedési |
| Az üzemi (üzleti) eredmény növekedése | üzemi (üzleti) tevékenység eredménye tárgyidőszak/üzemi (üzleti) tevékenység eredménye előző időszak | növekedési |
| Az adózott eredmény növekedése | adózott eredmény tárgyidőszak/adózott eredmény előző időszak | növekedési |

* Kamatfizetés, adózás, értéksökkenés és amortizáció levonása előtti eredmény (Earnings Before Interest Tax Depreciation and Amortization, EBITDA)

Szakmailag lényegesen nehezebben orvosolható probléma keletkezett három pénzügyi mutató számítása során, ahol kettős negatív osztásokat kellett kezelni. A sajáttőke-arányos nyereséget (ROE) 28 esetben, az üzemi (üzleti) eredmény növekedését 74 esetben, az adózott eredmény növekedését 67 esetben érintette a negatív számláló és a negatív nevező együttes jelenléte. A ROE esetén ez azt jelenti, hogy a mintában 28 olyan vállalat szerepel, amelynek a tartozásai egyrészt meghaladják a mérlegfőösszegét, másrészt veszteséggel zárta az évet, és a mutató ezeket elferdítve pozitív jövedelmezőséget mutat.³ Természetesen ez túlnyomórészt a fizetésektelen megfigyelésekre volt jellemző. A két-féle eredménykategória növekedése pedig mindkét évet negatív eredménnyel záró (akár a tárgyévben tovább romló üzemi vagy adózott eredményű) vállalatok esetében ad pozitív növekedést. A gyakorlatban jól bevált adatbányászati technika, hogy ilyenkor a kettős negatív értékű megfigyelések mutatószámértékét a többi megfigyelés adott mutatójának minimumával helyettesítik, de tekintettel a kis mintára és a viszonylag nagyszámú érintett vállalatra, ez a három mutató inkább kikerült az empirikus vizsgálatból. A szóban forgó megfigyelések elhagyása értelmetlen lett volna, hiszen ekkor statisztikailag és szakmailag kezelhetetlenül kevés fizetésektelen vállalat maradt volna a mintában.

Az adat-előkészítés feladatkörébe tartozott az egyedi pénzügyi mutatók szakágazati átlagokkal történő korrekciója. A korrekció a következő képlet segítségével történt:

(az egyedi mutató számértéke – szakágazati átlag)/szakágazati átlag.

A szakágazati átlagokkal való korrekció megteremtette az összemérhetőséget az egymástól jelentősen eltérő tevékenységi körhöz tartozó vállalatok között. Ettől a ponttól kezdve a vizsgálat nem a mutatószámértékek nagyságára, hanem azoknak a saját szakágazatukra jellemző átlagokhoz viszonyított eltérésre vonatkozik. Ezáltal a modellek időbeli stabilitása is javul, hiszen az átlagokhoz képest jobb vagy rosszabb teljesítmény évek múlva is meghatározó szempontnak bizonyulhat a fizetőképesség megítélése során. A változók szakágazati átlagtól vett eltérést egy I_{-} előtag jelöli.

Annak érdekében, hogy e publikációban szereplő modelleket ne lehessen szabadon felhasználni, az iparági korrekciót követően egy pozitív monoton transzformációt hajtottunk végre a mutatószámértékeken. A pozitív monoton transzformáció minden nagyságrendet, eltérést és sorrendet megőrzött. A monoton transzformáción átesett változókat egy MON_{-} előtag jelöli. A két transzformációt követően tehát $MON_{-}I_{-}$ előtaggal kezdődik minden pénzügyi mutató. Értelemszerűen a korlátozott felelősségű társaság vagy a részvénytársaság dummy változóját ezek az átalakítások nem érintették.

A modellek validálhatósága és a tútanulás elkerülése⁴ érdekében a mintát egyszerű véletlen eljárással particionáltuk. A megfigyelések 75 százalékából áll a tanulási minta, és 25 százalékából a tesztelő minta. A korrekt összehasonlíthatóság érdekében minden módszer ugyanezzel a mintafelosztással dolgozott. A 371 elemű tanulási mintán belül 320 fizetőképés és 51 fizetésektelen megfigyelés,⁵ a 133 elemű tesztelő mintán belül 117 fizetőképés és 16 fizetésektelen megfigyelés található.

³ Szemben olyan vállalatokkal, ahol csak az egyik tétel negatív, olyan eset is előfordulhat, hogy a kettős negatív hatás kioltódása miatt kettős pozitív értékű vállalatnál is magasabb jövedelmezőséget hoz ki eredményül a mutató.

⁴ A tútanulás az a jelenség, amikor a tanulási folyamat során nem az általános problémát tanulja meg a hálózat, hanem a megadott adatbázis sajátosságait (*Benedek* [2000–2001]). Ennek kiküszöbölésére fel kell osztani az adatbázist tanulási és tesztelő mintákra. A tanuló-adatbázison végezzük el a tanítást, majd megvizsgáljuk, milyen eredményt ér el a háló az általa eddig ismeretlen tesztelő mintán. Ha a találati pontosság a tanulási mintáéhoz hasonlóan kedvező, akkor a tanulás eredményesnek minősíthető. Ha viszont a tesztelő mintán a háló hibázása jelentős, akkor a hálózat tútanulta magát.

⁵ Hűvelyküjjszabály, hogy amennyiben a modellezési adatbázisban 50-nél kevesebb fizetésektelen megfigyelés található, akkor nem célszerű sokváltozós statisztikai módszereket alkalmazni (*Engelman–Hayden–Tasche* [2003]).

Az előrejelzési módszerek outputinformációival szemben alapkövetelményként fogalmazódott meg, hogy az előrejelzési módszerek esetén mind a négy eljárás eredményeképpen 0 és 1 közötti értéket felvevő fennmaradási valószínűségek adódjanak.⁶ A logisztikus regresszió és a neurális háló alaphelyzetben megfelel ennek a követelménynek. A másik két eljárásnál különböző transzformálási és standardizálási technikákkal sikerült fennmaradási valószínűségi értékeket előállítani. A diszkriminanciaanalízis esetén a kulcs a standardizált kanonikus diszkriminanciafüggvény előállítása volt, a rekurzív particionáló algoritmus esetén pedig a döntési szabályok besorolási képességéből adódtak a fennmaradást kifejező valószínűségi értékek.

A csődmodellek értékelése nem áll meg a fennmaradási valószínűségek értékeinek megállapításánál minden vállalatra vonatkozóan, hanem szükség van fizetőképes és a fizetésképtelen osztályok optimális kettéválasztását biztosító *küszöbérték* (*cut-off value*) megállapítására. A küszöbérték számítási módszertana az utóbbi néhány évben jelentős fejlődésen ment keresztül, számos új megközelítés látott napvilágot.⁷ Empirikus vizsgálataink a hagyományos megközelítést követve, minden eljárás esetén szimulációs eljárással a legmagasabb összbesorolási pontosságot biztosító valószínűségi küszöbértékben állapította meg a küszöb értékét. A küszöbértékek szükségszerűen más-más értéket vesznek fel a különböző módszerek által előállított fennmaradási valószínűségek adatbázisában.

Az előrejelzési modellek teljesítményét kétféle megközelítésben értékeltük. Az egyik a besorolási pontosság, külön kitérve a tanulási minta, a tesztelő minta és a teljes minta elsőfajú hibájára, másodfajú hibájára és a teljes hibájára. A másik a ROC görbe [kumulált besorolási pontosság görbe (*Receiver Operating Characteristic*)] és a görbe alatti terület, ami a szakirodalomban lényegesen ritkább eljárás, ezért röviden ismertetjük a lényegét.

