

SZÜLE BORBÁLA

## A pénzügyi konglomerátumok létrejöttének kockázati hatásai

---

Az Európai Unióban a pénzügyi konglomerátumok kockázataival kapcsolatban 2005-től egy új direktíva rendelkezései érvényesülnek. A pénzügyi konglomerátumok az utóbbi évtizedekben a világ számos országában a biztosítók és a különféle bankok egyre szorosabbá váló együttműködése során tulajdonosi kapcsolatok létrehozásával alakultak ki. A pénzügyi konglomerátumok megjelenésének hatásai jelenleg még nem teljeskörűen tisztázottak, és a kérdés gyakorlati – az európai uniós direktíva megalkotása által is jelzett – fontossága ellenére különösen kidolgozatlan a kialakulásukhoz kapcsolódó kockázati hatások elmélete. A tanulmány – a szakirodalomban újnak számító – elméleti keretben a pénzügyi konglomerátumok létrejöttének tranzakciós, motivációs és portfólióhatását különíti el, és ezen hatások eredőjeként a pénzügyi konglomerátumok létrehozásának a bankok és biztosítók intézményszintű stabilitására ható következményeit elemzi.

Journal of Economic Literature (JEL) kód: G21, G22, G34.

---

Az Európai Unióban a pénzügyi konglomerátumok kockázataival foglalkozó direktíva<sup>1</sup> alapvetően olyan csoportként definiálja a pénzügyi konglomerátumokat, amelyeknek egyik része a biztosítási szektorba, legalább egy másik része pedig a banki vagy befektetési szektorba tartozik. A különböző pénzügyi szektorokba tartozó intézményeket tartalmazó pénzügyi konglomerátumok világszerte az utóbbi néhány évtizedben terjedtek el. Ekko-riban a technológiai fejlődés, a szabályozási változások, valamint a demográfiai tendenciák alakulása a fejlett gazdaságok nagy részében számottevő változásokat idézett elő a pénzügyi intézmények (köztük a bankok és a biztosítók) működésének keretfeltételeiben. A pénzügyi szolgáltatások esetében a piaci verseny sok helyen erősödött, illetve a pénzügyi szolgáltatások kereslete is átalakult (a demográfiai változások egyik hatásaként például megnőtt a nyugdíjcélú megtakarítási lehetőségek iránti igény). A pénzügyi szolgáltatást nyújtó intézmények tevékenységi köre egyre gyakrabban a hagyományos végzett tevékenységeken túli, tradicionálisan egy másik pénzügyi szektorba tartozó intézmény által végzett tevékenységekkel bővült. E folyamat során a különböző pénzügyi szektorba tartozó intézmények közötti tulajdonosi kapcsolatok is erősödtek, és a bankok és a biztosítók részvételével működő pénzügyi konglomerátumok a gazdaság egyre jelentősebb szereplőivé váltak.

A pénzügyi konglomerátumok az egyes országokban eltérő mértékben terjedtek el: míg néhány ország pénzügyi rendszerében szerepük domináns, addig másutt a különböző

---

<sup>1</sup> Directive 2002/87/EC of the European Parliament and of the Council. A direktíva magyarországi alkalmazásához a 2004. évi LXXXIV. törvény kapcsolódik (PSZÁF [2005]).

pénzügyi szektorokhoz tartozó intézmények együttműködése csekélyebb jelentőségű. Ezen eltérések az egyes országok pénzügyi hagyományaival, illetve szabályozási jellemzőivel is összefüggnek. Belgiumban és Hollandiában például a bankbetétek területén a pénzügyi konglomerátumok részesedése 2000-ben meghaladta a 90 százalékot, míg ugyanez az arány Németországban 10 százalék körül volt (*van Lelyveld-Schilder* [2002]). Az Európai Unió kívüli országok közül például az 1990-es években Ausztráliában is jelentős szerepe volt a pénzügyi konglomerátumoknak (*Bain-Harper* [2000]), míg az Egyesült Államokban 1999-ig (a *Gramm-Leach-Bliley Act* elfogadásáig) a bankok és biztosítók együttműködését jogilag is erőteljesen korlátozták. Magyarország esetében tulajdonlason, illetve közös anyavállalaton keresztül megvalósuló együttműködés is megfigyelhető a hitelintézetek és biztosítók között (2003 végén az ezen együttműködésekben részt vevő hitelintézetek Magyarországon meghatározó piaci részesedéssel bírtak – *MNB* [2004]).