A kumulált besorolási pontosság görbéje (ROC) hasznos elemzési eszköz a kétkategóriájú kimenettel és előre jelzett valószínűségi értékkel vagy minősítési pontszámértékkel rendelkező klasszifikációs szabályok teljesítményértékelésére. A kumulált besorolási pontosság görbéje azt vizsgálja, hogy a modellek futtatásával kapott valószínűségi értékek mennyire jelzik megbízhatóan az outputkategóriába való tartozást, amennyiben az eredeti besorolás ismert. A vízszintes koordinátatengely a kumulatív eloszlást, a függőleges koordinátatengely a fizetésképtelen megfigyelések kumulált arányát fejezi ki.

A görbe referenciája a 45 fokos egyenes, ami a véletlen találgatásnak felel meg. Valamely csődmodellnek annál jobb az értékelése, minél jobban elválik a kumulált besorolási pontosság görbéje (ROC) a 45 fokos egyenestől. Fontos megjegyeznünk, hogy a görbe felrajzolása minden lehetséges küszöbértéket figyelembe vesz. Az optimális klasszifikációt biztosító küszöbérték szimulációjára tehát – szemben a besorolási pontosság táblázatokkal – nincs szükség.

A ROC görbéből számított objektív statisztikai mutató a görbe alatti terület nagysága.⁸ Amennyiben a görbe alatti terület 50 százalék felett van, akkor az rendelkezik hozzáadott

⁶ Ezzel analóg követelmény lenne a nem fizetési valószínűségek előállítása, amelyekről könnyű látni, hogy az $(1 - \text{fennmaradási valószínűség})$ képlettel állíthatók elő.

⁷ A hitelkockázat-kezelés területén alkalmazott csődmodellekhez alkalmazott legismertebb küszöbérték-számítási eljárások között megkülönböztethetjük az előre definiált elsőfajú hibán vagy elutasítási rátán, az elsőfajú és másodfajú hiba költségárányával meghatározott arányán, a legmagasabb összbesorolási pontosságon, az elsőfajú és másodfajú hiba költségárányán, a fizetésképtelen megfigyelések relatív gyakoriságán, a profitmaximalizálási követelményen, a *cash flow*-számításon, valamint a ROC görbe [kumulált besorolási pontosság görbe (*ROC = Receiver Operating Characteristic*)] érintőjén alapuló eljárásokat. Ezek részletes bemutatása és összehasonlító elemzése jelentősen meghaladná e cikk kereteit.

⁸ A ROC görbe alatti terület nagyságához hasonló információt biztosít a Gini-mutató, amely a 45 fokos egyenes feletti területrészt arányosítja a tökéletes klasszifikációhoz.

értékkel a véletlen találgatáshoz viszonyítva. Minél nagyobb valamely csődmódel ROC görbe alatti területe, annál jobb. Az értékelés során bevált gyakorlat, hogy a görbe alatti terület 95 százalékos konfidencia-intervallumát vizsgálják. A csődmódellek értékelésénél – a besorolási pontosság mutatókon kívül – vizsgálat tárgya a teljes mintára és a tesztelő mintára felrajzolt ROC görbe, illetve a görbe alatti terület nagysága minden előrejelzési módszer alkalmazásakor.

Főkomponens-elemzés nélküli csődmódellek

A négy csőd-előrejelzési módszer alkalmazási feltételeit és részletes leírását *Kristóf* [2005] tartalmazza, ezért jelen cikk ezekre részletesen nem tér ki.⁹ Az egyes csődmódellek teljesítményének értékelése az összehasonlító elemzésről szóló fejezetben történik.

Diszkriminanciaanalízisen alapuló csődmódel

A független változók modellben történő szerepeltetése a lépésenkénti (*stepwise*) eljárással történt.¹⁰ A beléptetési kritériumok a Wilks-féle λ minimalizálását célozták meg. A beléptetési F -érték 3,84; a kiléptetési F -érték 2,71 volt. A változósám növelése a beléptetési küszöb csökkentésével, a változósám csökkentése a kiléptetési küszöb növelésével volt lehetséges. A modellezés minden lépésében nyomon követhetők a beléptetés-

3. táblázat

A diszkriminanciafüggvény együtthatói, változói és a változók tesztelése

| Változó | Wilks-féle λ | F -érték | p -érték | Diszkriminanciafüggvény- együttható (súly) | |
|--|----------------------|------------|------------|---|----------------------|
| | | | | fizető- képes | fizetés- képtelen |
| MON_I_dinamikus jövedel- mezőségi ráta (bruttó) | 0,849 | 65,458 | 0,000 | 0,010 | -0,154 |
| MON_I_mérlegfőösszeg nagysága | 0,767 | 56,028 | 0,000 | -23,763 | -31,556 |
| MON_I_eladósodottság mértéke | 0,734 | 44,280 | 0,000 | 0,181 | 1,744 |
| MON_I_saját vagyon aránya | 0,719 | 35,721 | 0,000 | 0,170 | 0,776 |
| MON_I_árbevételarányos nyereség (ROS) | 0,706 | 30,463 | 0,000 | 6,37E-006 | -1,42E-005 |
| MON_I_vevők forgási sebessége | 0,693 | 26,836 | 0,000 | -0,001 | 0,005 |
| Kft_Rt | 0,682 | 24,192 | 0,000 | 5,340 | 6,435 |
| MON_I_hosszú távú eladósodottság | 0,670 | 22,238 | 0,000 | 0,000 | -0,007 |
| MON_I_cash flow/összes tartozás | 0,663 | 20,365 | 0,000 | 0,036 | 0,011 |
| Konstans | | | | -5,123 | -11,839 |

⁹ A neurálisháló-alapú csődmódellezés részleteit lásd még *Virág-Kristóf* [2005].

¹⁰ A lépésenkénti (*stepwise*) eljárás olyan módszer, amely a modellhez egyesével adja hozzá a lépésenként leginkább szignifikánsnak talált változókat.

re kerülő és a beléptetésre nem kerülő változók Wilks-féle λ és F értékei. A 3. táblázatban látható a beléptetett változók vizsgálata. Mivel az összes változónál nulla p -értéket találunk, ebből adódik, hogy mindegyik változó az összes szignifikanciaszint mellett szignifikáns.

A beléptetett és tesztelt változók felhasználásával annyi diszkriminanciafüggvény készül, ahány osztály a vizsgálatban szerepel. A csődelőrejelzés esetén tehát alapesetben két függvény együtthatóit becsli az eljárás. A 3. táblázat a konstans is tartalmazó Fisher-féle lineáris diszkriminanciafüggvények együtthatóit mutatja be. Ez a két függvény önmagában is alkalmas klasszifikációra. Az új megfigyelések pénzügyi mutatószámait be kell helyettesíteni mindkét függvénybe, és a besorolás abba az osztályba történik, amelyiknél nagyobb számot kapunk. A fennmaradási valószínűségi értékek meghatározása érdekében a diszkriminanciafüggvényeket összevontuk egy standardizált kanonikus diszkriminanciafüggvénybe és standardizáltuk.

A diszkriminanciaanalízis-modell szignifikanciája a Wilks-féle λ segítségével ellenőrizhető. Modellünk χ^2 értéke 149,7 volt (szabadságfokok száma: 9). A p -érték nulla, vagyis a diszkriminanciafüggvény minden szinten szignifikáns.

A standardizált kanonikus diszkriminanciafüggvényt lefuttattuk a tanulási és a tesztelő minta megfigyelésein egyaránt. A szimulációs kísérletek alapján a kapott 0 és 1 közötti értékeken az összes besorolási pontosság maximalizálása 0,8900 küszöbérték mellett volt lehetséges. Az e feletti értékekkel jellemezhető vállalatokat a modell fizetőképességnek, az az alattiakkal rendelkező vállalatokat fizetéképtelennek minősíti.

Logisztikus regresszió alapuló csődmodell

Empirikus vizsgálatunkban a logisztikus regressziós modell a regressziószámítás során gyakran alkalmazott előrelépéses (*forward stepwise*) eljárással készült. A modellépítés a Wald-féle beléptetési és kiléptetési kritériumok alkalmazásával történt. A beléptetési kritériumot 5 százalékos, a kiléptetési kritériumot 10 százalékos valószínűségi értéken határoztuk meg. A beléptetés után fontos a regressziós modell paramétereinek újratesztelése, hiszen más környezetben más szignifikanciaszint adódhat. Ebben a vizsgálatban erre jó példát szolgáltatott a bonitásmutató, amely be nem léptetett változóként 0,035 p -értékkel rendelkezett, a beléptetést követő próbán pedig 0,146 p -értékkel, így ez a mutató végül nem került bele hatodik változóként a modellbe. A végső modell a konstanson kívül öt változót tartalmazott. A paramétervizsgálat alapján látható, hogy a regressziós együtthatók 98,7 százalékos határig szignifikánsak.

4. táblázat

A logisztikus regressziós modell főbb jellemzői

| Magyarázó változó | β | Standard hiba | Wald-próba | p -érték |
|---|---------|---------------|------------|------------|
| Konstans | 5,255 | 0,704 | 55,778 | 0,000 |
| MON_I_hosszú távú eladósodottság | 0,449 | 0,176 | 6,538 | 0,011 |
| MON_I_eladósodottság mértéke | -1,286 | 0,262 | 24,041 | 0,000 |
| MON_I_mérlegfőösszeg nagysága | 8,762 | 1,669 | 27,562 | 0,000 |
| MON_I_dinamikus jövedelmezőségi ráta (bruttó) | 0,093 | 0,037 | 6,107 | 0,013 |
| Kft_Rt | 1,157 | 0,455 | 6,459 | 0,011 |

A modellvizsgálatot az aszimptotikus χ^2 próbán alapuló Omnibus-próba segítségével hajthatjuk végre. A χ^2 értéke 121,9 (szabadságfokok száma: 5), a p -érték nulla. Ezáltal a logisztikus regressziós modell minden szinten szignifikánsnak tekinthető. A szimuláció alapján az optimális küszöbérték 0,8760 volt.

Rekurzív particionáló algoritmuson alapuló csődmmodell

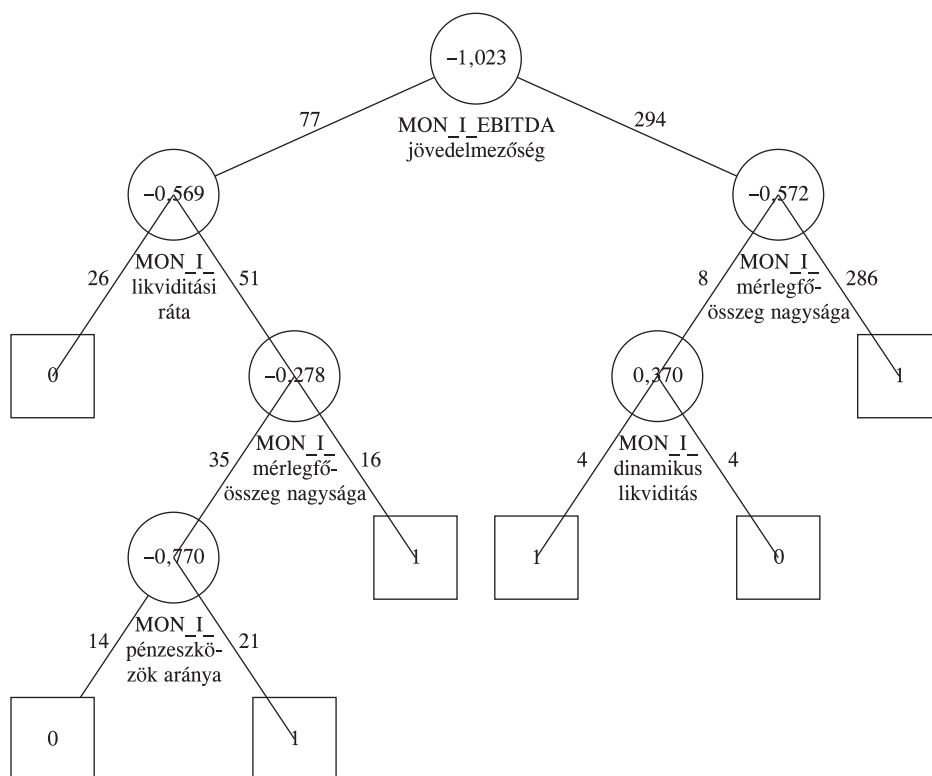
A rekurzív particionáló algoritmus segítségével felépített döntési fa a túltanulás elkerülése érdekében átment egy nyesési eljárásra. A nyesési folyamat különböző záró csomópontok közbeiktatásával igyekszik kockázatminimalizálást végrehajtani. A záró csomópontok számának növelése általában csökkenti a tanulási adatbázisra való specializálódás kockázatát, és javítja a modell keresztvalidálási tulajdonságait.

A döntési fa nyesését különböző leállítási szabályokkal lehet befolyásolni, amelyek megakadályozzák bizonyos faágak továbbosztását. A leállítási szabályok definiálhatók a szülőágra vagy a gyerekágra meghatározott minimális megfigyelésszámmra. Ez abszolút értékben és a tanulási minta megfigyeléseinek százalékában egyaránt kifejezhető. Jelen vizsgálatban a tanulási minta rekordjainak 2 százalékában lett minimalizálva a szülőág képezhetősége. A modell folyamatosan visszamérésre került a tesztelő mintán, amelyen nyomon követhető volt, hogy nincs szükség szigorúbb feltételek definiálására.

A 371 elemű tanulási minta alapján felépített döntési fát az 1. ábra tartalmazza. Minden osztályozás végén besorolások találhatók abba az osztályba, amely az utolsó csomó-

1. ábra

Rekurzív particionáló algoritmuson alapuló csődmmodell



pontnál magasabb arányban képviselteti magát. Az eredmények a döntési szabályok besorolási képessége alapján fennmaradási valószínűségi értékekké transzformálhatók. A négyzetekben 0 jelöli a fizetéseképtelen, 1 pedig a fizetőképes osztályt.

Az optimális küszöbérték 0,8400 volt. A döntési fa sajátosságainak megfelelően annyiféle fennmaradási valószínűségi érték adódik, ahányféle döntési szabály a fastruktúrában található. Ez a küszöbérték meghatározását lényegesen egyszerűbbé teszi, mint a másik három eljárásnál, ahol mindegyik megfigyelésnek egyedi a fennmaradási valószínűsége.