A pénzügyi konglomerátumot alkotó bankok, illetve biztosítók tevékenységének a különböző kockázatok kezelése egyaránt központi területe. Tevékenységük jellegéből is adódóan a bankok és biztosítók részvételével működő *pénzügyi konglomerátumok létrejöttének kockázati hatásai* a gazdaság egésze számára lényeges pénzügyi stabilitással is összefüggnek. Bár ezek a hatások a szakmai érdeklődés középpontjában állnak, e téma közgazdasági hátterével eddig aránylag kis terjedelemben foglalkozott az elméleti szakirodalom. A pénzügyi konglomerátumok kockázatának elemzése amiatt is összetett kérdés, mert a kockázat többféle vonatkozásban is megjelenhet: a bankok és biztosítók tevékenysége során kezelt kockázatok (például a hitelkockázat, illetve a biztosítási kockázat) mellett például az intézmények működésének biztonságát jelző *stabilitási* kockázatot is lehet elemezni. A kockázat számos lehetséges oldala közül e tanulmányban az intézmények stabilitását jellemző kockázattal foglalkozunk. A témával kapcsolatos kutatási előzmények rövid áttekintése után egy, a szakirodalomban újnak számító elméleti keretben a pénzügyi konglomerátumok létrejöttének tranzakciós, motivációs és portfólióhatását különítem el, és e hatások eredőjeként a pénzügyi konglomerátumok létrehozásának a bankok és biztosítók intézményszintű stabilitására ható következményeit elemzem.

### Kutatási előzmények

A pénzügyi konglomerátumok terjedésével párhuzamosan a témával kapcsolatos szakirodalom is folyamatosan bővült, ugyanakkor ennek a jelenségnek a kockázati oldalával elméleti megközelítésben eddig aránylag keveset foglalkoztak. Az eddigiekben e szakirodalmi források főként a gyakorlatban a szabályozási szempontból fontos kockázati területek leírását (például *Horváth-Szombati* [2002]), illetve (néhány ország adatai alapján) a kockázati hatások empirikus mérésének eredményeit (például *Boyd és szerzőtársai* [1993], *Laderman* [1999]) tartalmazták. A pénzügyi konglomerátumok kockázatainak elemzése során e tanulmányok a kockázatnak számos definícióját alkalmazzák, és a különböző tanulmányokban megjelenő elemzési keretek között is jelentős különbségek vannak.

A pénzügyi konglomerátumok kockázatának elemzésében gyakran említett elméleti keret a klasszikus Markowitz-féle portfólióelmélet (*Markowitz* [1991]). A befektetésekhez kapcsolódó szakirodalom e központi jelentőségű elemzési keretében a kockázatot az egyes befektetési lehetőségek hozamainak szórásával mérik, a befektetési lehetőségek kombinálásából (a diverzifikáció során) elérhető kockázatcsökkenés mértéke pedig a befektetési lehetőségek hozamai közötti korrelációtól függ. A bankok és biztosítók együttműködésének kockázati hatásait elemezve ebben a keretben azt vizsgálják, hogy mekkora a bankok és biztosítók hozamainak szórásaihoz képest a bank és biztosító „kombinálásával” kialakuló hozamok szórása, ha figyelembe vesszük a bank és biztosító hozamai

közötti korrelációt. Bár az eredeti Markowitz-elmélet piaci adatok elemzésével foglalkozik, a bankok és biztosítók együttműködéséből származó kockázati hatások empirikus elemzésében gyakori, hogy a hozamokat számviteli adatokból számítják (például *Laderman* [1999]). E megközelítésben a pénzügyi konglomerátumok kockázati hatásainak meghatározása során a bankok és biztosítók hozamai közötti korrelációs együtthatónak központi szerepe van. Mivel a különböző módokon (akár például számviteli adatokból) számított banki és biztosítási hozamok közötti empirikusan mért korrelációs együttható értéke általában egynél kisebb, ezért számos empirikus elemzés (legalábbis az egyik résztvevő intézmény – általában a bank – számára) a „diverzifikációs előnyök” miatt a pénzügyi konglomerátumok kockázatot csökkentő hatását hangsúlyozza (például *Laderman* [1999], *Lown és szerzőtársai* [2000], *Boyd és szerzőtársai* [1993]).

Alaposabban megvizsgálva a kérdést azonban arra a következtetésre juthatunk, hogy a Markowitz-féle portfólióelmélet a pénzügyi konglomerátumok intézményszintű stabilitási kockázatának elemzésére mindössze korlátozott mértékben lehet alkalmas. Ennek fő okai ezen elmélet fontosabb feltevéseiben, illetve az elemzési keret néhány jellemzőjében találhatók:

- az elmélet a kockázat mérésére a hozamok szórását alkalmazza;
- a pénzügyi konglomerátumban esetlegesen létrejövő belső tőkepiac, illetve a belső tranzakciók hatásait ezen elemzési keret figyelmen kívül hagyja;
- az elemzések során a bankok és biztosítók néhány lényeges tulajdonsága (például az eszközök és források eltérő lejáratú szerkezete) szintén figyelmen kívül marad.