Neurális hálón alapuló csőmodell

A Közgazdasági Szemlében megjelent *Virág–Kristóf* [2005]-ben szereplő kismintás empirikus vizsgálat végrehajtásának időszakában nem állt rendelkezésre olyan szoftver, amely egyszerre lett volna képes sokféle neuronszámú köztes réteggel párhuzamosan akár több ezer neurális háló modell futtatására. Ezt a hiányosságot jelen vizsgálatban az úgynevezett átfogó dinamikus nyelési (*exhaustive prune*) eljárással sikerült kiküszöbölni.

Az alkalmazott tanulási módszer az összes változót tartalmazó inputneuronból, valamint nagy neuronszámú köztes rétegeket tartalmazó hálóból indul ki. A súlyok kezdetben véletlenszerű értékeket vesznek fel. A tanulási ciklusok során az eljárás rendre kiküszöböli a legkisebb magyarázó erejű neuronokat az input- és a köztes rétegekből. A tanulás során a súlyok nagyon gondosan, számos lehetséges modell szimultán kipróbálása és validálása után alakulnak ki. Gyakran előfordult, hogy ideiglenesen visszakerültek neuronok a köztes rétegekbe. Ez az eljárás lényegesen számításigényesebb, mint a korábbi empirikus vizsgálatban előre definiált hálóstruktúra lefuttatása, azonban tapasztalatok alapján a legjobb eredményt hozza (*Huang–Saratchandran–Sundararajan* [2005]). A futtatás egy 3Ghz órajelű Pentium-4 számítógépen 14 percet vett igénybe, szemben a másik három eljárásnál tapasztalt néhány másodperccel.

A túltanulás megakadályozása érdekében a tanulási mintán kialakuló súlyok folyamatosan visszamérésre kerültek a tesztelő mintán. A folyamat a hibákat tartalmazó visszacsatolási grafikonon szabad szemmel is nyomon követhető. A végleges modell súlyai a tesztelő mintán mért legmagasabb besorolási pontosságnál kerültek elmentésre.

A neurális háló optimális struktúrája némileg váratlanul 1-1 neuront hagyott meg a két köztes rétegben. Az eredményt úgy lehet értékelni, hogy sokszor az egyszerűbb modell bizonyulhat jobbnak a bonyolultakhoz viszonyítva. Az inputrétegben 5 neuron maradt, az outputréteg értelemszerűen 1 neuronból áll.

A neurálisháló-modellváltozók relatív hozzájárulása érzékenységvizsgálattal állapítható meg. Az érzékenységvizsgálat eredményeképpen egy 0 és 1 közötti fontossági értéket kapunk, ahol a nagyobb szám jelzi a magasabb szintű hozzájárulást a modell előrejelző képességéhez. Az inputrétegben szereplő öt változó relatív fontossági értékeit az 5. táblázat tartalmazza. Az optimális küszöbérték 0,8630 volt.

5. táblázat

Az inputrétegben szereplő öt változó relatív fontossági értékei

| Változó | Fontossági érték |
|---|------------------|
| MON_I_Dinamikus jövedelmezőségi ráta (bruttó) | 0,748268 |
| MON_I_Eladósodottság mértéke | 0,722532 |
| MON_I_Éves árbevétel nagysága | 0,164124 |
| MON_I_Saját vagyona aránya | 0,146599 |
| MON_I_Nettó forgótőkearány | 0,048597 |

Főkomponens-elemzésen alapuló csődmodellek

A főkomponens-elemzés egymással korreláló változókból állít elő korrelálatlan komponenseket (faktorokat). Az eljárás lényege, hogy néhány komponens a változók összes varianciájának elég nagy hányadát magyarázza, és ezáltal kevesebb dimenzióban elegendő modellezni. A főkomponens-elemzés bizonyítottan alkalmas a multikollinearitás kezelésére és az adatok tömörítésére. A főkomponens-elemzésnél kulcsfontosságú a komponensek számának megválasztása. Ezt leggyakrabban bizonyos küszöbértéket meghaladó sajátértékek segítségével definiálják. A sajátértékek az inputadatok varianciájának összegző képességét mutatják minden komponensre vonatkozóan.

A komponenseket a pénzügyi mutatók 2. táblázatban ismertetett fajtái alapján alakítottuk ki. Empirikus vizsgálatunk a pénzügyi mutatók minden típusához egy-egy komponenszt rendelt, feltéve, hogy a sajátértékek az 1 értéket meghaladták. Az 1 feletti sajátérték-követelmény minden komponens esetén teljesült. Ennek megfelelően a főkomponens-elemzésen alapuló modellezési eljárásokat a megképzett jövedelmezőségi, forgási sebesség, eladósodottsági, tőkeszerkezeti, likviditási, *cash flow*- és méretkomponenseken, valamint egyetlen megmaradt növekedési mutatóként az árbevétel-növekedési rátáján és a KFT vagy RT dummy változón futtatuk. Az összehasonlíthatóság kedvéért a tanulási és a tesztelő mintára történő particionálás pontosan ugyanazokat a megfigyeléseket érintette, mint a főkomponens-elemzés nélküli adatbázisban.

Diszkriminanciaanalízisen alapuló csődmódel

A főkomponens-elemzés alapján képzett faktorokból modellezett diszkriminanciaanalízis-függvény a korábban említett lépésenkénti (*stepwise*) eljárással, ugyanazoknak a beléptetési és kiléptetési kritériumoknak a figyelembevételével készült. A Fisher-féle diszkriminanciafüggvények a korábbi eljárás móddal megegyezően összevonásra és standardizálásra kerültek. A paraméterek és a teljes modell tesztelése megtörtént, azok mindegyik szignifikanciaszint mellett szignifikánsak (nulla p -értékkel rendelkeznek). Az optimális küszöbérték 0,8525 volt. A standardizált kanonikus diszkriminanciafüggvény együtthatói és változói a következők voltak:

$$Z = 0,421X_1 + 0,554X_2 + 0,589X_3,$$

ahol Z a diszkriminanciaérték, X_1 az eladósodottsági faktor, X_2 a méretfaktor, X_3 a *cash flow*-faktor.

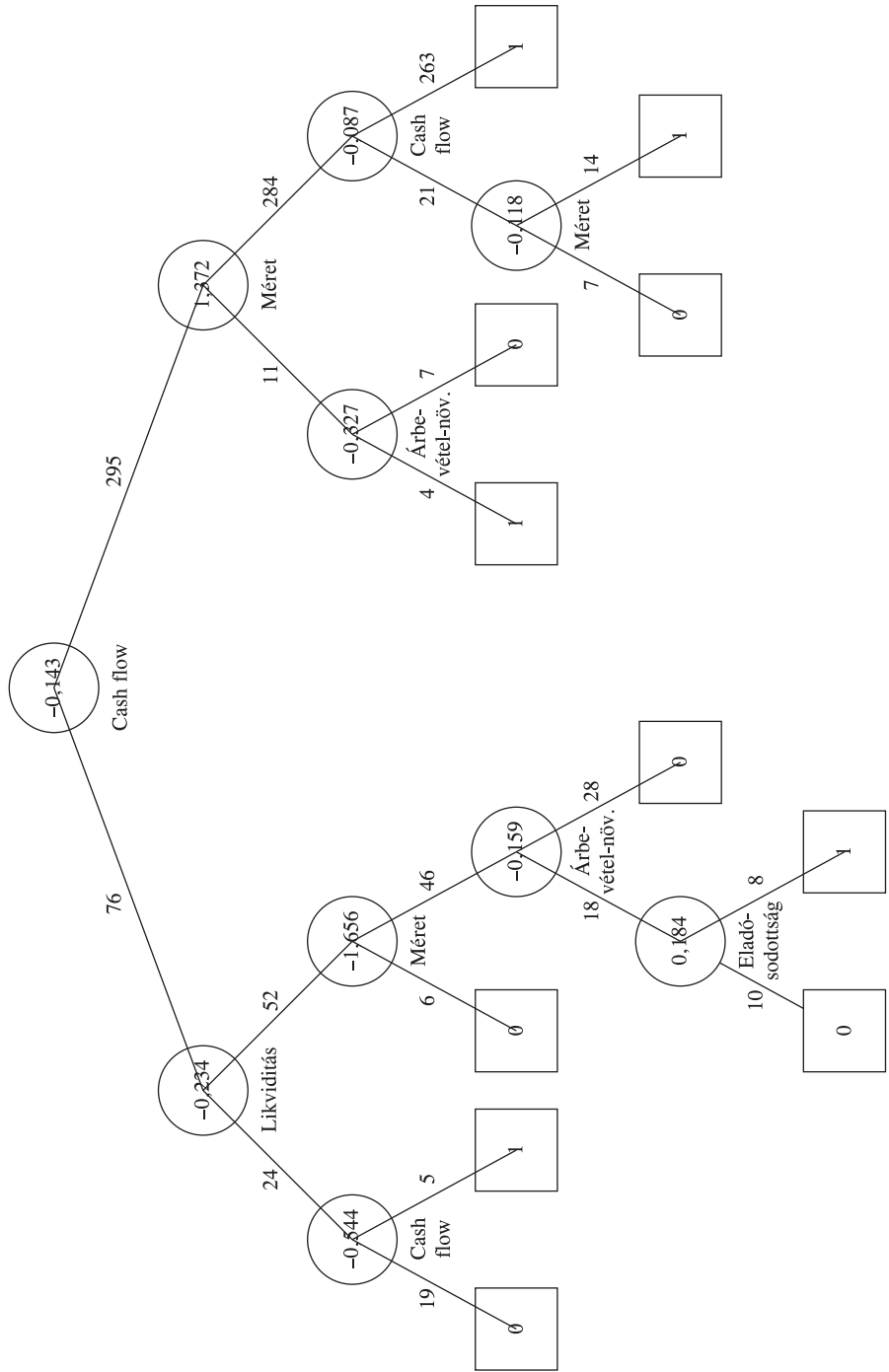
A diszkriminanciafüggvény szignifikanciapróbájához a χ^2 értéke 112,7 (szabadságfokok száma: 3). A p -érték nulla, vagyis a diszkriminanciafüggvény minden szinten szignifikáns.

Logisztikus regresszió alapuló csődmódel

A főkomponens-elemzés alapján képzett faktorokból modellezett logisztikus regressziós függvény a korábban említett előrelépéses (*forward stepwise*) eljárással, ugyanazoknak a beléptetési és kiléptetési kritériumoknak a figyelembevételével készült. A paraméterek és a teljes modell tesztelése megtörtént, azok mindegyik szignifikanciaszint mellett szignifikánsak (nulla p -értékkel rendelkeznek). Az optimális küszöbérték 0,8322 volt. A logisztikus regressziós függvény formulája a következő:

$$\Pr(\text{fennmaradási}) = \frac{e^{-2,397-1,046X_1-0,942X_2-0,885X_3}}{1 + e^{-2,397-1,046X_1-0,942X_2-0,885X_3}}$$

2. ábra
Rekurzív particionáló algoritmuson alapuló csődmódel



ahol X_1 az eladósodottsági faktor, X_2 a méretfaktor, X_3 a *cash flow*-faktor.

Az *Omnibus*-teszt χ^2 értéke 92,9 (szabadságfokok száma: 3), a p -érték nulla. Ezáltal a logisztikus regressziós modell minden szinten szignifikánsnak tekinthető.

Rekurzív particionáló algoritmuson alapuló csődmódel

A főkomponens-elemzés alapján képzett faktorokból modellezett döntési fa a korábban említett nyesési eljárással készült. Az optimális küszöbérték 0,8950 volt.

A főkomponens-elemzésen alapuló döntési fa bonyolultabb struktúrájú, mint a főkomponens-elemzés nélküli. Az első és a harmadik szinten egyaránt megtalálható a *cash flow*-faktor, a jobb oldali ágon kétszer szerepel a méretfaktor. Ez azt jelenti, hogy az először optimális kettéválasztást biztosító faktorok valamely tényező hatásának közbeiktatását követően újra optimális kettéválasztást biztosítanak. Ebből a *cash flow*- és a méretfaktor jelentőségére, illetve magas magyarázó erejére következtethetünk.

Neurális hálón alapuló csődmódel

A főkomponens-elemzés alapján képzett faktorokból modellezett neurális háló a korábban említett átfogó dinamikus nyesési eljárással készült. A modellezés a főkomponens-elemzés nélküli adatbázishoz képest eltérő eredményt hozott. Az inputréteg két neuronból, az első köztes réteg két neuronból, a második köztes réteg egy neuronból, az outputréteg egy neuronból állt. Az optimális küszöbérték 0,3911 volt, ami nagyságrendekkel eltér minden korábbi modell küszöbértékétől. A *cash flow*-faktor relatív fontossága 0,541791, a méretfaktoré 0,452635 volt.

Az eredmények értékelése, következtetések

A besorolási pontosság és a ROC görbe alatti terület nagysága alapján sorrend állítható fel a négy módszer teljesítményére. A főkomponens-elemzés nélküli modellszámítások alapján kapott eredmények igazolják, hogy a szimulációs eljárásokon alapuló rekurzív particionáló algoritmus és a neurális háló megbízhatóbb csődelőrejelzést tesz lehetővé, mint a hagyományos matematikai-statisztikai módszerek. Az eredeti változókra a logisztikus regresszió minden szempontból a leggyengébbnek bizonyult. Ez különösen annak fényében figyelemre méltó, hogy a csődmodellezési és hitelkockázat-kezelési gyakorlatban Magyarországon jelenleg ez a legelterjedtebb eljárás.

A 6. táblázat összefoglalja a főkomponens-elemzés nélküli csődmodellek besorolási pontosságait a tanulási, a tesztelő és a teljes mintára egyaránt. A diszkriminanciaanalízis esetén a tanulási és a tesztelő minta besorolási pontossága közel van egymáshoz, ebből elvileg arra következtethetnénk, hogy a csődmódel megfelelően alkalmazható előrejelzési célra. Aggasztónak értékelhető azonban a tesztelő mintán a fizetésképtelen megfigyelések rendkívül alacsony szintű besorolása: az gyakorlatilag rosszabb, mint a véletlen találgatás. Ennek megfelelően éppen az empirikus vizsgálat tárgyára, a csődelőrejelzésre alkalmatlan a diszkriminanciaanalízisen alapuló csődmódel.