A hozamok szórása a befektetéselemzések során a kockázat alkalmas mérőszáma lehet, hiszen a befektetési portfóliók összeállításakor a hozamok csökkenése és növekedése együttesen határozzák meg egy portfólió kockázatát. Az intézményszintű stabilitás szempontjából azonban a kockázat e definícióját érdemes úgy módosítani, hogy az a stabilitás szempontjából kritikus helyzetekre (például az esetleges veszteségek hatásaira) koncentráljon. Az intézményszintű stabilitás elemzésében ezen túlmenően a kockázat meghatározásában a bankok és biztosítók közötti belső tranzakcióknak, illetve e két intézmény működési jellemzőiben található különbségeknek is fontos szerepe van. Erre például a pénzügyi konglomerátumok kockázataival foglalkozó új európai uniós direktíva csoporton belüli tranzakciókra vonatkozó részei is felhívják a figyelmet.

A pénzügyi konglomerátumok kockázatainak elemzésében a konglomerátumokkal kapcsolatos szakirodalom eredményei is felhasználhatók. A szakirodalom egyik klasszikusának tekinthető írásában *Lewellen* [1971] megállapítja, hogy a hitel visszafizetésének valószínűsége csökkenhet, ha két olyan, ugyanakkora hitellel rendelkező vállalat egyesül, amelynek pénzáramlása egymástól független. Egy másik, a vállalatok optimális döntéshozatalát vizsgáló elemzési keretben *Boot–Schmeits* [2000] a piaci fegyelemnek, illetve a termékpiaci versenyhelyzetnek a konglomerátumok kockázatára gyakorolt együttes hatását vizsgálják. Modelljükben a szerzők megállapítják, hogy a konglomerátum létrehozásának kockázatonövelő és kockázatsökkentő hatásai is lehetnek. A modell fontos következtetése, hogy a modellben alkalmazott feltevések mellett a konglomerátum létrehozása összességében akkor csökkentheti a kockázatot, ha a vállalat termékeinek piacán viszonylag erős a verseny, valamint aránylag gyenge a piaci fegyelem (ami a vállalat finanszírozási költségeinek meghatározásában játszik szerepet). *Boot–Schmeits* [2000] írása az elemzések során a kockázat és a kockázatvállalás fogalmát nem különíti el határozottan, a kockázatvállalást pedig az egyes befektetésekkel kapcsolatos monitorozási intenzitással méri.

A konglomerátumok szakirodalmában található megállapítások – a portfólióelmülethez hasonlóan – szintén csak jelentős korlátozásokkal lehetnek alkalmasak a pénzügyi konglomerátumok kockázatának elemzésére. Bár a konglomerátumok elméletében szerepelnek a részt vevő vállalatok közötti belső tranzakciókkal foglalkozó elemzések, azonban a

pénzügyi konglomerátumok intézményszintű kockázatának elemzésénél a következő hiányosságokkal kell számolni.

– A kockázat definíciója e modellekben az elemzési keret felépítésétől is függ, esetenként a kockázatvállalás és a kockázat fogalma nem különül el határozottan.

– A konglomerátumok szakirodalma foglalkozik a belső tranzakciók, illetve a belső tőkepiac jelenségével, azonban ennek során általában az egyik alapfeltevés az, hogy a konglomerátumok részlegei között az erőforrások korlátlanul átcsoportosíthatók. E feltevés a pénzügyi konglomerátumok elméletében nem alkalmazható, mivel – az ügyfelek pénzének védelme érdekében is – a bankok és a biztosítók eszközeinek elkülönítésére általában szigorú szabályozás vonatkozik.

– Az elemzések során a bankok és biztosítók számos, a következtetések szempontjából lényeges tulajdonsága (például az eszközök és a források eltérő lejáratú szerkezete) a Markowitz-féle portfólióelmélethez hasonlóan szintén figyelmen kívül marad.

A bankok és biztosítók speciális tulajdonságainak a modellfeltevésekbe való beépítése általában igen ritka a szakirodalomban. *Kariya* [2000] például egyperiódusos modelljében a bankok és biztosítók néhány jellemzője alapján, többnyire konstansnak feltételezett paraméterek mellett azt mutatja be, hogy az együttműködés során a tevékenység kockázata bizonyos paraméterbeállítások esetében csökkenhet is.

A Markowitz-féle portfólióelmélet, a konglomerátumok kockázatának elméletéhez kapcsolódó írások, illetve a témához kapcsolódó többi tanulmány tehát mindössze kiindulópontul szolgálhatnak a pénzügyi konglomerátumok intézményszintű stabilitási kockázatának elemzésénél. Ezen elméletek azonban bemutatják, hogy a kockázati hatások kialakítása során az intézmények eredeti kockázatainak, a pénzügyi konglomerátumon belül esetlegesen létrejövő belső tranzakcióknak, a piaci fegyelemnek, illetve az intézmények döntéshozatali mechanizmusainak szintén szerepe lehet.

A pénzügyi konglomerátumok létrejöttével kapcsolatban – főként a kockázatok verbális leírása során – a szakirodalom néhány további kockázati hatásra is felhívja a figyelmet. A szakirodalom megemlíti például, hogy a létrejött pénzügyi konglomerátumban megtörténhet, hogy a biztosító pénzügyi problémái áttérjednek a bankra, és ezáltal megfertőzhetik az egész bankszektor is (*Morrison* [2002]), emellett a pénzügyi konglomerátum létrejötte a piaci versenyhelyzetet is módosíthatja, valamint a jegybank esetleges későbbi terhei is megnövekedhetnek (például a *túl nagy a csódhöz* problémájának erősödése miatt).