A logisztikus regresszió a fizetőképes vállalatokat még megfelelően képes osztályba sorolni, a fizetésképtelen megfigyelések tekintetében azonban még a diszkriminanciaanalízisnél is rosszabb teljesítményt nyújt. Tekintettel arra, hogy a tesztelő minta fizetés-

6. táblázat

A főkomponens-elemzés nélküli csődmodellek besorolási pontosság mutatói (százalék)

| Besorolási pontosság | Diszkriminancia-analízis | Logisztikus regresszió elemzés | Rekurzív particionáló algoritmus | Neurális háló |
|-----------------------------|--------------------------|--------------------------------|----------------------------------|---------------|
| <i>Tanulási minta</i> | | | | |
| Fizetőképes | 92,19 | 84,38 | 92,19 | 92,19 |
| Fizetésképtelen | 56,86 | 56,86 | 86,27 | 74,51 |
| Összes | 87,33 | 80,59 | 91,37 | 89,76 |
| <i>Tesztelő minta</i> | | | | |
| Fizetőképes | 89,74 | 81,20 | 89,74 | 93,16 |
| Fizetésképtelen | 37,50 | 31,25 | 68,75 | 68,75 |
| Összes besorolási pontosság | 83,46 | 75,19 | 87,22 | 90,23 |
| <i>Teljes minta</i> | | | | |
| Fizetőképes | 91,53 | 83,52 | 91,53 | 92,45 |
| Fizetésképtelen | 52,24 | 50,75 | 82,09 | 73,13 |
| Összes | 86,31 | 79,17 | 90,27 | 89,88 |

képtelen besorolása rosszabb, mint a véletlen találgatás, ennek megfelelően a főkomponens-elemzés nélküli logisztikus regressziós modellt csőd-előrejelzési célra alkalmatlannak tekinthetjük. A problémák okait az alacsony mintában és az alacsony fizetésképtelen mintaarányban lehet keresni, de ne feledjük, hogy a többi eljárás is pontosan ugyanebből az adatbázisból dolgozott!

A rekurzív particionáló algoritmus és a neurális háló egyértelműen alkalmas előrejelzésre, annak ellenére, hogy a tesztelő mintán romlik a fizetésképtelen besorolások pontossága. A tanulási és a tesztelő minta összbesorolási pontossága lényegesen nem tér el egymástól: a besorolási pontosságok rendre 90 százalék körüliek.

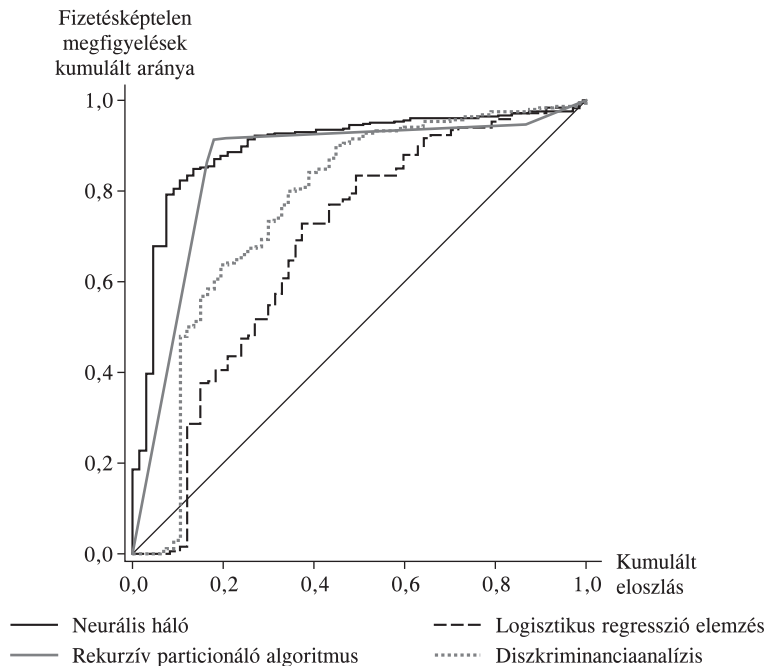
A teljes és a tesztelő mintára felrajzolt ROC görbék megerősítik a fenti megállapításokat (3–4. ábra). Bizonyos szakaszokban a neurális háló, máshol a rekurzív particionáló algoritmus a legjobb. A logisztikus regresszió ROC görbéje a teljes tartományban a többi alatt található. A görbe alatti terület nagyságait a 7. táblázat tartalmazza.

Amennyiben a modellek előrejelző erejét kizárólag a tesztelő mintán szeretnénk értékelni, akkor a neurális háló és a rekurzív particionáló algoritmus a teljes mintához hasonlóan gyakran megelőzi és visszaelőzi egymást. A logisztikus regressziós modell kritikusan közel van a véletlen találgatást kifejező 45 fokos egyeneshez.

A diszkriminanciaanalízis és a logisztikus regressziós modell illeszkedési jóságát reprezentáló ROC görbék arra engednek következtetni, hogy a modellek az alacsony fennmaradási valószínűségű megfigyelések esetén rosszabbak, mint a véletlen találgatás, hiszen a ROC görbék eleinte a 45 fokos egyenes alá futnak. 10 százalék fennmaradási valószínűség percentilis felett azonban a modellek teljesítménye nagyon gyorsan javul. Ez a leginkább fizetésképtelen vállalatok kiszűrése szempontjából kritikus, ezáltal a diszkriminanciaanalízis és a logisztikus regresszió alapján történő besorolás eredményét óvatosan kell kezelni. Ez az értékelés egybeesik a besorolási pontosság táblázatokban tapasztalt tendenciával, amelynek alapján a hagyományos eljárások kiválóan képesek a fizetőképes cégeket besorolni, azonban a fizetésképteleneknél jelentősek a tévedések.

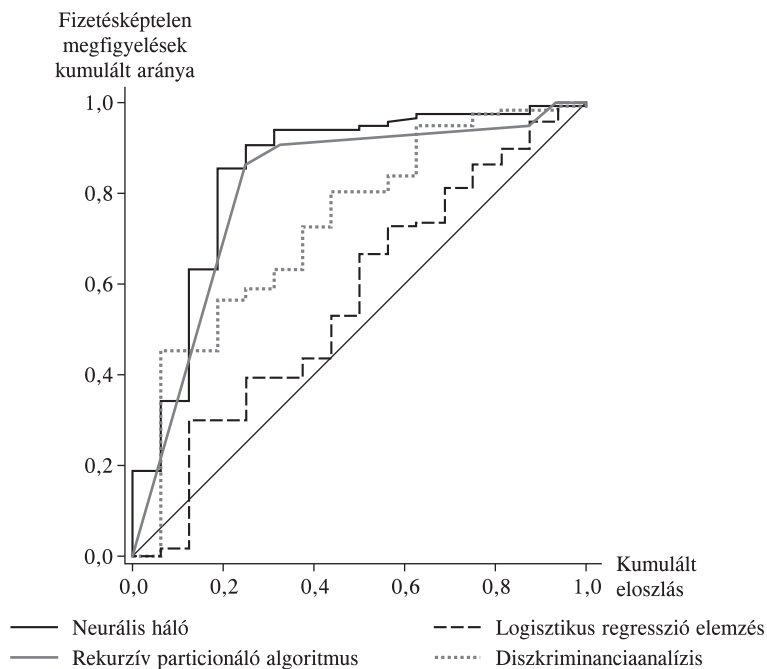
3. ábra

A teljes minta ROC görbéje a négy csődmódelletén (főkomponens-elemzés nélkül)



4. ábra

A tesztelő minta ROC görbéje a négy csődmódelletén (főkomponens-elemzés nélkül)



A rekurzív particionáló algoritmus ROC görbéje nagyon jó modellilleszkedésre utal. A viszonylag egyenes szakaszok az említett fennmaradási valószínűség értékek kevés számából adódnak, ez az eljárás sajátossága. A ROC görbe határozottan elvlik a 45 fokos egyenestől. A diszkriminanciaanalízishez és a logisztikus regresszióhoz képest számottevően javult az eredmény. A neurális háló ROC görbéje minden korábbi eljárásnál jobb modellilleszkedésről ad bizonyosságot. A görbe határozottan elvlik a 45 fokos egyenestől, a modell becslőképessége ennek alapján kiválóan minősíthető. A ROC görbe alatti terület 89,8 százalék, ami lényegesen jobb, mint a diszkriminanciaanalízis és a logisztikus regresszió értéke, és felülmúlja a döntési fa 85,5 százalék értékét is.