A témához kapcsolódó szakirodalom áttekintése után megállapítható, hogy a pénzügyi konglomerátumok létrejöttének kockázati hatásaival kapcsolatban a korábbi szakirodalomban nincs olyan elméleti modell, amely minden szükséges feltevést a megfelelő korlátozásokkal egyidejűleg tartalmazna. Az intézményszintű stabilitást érintő kockázati hatások elméleti vizsgálatához olyan modellre van szükség, amely az eddigi elméleti modellek fő érdemeit lehetőleg azok hátrányai nélkül tartalmazza. A következőkben néhány további szükséges feltevést is beépítve egy ilyen modellt mutatunk be.

## A modell

Az itt következő modell alapján a bankok és biztosítók pénzügyi konglomerátumban való együttműködéséből származó kockázati hatásokat vizsgáljuk. Az eddig publikált eredményekre építünk, bizonyos alkotóelemeinek kialakítását a meglévő szakmai írásokban található módszerek és eredmények inspirálták. A bemutatott modell a szakirodalomban eddig megjelent, a bankok és biztosítók működésével foglalkozó elméleti írások alapjairól kiindulva egy új vizsgálati keretet alakít ki a bankok és biztosítók együttműködésének elemzésére.

A modellezés során arra törekedtem, hogy a banki és biztosítási tevékenységek legfontosabbnak tartott vonásait emeljem ki. A modell tehát nem vállalkozik arra, hogy a gyakorlatban tapasztalható helyzetek pontos mása legyen, ehelyett azt célozza, hogy egy általános keret felvázolásával bemutassa, melyek azok a tendenciák és jelenségek, amelyek a banki és biztosítási tevékenység legfontosabb vonásainak együttes hatására kialakulhatnak. Mivel a modell csak a legfontosabb sajátosságok kiemelésére törekszik, ezért az eredmények közül azok lehetnek igazán érdekesek, amelyek a lehetséges kedvezőtlen folyamatokra hívják fel a figyelmet.

### Definíciók

A modellben a *pénzügyi konglomerátum* egy alapvetően betétek gyűjtésével foglalkozó (kereskedelmi) bank és egy biztosítási kockázat vállalása ellenében díjbevételeket gyűjtő és befektető biztosító együttműködése révén jön létre. Feltételezzük, hogy a bank és a biztosító teljes egészében (100 százalékban) egy közös tulajdonos tulajdonában van, aki a bank és a biztosító hosszú távon keletkező profitja felett rendelkezik, illetve a veszteségek rendezéséről gondoskodik.

A modell a pénzügyi konglomerátumok *intézményszintű stabilitási kockázatát* az egyes intézmények esetében a fizetésképtelenség (inszolvencia) valószínűségével méri. Fizetésképtelenségen a modellben azt a helyzetet értjük, amikor a pénzügyi intézmények hosszú távon nem képesek eleget tenni fizetési kötelezettségeiknek. Az elméleti modell dinamikus szemléletű olyan értelemben, hogy figyelembe veszi a bankok és biztosítók eszközforrás szerkezetében jelentkező lejárati eltéréseket, és emiatt megkülönböztet egy „rövid” és egy „hosszú” időtávot, amelyek esetében a bank és a biztosító számára különböző pénzáramlások fordulhatnak elő. A modellben alkalmazott feltevések mellett a rövid időtáv eltelte után a pénzügyi intézményeknek nem lehetnek fizetési problémái. Valamely pénzügyi intézményt akkor nevezünk *fizetésképtelennek (inszolvensnek)*, ha a hosszú időtáv végén a bevételei nem elegendők a kötelezettségei kifizetésére.<sup>2</sup>

A modellben az intézményszintű stabilitási kockázat és a kockázatvállalás fogalma elkülönül. A *kockázatvállalást* a bank esetében vizsgáljuk, és a bank által megállapított hitelkamattal mérjük. A feltevések szerint a magasabb hitelkamat csökkenti a hitel-vissza-fizetés valószínűségét, tehát a modellben a magasabb hitelkamatot a nagyobb hitelkockázat vállalásának tekintjük (ez a feltevés például *Stiglitz–Weiss [1981]* feltevéseihez hasonló).

A modellben *tőkepiacnak* nevezük az intézmények finanszírozásában szerepet játszó egyes források beszerzésének helyét. A *külső tőkepiacról* való forrásszerzés a modellben azt jelenti, hogy a forrás nem a pénzügyi konglomerátumon belülről származik, míg a *belső tőkepiac* esetében a finanszírozási forrás a pénzügyi konglomerátumon belülről származik.

A *forrásköltség* a modellben a különböző finanszírozási források után fizetendő kamatokat jelenti.

A *tőkepiaci fegyelem* a modellben azt mutatja meg, hogy a bank kockázatvállalásának hatása miként tükröződik a különböző források után fizetendő kamatokban (vagyis hogy a kockázatvállalás hogyan hat a forrásköltségre).

A modellben alkalmazott fontosabb jelölések a következők:

*n*: a bank kihelyezett hiteleinek száma,

*H*: egy kihelyezett hitel összege,

<sup>2</sup> A modell az inszolvencia meghatározásakor a saját tőke értékét (a tőkemegfelelési kritériumoknak megfelelő szinten) adottnak feltételezi.

$R_H$ : a hitelek lejáratakor a hiteladós által egy egységnyi hitel után fizetendő teljes összeg [ $R_H = (1 + r_H)$ , ahol  $r_H$  a hitel teljes – hosszú távú – futamidejére vonatkozó kamat],

$p_H(R_H)$ : a hitel nem fizetési valószínűség,

$B_0$ : kezdeti betétállomány nagysága,

$x(R_H)$ : modellben rövid távon a bankban megmaradó betétek aránya,

$t$ : a betétállomány kötelező tartalékrátája,

$R_B$ : egységnyi betét elhelyezéséből származó összeg [ $R_B = (1 + r_B)$ , ahol  $r_B$  a betétekre rövid távon járó kamat],

$R_{likv}(R_H)$ : egységnyi felvett likviditási hitel után fizetendő teljes összeg [ $R_{likv} = (1 + r_{likv})$ , ahol  $r_{likv}$  a kamat],

$R_{biztosító}(R_H)$ : a bank által a belső tőkepiacon a biztosítótól kapott egységnyi finanszírozási forrás után fizetendő teljes összeg [ $R_{biztosító} = (1 + r_{biztosító})$ , ahol  $r_{biztosító}$  a kamat],

$m$ : a biztosítási szerződések száma,

$p$ : a biztosítási esemény bekövetkezésének valószínűsége,

$S$ : a biztosítási összeg (a biztosítási esemény bekövetkezése esetén a biztosító által fizetendő összeg),

$R_1$ : a biztosító befektetési esetében a befektetések „kedvező” hozama mellett egységnyi befektetés hozammal növelt értéke,

$R_2$ : a biztosító befektetési esetében a befektetések „kedvezőtlen” hozama mellett egységnyi befektetés hozammal növelt értéke,

$\beta$ : a biztosító által befektetésre szánt pénznek a bankban befektethető aránya.

A modellben feltételezzük, hogy  $x(R_H)$ -nak az  $R_H$  szerinti első és második deriváltja negatív, valamint hogy  $p_H(R_H)$ -nak,  $R_{likv}(R_H)$ -nak és  $R_{biztosító}(R_H)$ -nak az  $R_H$  szerinti első és második deriváltja pozitív.

### A bank modellje

A bankot alapvetően kereskedelmi banknak tekintjük: a bank betéteket gyűjt, amelyeket saját tőkéjével együtt – a likviditási szabályok alkalmazása mellett – hitelek nyújtására fordít. A modell feltevései szerint a betétesek a betéteket a hitelek visszafizetése előtt kivehetik a bankból.<sup>3</sup> A modellben a bank a hosszú távú hitelkihelyezések és a rövid távra elhelyezett betétek lejáratának különbözősége miatt rövid távon likviditási kockázatnak van kitéve, amelynek kezelésére a likviditási tartalék szolgál (ezt a tartalék-előírásonak megfelelően az aktuális betétállományt figyelembe véve képezik). A modell feltételezi, hogy a bank szükség esetén likviditási hitelhez juthat, amely esetében a fizetendő kamat tőkepiaci fegyelem meglétekor a bank kockázatvállalásának növekvő függvénye. A bankot a betétek piacán „árelfogadónak” tételezzük fel, ami azt is jelenti, hogy a betétgyűjtéssel történő forrásszerzés költsége nem változik a betétállomány növekedésével.<sup>4</sup> A hitelállomány a feltételezések szerint azonos kockázatú hitelekből tevődik össze, és a felvett hitelek összege is azonos. A modellben a hiteleket vagy teljesen – kamatokkal

<sup>3</sup> A modell feltételezi a fejlett gazdaságokban elterjedt betétbiztosítási rendszer meglétét, így a betétekre fizetendő kamat nagyságát a bank kockázatvállalása nem befolyásolja. A modell feltevései alapján a betétesek értesülhetnek a bank által felszámított hitelkamattól is, és a növekvő hitelkamattal a betétesek egy részét a betétek visszavonására ösztönözheti még akkor is, ha a betétbiztosítási rendszer megléte miatt a betéteket kamattal együtt mindenféleképpen visszakapják.