Az előrejelző erőn kívül a modellek összehasonlítása magyarázó változó szempontból is szükséges. Érdekes, hogy a modellváltozók tekintetében a diszkriminanciaanalízis kilenc, a másik három eljárás öt-öt változót épített be a modellbe. A négy eljárás közül három modellváltozónak választotta a dinamikus jövedelmezőségi rátát, a mérlegfőösszeg nagyságát és az eladósodottság mértékét, vagyis ezeket tekinthetjük leginkább kritikusan fontos változóknak jelen minta alapján a jövőbeli fizetőképesség előrejelzése szempontjából. A méret mutatók relevanciája azzal is összefüggésbe hozható, hogy a kisebb vállalatok nagyobb arányban mennek csődbe, mint a nagyvállalatok. Két modell tartalmazta a saját vagyon arányát, a hosszú távú eladósodottságot és a KFT vagy RT dummy változót. A többi változó csak egy-egy csődmodellben szerepelt.

Meglepően kevés szerep jutott a csődmodellekben a növekedési, a likviditási és a forgási sebesség mutatóknak. A növekedési mutatók sehol, a likviditási mutatók csak a rekurzív particionáló algoritmusban szerepeltek modellváltozóként, a forgási sebesség mutatók közül csak a vevők forgási sebessége került bele a diszkriminanciafüggvénybe. A csődmodellekben a hangsúly egyértelműen a jövedelmezőségi, az eladósodottsági és a méret mutatókra helyeződött. A dinamikus jövedelmezőségi ráta *cash flow*-mutatóként történő értelmezése a *cash flow*-indikátorok relevanciáját jelzi.

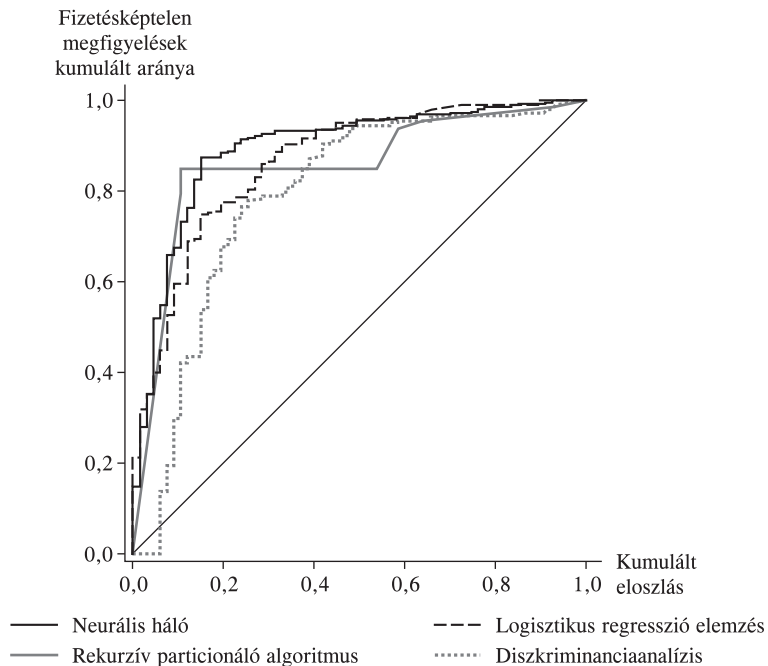
A főkomponens-elemzésen alapuló csődmodellek besorolási pontossága alapján megállapítható, hogy a főkomponens-elemzés elsimítja a különbségeket a módszerek teljesítménye között (7. táblázat). Ennek következtében az eredeti mutatószám-értékeken gyengén teljesítő módszerek eredménye minden vizsgált szempont szerint javul, az eredeti mutatószám-értékeken jól teljesítő módszerek eredménye ugyanakkor ugyanezen szempontok figyelembevételével romlik. Ezt a megállapítást a besorolási pontosságok, a ROC görbék és a görbe alatti területek egyaránt alátámasztják. A ROC görbék közül szabad szemmel is látható a négy módszer viszonylag kiegyensúlyozott teljesítménye. Ez a teljes és a tesztelő mintára egyaránt érvényes.

A főkomponens-elemzésen alapuló csődmodellek mindegyikében megtalálható a *cash flow*- és a méretfaktor, valamint háromban az eladósodottsági faktor. Tekintettel arra, hogy a dinamikus jövedelmezőségi ráta a *cash flow*-faktorban szerepel, az eredmények összhangban vannak a főkomponens-elemzés nélküli modellek változószelekciójával.

A 7. táblázatból látható, hogy a diszkriminanciaanalízis teljesítménye a tesztelő minta görbéje alatti terület és a tesztelő minta besorolási pontossága tekintetében lényegesen javult az eredeti változókhoz képest. Mivel az előrejelző képességet a tesztelő minta mutatja, ezért megállapítható, hogy a diszkriminanciaanalízis esetében érdemes főkomponens-elemzést alkalmazni. A logisztikus regresszió mind a négy szempontból jelentősen javult, ezért a megállapítás hatványozottan érvényes. A rekurzív particionáló algoritmus és a neurális háló teljesítménye ugyanakkor mind a négy szempont szerint romlott a főkomponens-elemzés előtti állapothoz viszonyítva, ezért jelen empirikus vizsgálatból azt a következtetést lehet levonni, hogy a szimulációs eljárásoknál nem célszerű főkomponens-elemzést alkalmazni.

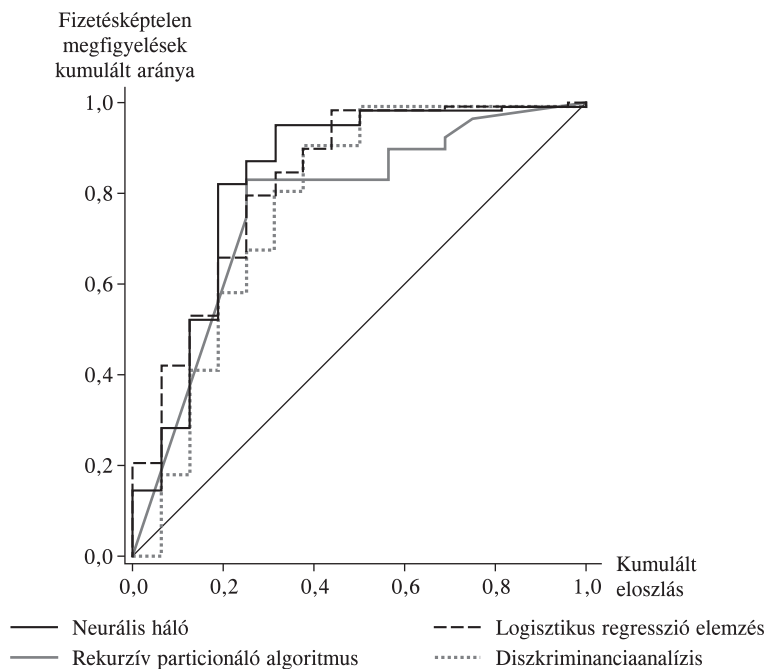
5. ábra

A teljes minta ROC görbéje a négy csődmódelletén (főkomponens-elemzéssel)