<sup>4</sup> Az elméleti modell e feltevései a gyakorlatban módosulhatnak abban az esetben, amikor a betétek között kockázatarzékony tételek is találhatók, illetve a likviditási hitelek esetében a kockázati árazás (a kockázatnak a felszámított kamatban történő megjelenése) kisebb szerepet kap.

együtt – visszafizetik, vagy pedig egyáltalán nem fizetik vissza a lejárat végén (a lejárat végéig a hitelek nem likvidek: a bank ezen eszközeit lejárat előtt nem tudja „pénzzé tenni”). A bank által meghatározott hitelkamat  $[r_H, (1+r_H) = R_H]^5$  a modellben a szakirodalom több írásában (például *Blum* [1998], *Stiglitz–Weiss* [1981]) megfogalmazott feltevésekhez hasonlóan hatással van a hitel-visszafizetés valószínűségére.

Jelölje  $\xi_{1j}$  a  $j$ -edik folyósított hitel esetében a következő (karakterisztikus) valószínűségi változót:<sup>6</sup>

$$\xi_{1j} = \begin{cases} 0, & \text{ha a hitelt visszafizetik,} \\ 1, & \text{ha a hitelt nem fizetik vissza.} \end{cases}$$

Legyen  $\xi_{1j}$  valószínűsége  $P(\xi_{1j}) = p_H(R_H)$ , a folyósított hitelek száma  $n$ , és jelölje  $\xi_1$  a  $\xi_{1j}$  valószínűségi változók összegét:

$$\xi_1 = \xi_{11} + \xi_{12} + \dots + \xi_{1n}.$$

Ebben az esetben a  $\xi_1$  valószínűségi változó eloszlása binomiális.<sup>7</sup>

A modellben a hitelek visszafizetését időben megelőzi a betétállomány egy részének esetleges visszavonása, így a hitelek visszafizetéséből befolyó összegnek a kamattal növelt betétállomány kifizetésén túl a visszavont betétállomány miatt felvett további hitelek (például a külső tőkepiacról bevont likviditási hitelek vagy esetlegesen a belső tőkepiacról szerzett további források) kifizetésére is fedezetet kell nyújtania. A hitelek és kamataik visszafizetéséből a bank kötelezettségeinek kifizetése után megmaradó összeg (pénztöbblet) a bank profitja. A modell feltevései szerint a bank a kockázatvállalást jelentő döntéseivel a hitelek visszafizetésekor várható pénztöbbletének<sup>8</sup> (a várható profitjának) maximalizálására törekszik. Az optimális hitelkamat meghatározásához  $R_H$  értéket számítjuk ki (bizonyítás a *Függelékben*):

$$R_H^* = \frac{1 - p_H(R_H)}{\frac{dp_H(R_H)}{dR_H}} + \frac{dx(R_H)}{dR_H} \cdot \frac{B_0 \cdot [t \cdot R_B - 2R_B + 1 + R_{\text{ikv}}(R_H) \cdot (R_B - t)]}{n \cdot H \cdot \frac{dp_H(R_H)}{dR_H}} - \frac{\frac{dR_{\text{ikv}}(R_H)}{dR_H} \cdot B_0 \cdot \{R_B \cdot [1 - x(R_H)] - t \cdot R_B + t \cdot x(R_H)\}}{n \cdot H \cdot \frac{dp_H(R_H)}{dR_H}}.$$

Az optimális hitelkamat egyben a bank hosszú távú fizetéképtelenségének (inszolvenciájának) valószínűségét is meghatározza. Az inszolvencia valószínűségét a modellben a

<sup>5</sup> Az érdemi következtetések módosítása nélkül a jelölések egyszerűsítése érdekében az elemzésben  $r_H$  hitelkamat helyett az  $R_H = 1 + r_H$  értéket alkalmazzuk.  $R_H > 1$  azt a szorzószámot jelenti, amellyel a felvett hitel összegét megszorozva meghatározható a hitel-visszafizetés esetén a banknak járó pénzösszeg.

<sup>6</sup> A hitelállomány felépítésének modellezése *Kariya* [2000] modelljéhez hasonlóan történik.

<sup>7</sup> A karakterisztikus változók összegének eloszlása binomiális eloszlást ad. A modellben feltételezzük,

hogy  $\frac{dp_H(R_H)}{dR_H} > 0$  és  $\frac{dp_H^2(R_H)}{dR_H^2} > 0$ , vagyis hogy ha a bank megemeli a hitelkamatot, akkor egy eredetileg

magasabb szinten lévő hitelkamat esetében nagyobb mértékben növekszik a hitel vissza nem fizetésének esélye, mint egy eredetileg alacsonyabb szinten lévő hitelkamat esetében. A hitel vissza nem fizetésének valószínűsége természetesen maximum 1 lehet.

<sup>8</sup> Az elemzés szóhasználatában a pénztöbblet és a profit fogalma hasonló értelemben fordul elő. A *pénztöbblet* kifejezés gyakoribb említésének a háttérében az áll, hogy kifejezőbbnek, illetve a *profit* kifejezéssel szemben a gazdasági szóhasználat más területein való ritkább alkalmazása következtében a jelenség leírására alkalmasabbnak tartottam.

bank esetében a  $\xi_1$  valószínűségi változó segítségével számítjuk. Annak valószínűsége, hogy a hosszú távú időszak végén a bank tényleges pénztöbblete nem lesz elegendő a kötelezettségeinek (betéteknek, illetve a likviditási hitelnek) a kifizetésére:

$$P\{H \cdot R_H \cdot (n - \xi_1) + B_0 \cdot x(R_H) \cdot t \cdot R_B - B_0 \cdot (R_B - 1) \cdot x(R_H) - B_0 \cdot x(R_H) \cdot R_B - B_0 \cdot [(1 - x(R_H)) \cdot R_B + t \cdot [x(R_H) - R_B]] \cdot R_{\text{likv}}(R_H) < 0\}.$$

Ezt a képletet átrendezve a következő valószínűséget kapjuk:

$$P\left(\xi_1 > \frac{n \cdot H \cdot R_H + C}{H \cdot R_H}\right),$$

ahol

$$C = B_0 \cdot x(R_H) \cdot t \cdot R_B - B_0 \cdot (R_B - 1) \cdot x(R_H) - B_0 \cdot x(R_H) \cdot R_B - B_0 \cdot [(1 - x(R_H)) \cdot R_B + t \cdot [x(R_H) - R_B]] \cdot R_{\text{likv}}(R_H).$$

Ez a valószínűség – a  $\xi_1$  binomiális valószínűségi változó lévén – megfelelően nagy állomány ( $n \rightarrow \infty$ ) esetén<sup>9</sup> tart a normális eloszláshoz. Annak valószínűsége, hogy a bank a hosszú távú időszak végén fizetéseképtelen lesz:

$$1 - \Phi\left(\frac{\frac{n \cdot H \cdot R_H + C}{H \cdot R_H} - n \cdot p_H(R_H)}{\sigma_1(R_H)}\right),$$

ahol  $\Phi(z)$  a standard normális eloszlású valószínűségi változó eloszlásfüggvénye és

$$\sigma_1(R_H) = \sqrt{n \cdot p_H(R_H) \cdot [1 - p_H(R_H)]}.$$

A továbbiakban alkalmazzuk a következő jelölést:

$$Z_{\text{bank}} = \frac{n \cdot H \cdot R_H + C - n \cdot p_H(R_H) \cdot H \cdot R_H}{H \cdot R_H \cdot \sigma_1(R_H)} = \frac{B(R_H)}{H \cdot R_H \cdot \sigma_1(R_H)}.$$

A hosszú távú időszak végén tehát a bank inszolvenca-valószínűsége:

$$P_{\text{bank}} = 1 - \Phi(Z_{\text{bank}}).$$

### A biztosító modellje

A biztosító modellje a bankéhoz hasonlóan azon az elven alapul, hogy a modellnek a szektor legfontosabb jellemzőit kell kiemelnie. A biztosítások a gyakorlatban rendkívül sokféle formában jelenhetnek meg, a modell azonban nem deklarálja külön, hogy melyik biztosítási fajtáról van szó, hanem a biztosítási tevékenység általános vonásait (a bankokénál likvidebb eszközállományt és a bankokénál hosszabb futamidejű forrásállományt) emeli ki. A modellben a biztosító a biztosításmatematikai módszerek alapján megállapított egyszeri díjat beszedi a biztosítási szerződést kötő ügyféltől, amelyből díjtartalékot képez, és ezt saját tőkéjével együtt befekteti. A befektetési hozamok a modellben egy

<sup>9</sup> Ha  $n$  elég nagy, ez általában már körülbelül  $n = 100$ -tól is megfelelő lenne, de a bank hiteleinek számáról feltételezhetjük hogy ezt jóval meghaladja.



befektetési periódus során kétfélek lehetnek: a hozamok vagy „kedvezően”, vagy „kedvezőtlenül” alakulnak; a befektetések tehát kockázatosak, ugyanakkor a feltevések szerint rövid távon is likvidék (a „kedvező” hozam elérésének valószínűsége a modellfeltevések szerint 1/2). A modellben jelölje  $\xi_{2j}$  a  $j$ -edik biztosítási kötvény esetében a következő (karakterisztikus) valószínűségi változót:<sup>10</sup>

$$\xi_{2j} = \begin{cases} 0, & \text{ha nem következik be a biztosítási esemény,} \\ 1, & \text{ha a } j\text{-edik biztosítási kötvénynél bekövetkezik a biztosítási esemény.} \end{cases}$$

Jelölje  $\xi_2$  binomiális eloszlású valószínűségi változó a  $\xi_{2j}$  valószínűségi változók összegét:

$$\xi_2 = \xi_{21} + \xi_{22} + \dots + \xi_{2m}.$$

A biztosítási kifizetések a biztosítási szerződésre jellemző valószínűségi változótól függenek, és időben a bank hiteleinek visszafizetésekor esedékesek.<sup>11</sup> A bank modelljéhez hasonlóan a biztosító esetében is kiszámítható a bank hiteleinek visszafizetése időpontjában esedékes pénztöbbletnek (a biztosító profitjának) a nagysága. A biztosító modellje alapján meghatározható azon összeg is, amelyet a jogszabályi korlátozások figyelembevételével a biztosító a bank számára a pénzügyi konglomerátum belső tőkepiacán a bankban befektethet.