6. ábra

A tesztelő minta ROC görbéje a négy csődmódelletén (főkomponens-elemzéssel)



7. táblázat
A csőmodellek teljesítményének összehasonlító értékelése (zárójelben a sorrend, dőlt számmal kiemelve a főkomponens-elemzés javító hatását képviselő jellemzők)

| Szempont | Diszkriminancia- analízis | | Logisztikus regresszió elemzés | | Rekurzív particionáló algoritmus | | Neurális háló | |
|--|------------------------------|-------------------|-----------------------------------|-------------------|-------------------------------------|-------------------|------------------|-------------------|
| | (1) | (2) | (1) | (2) | (1) | (2) | (1) | (2) |
| ROC görbe alatti terület – teljes mintából | 0,768 (3.) | <i>0,791 (4.)</i> | 0,683 (4.) | <i>0,866 (2.)</i> | 0,855 (2.) | <i>0,855 (3.)</i> | 0,898 (1.) | <i>0,894 (1.)</i> |
| ROC görbe alatti terület – tesztelő mintából | 0,731 (3.) | <i>0,775 (3.)</i> | 0,563 (4.) | <i>0,828 (2.)</i> | 0,808 (2.) | <i>0,770 (4.)</i> | 0,846 (1.) | <i>0,836 (1.)</i> |
| Besorolási pontosság – teljes mintából | 0,863 (3.) | <i>0,887 (1.)</i> | 0,792 (4.) | <i>0,873 (2.)</i> | 0,903 (1.) | <i>0,855 (4.)</i> | 0,899 (2.) | <i>0,871 (3.)</i> |
| Besorolási pontosság – tesztelő mintából | 0,835 (3.) | <i>0,917 (1.)</i> | 0,752 (4.) | <i>0,865 (2.)</i> | 0,872 (2.) | <i>0,820 (4.)</i> | 0,902 (1.) | <i>0,850 (3.)</i> |

(1) Főkomponens-elemzés nélkül.

(2) Főkomponens-elemzéssel.

Azon túl, hogy a főkomponens-elemzés közelebb hozza egymáshoz a négy módszer teljesítményét, fel is borítja a sorrendet. A főkomponens-elemzés nélküli logisztikus regresszió minden szempont alapján az utolsó helyre került, a főkomponens-elemzésen alapuló logisztikus regresszió ugyanakkor mindegyik mutató tekintetében a második legjobb. Amennyiben a besorolási pontosság mutatóját tekintjük fő kritériumnak, akkor a teljes és a tesztelő mintán egyaránt a diszkriminanciaanalízis tekinthető „győztes” eljárásnak, a neurális háló visszaszorult a harmadik, a döntési fa pedig a negyedik helyre.

Ha egyforma esélyt adunk a főkomponens-elemzés nélküli és a főkomponens-elemzéses modelleknek, akkor a ROC görbe alapján a főkomponens-elemzés nélküli neurális háló, a teljes mintán számított besorolási pontosság alapján a főkomponens-elemzés nélküli döntési fa, míg a tesztelő mintán számított besorolási pontosság alapján a főkomponens-elemzésen alapuló diszkriminanciaanalízis hozza a legjobb teljesítményt. Egyértelműen kiemelkedő eljárást az empirikus vizsgálat alapján nem sikerült találni.

A főkomponens-elemzés alkalmazásának célszerűségével kapcsolatban megállapítható, hogy az eljárás alkalmazása nem minden esetben ad automatikusan megbízhatóbb előrejelzést.

A főkomponens-elemzéssel kapcsolatban szükséges még figyelembe venni azt a tényt, hogy új megfigyelések esetén azokat először az eredeti változók lineáris kombinációin alapuló faktoregyenleteken végig kell futtatni. Ez a modell felhasználhatóságát bonyolultabbá teszi, de a számítástechnika mai fejlettségéből következően lényeges problémát nem okozhat. A főkomponens-elemzéssel megalapozott csődmodellek interpretálhatósága ugyanakkor a multikollinearitás kiküszöbölésével javul.

*

A Bazel–2 tőkeegyezmény a sokváltozós csőd-előrejelzési módszerek reneszánszát, illetve jelentős előretörését idézte elő. A tőkeegyezményben megengedett jelentős módszertani szabadság és jelen empirikus vizsgálat eredményeinek tükrében megállapítható, hogy a csődmodellezésre és a nem fizetési valószínűség becslésre lényegesen több és jobb módszer áll rendelkezésre, mint ami jelenleg a vállalati ügyfélminősítés kialakult gyakorlatában megtalálható. Reményeink szerint a cikk hozzájárul a hazai csőd-előrejelzés és nem fizetési valószínűség becslése kultúrájának továbbfejlődéséhez.

Hivatkozások

- BASEL COMMITTEE ON ... [2006]: Basel II: Revised International Capital Framework. Basel Committee on Banking Supervision. Bank for International Settlements, Bazel.
- BENEDEK GÁBOR [2000–2001]: Evolúciós alkalmazások előrejelzési modellekben, I–II. Közgazdasági Szemle, 12. sz. 988–1007. o. és 1. sz. 18–30. o.
- CHARITOU, A.–NEOPHYTOU, E.–CHARALAMBOUS, C. [2004]: Predicting corporate failure: empirical evidence from the UK. European Accounting Review, Vol. 13. No. 3. 465–497. o.
- ENGELMAN, B.–HAYDEN, E.–TASCHE, D. [2003]: Measuring the discriminative power of rating systems. Discussion Paper, Series 2. Banking and financing Supervision. Deutsche Bundesbank, Frankfurt.
- HAN, J.–KAMBER, M. [2004]: Adatbányászat. Koncepciók és technikák. Panem, Budapest.
- HUANG, G. B.–SARATCHANDRAN, P.–SUNDARARAJAN, N. [2005]: A generalized growing and pruning RBF (GGAP-RBF) neural network for function approximation. IEEE Transactions on Neural Networks, Vol. 16. No. 1. 57–67. o.

- JANESKÓ BALÁZS [2004]: A Bazel II. belső minősítésen alapuló módszerének közgazdasági-matematikai háttere és a granularitási korrekció elmélete. *Közgazdasági Szemle*, 3. sz. 218–234. o.
- KRISTÓF TAMÁS [2005]: A csődelőrejelzés sokváltozós statisztikai módszerei és empirikus vizsgálata. *Statisztikai Szemle*, 9. sz. 841–863. o.
- OHLSON, J. [1980]: Financial ratios and the probabilistic prediction of bankruptcy. *Journal of Accounting Research*, Vol. 18. No. 1. 109–131. o.
- SZABÓ-MORVAI ÁGNES [2003]: Az új bázeli tőkeszabályozás és a belső minősítésen alapuló megközelítés. *Közgazdasági Szemle*, 50. évf., 10. sz., 881–890. o.
- VIRÁG MIKLÓS [1996]: Pénzügyi elemzés, csődelőrejelzés. Kossuth Kiadó, Budapest.
- VIRÁG MIKLÓS–KRISTÓF TAMÁS [2005]: Az első hazai csődmodell újraszámítása neurális hálók segítségével. *Közgazdasági Szemle*, 2. sz. 144–162. o.