A biztosító esetében a bankhoz hasonló eljárással számíthatjuk az inszolvenca valószínűségét, ehhez azonban figyelembe kell venni, hogy a biztosító a befektetési portfólió értékalakulásától függően különböző befektetett állománnyal rendelkezhet a hosszú távú időszak végén. Ennek ismeretében a biztosítónál a hosszú távú időszak végén minden lehetséges befektetési hozam esetére ki kell számítani a fizetéseképtelenség valószínűségét, majd a kapott értékeket a valószínűségükkel súlyozva kiszámítható a biztosító inszolvenciájának valószínűsége, ami például abban az esetben, ha a befektetési hozamok rendre kedvezően alakulnak:

$$P(BEF \cdot R_1^2 - \xi_2 \cdot S < 0) = P\left(\xi_2 > \frac{BEF \cdot R_1^2}{S}\right),$$

ahol  $BEF = m \cdot p \cdot S \cdot (1 + \text{esetleges biztonszági pótlék}) + \text{a biztosító saját tőkéje}$ .

Ez a valószínűség – a  $\xi_2$  binomiális valószínűségi változó lévén – megfelelően nagy állomány ( $m \rightarrow \infty$ ) esetén<sup>12</sup> tart a normális eloszláshoz. Annak valószínűsége hogy a biztosító hosszú távon inszolvens lesz:

$$1 - \Phi\left(\frac{\frac{BEF \cdot R_1^2}{S} - m \cdot p}{\sigma_2}\right),$$

ahol  $\Phi(z)$  a standard normális eloszlású valószínűségi változó eloszlásfüggvénye és

$$\sigma_2 = \sqrt{m \cdot p \cdot (1 - p)}.$$

<sup>10</sup> A biztosítási kötvényekből álló állomány felépítésének modellezése *Kariya* [2000] modelljéhez hasonló.

<sup>11</sup> A modellben azonban nincs közvetlen kapcsolat a banki hitelek és a biztosítási kötvények között.

<sup>12</sup> Ha  $m$  elég nagy, ez általában már körülbelül  $m = 100$ -tól is megfelelő lenne, de a biztosító állományában általában ennél jóval több biztosítási szerződés is van.

A továbbiakban a következő jelölést alkalmazzuk:

$$Z_{\text{biztosító}_1} = \frac{BEF \cdot R_1^2 - m \cdot p}{S \sigma^2} = \frac{I_1}{S \cdot \sigma_2}.$$

Az indexben az 1 arra utal, hogy a biztosító hozamai rövid és hosszú távon is kedvezően alakultak. Attól függően, hogy rövid és hosszú távon hogyan alakultak a biztosító hozamai, ehhez hasonlóan meghatározható  $Z_{\text{biztosító}_i}$  értéke is ( $i = 2, 3, 4$ ).<sup>13</sup>

Mivel a modellfeltevések szerint a „kedvező” és a „kedvezőtlen” hozamok elérésének valószínűsége egy adott periódusban 1/2, a biztosító hosszú távú fizetéseképtelenségének valószínűségét a következőképpen határozhatjuk meg:

$$P_{\text{biztosító}_i} = \sum_{i=1}^4 \frac{1}{4} \cdot [1 - \Phi(Z_{\text{biztosító}_i})].$$

#### *A pénzügyi konglomerátum modellje*

A pénzügyi konglomerátum a modellben definíciószerűen a bank és a biztosító intézményből összeállított „szervezeti egység”, amely azonban nem jogi egység: azt feltételezzük, hogy a bank és a biztosító ekkor ugyanazon (teljes egészében saját tőkéből finanszírozott) holdingtársaság 100 százalékos tulajdonában van. A feltételezések szerint a pénzügyi konglomerátumban részt vevő bank és biztosító eszközei teljesen elkülönülnek egymástól, azonban eredményük felett a holding rendelkezik. Ez azt jelenti, hogy például ha a banknak pozitív eredménye keletkezik, miközben a biztosítónál nem tudnak minden fizetési kötelezettségüknek eleget tenni, akkor a bank pozitív eredményéből (amelyre a bankban a fizetési kötelezettségek kiegyenlítésénél már nincs szükség) a biztosítónál hiányzó összeget kifizethetik. Technikai szempontból ez a feltevés annyiban reálisnak tekinthető, hogy a bank nyereségével a tulajdonos (ebben az esetben a holding) rendelkezik, amit például a biztosítónál tőkeemelésre is fordíthat. Ez a művelet ekkor a modellben a bank biztonságos működését sem veszélyezteti, mivel csak a keletkezett nyereséget vonhatják el a banktól, azokat az eszközöket nem, amelyek a betétesek felé fennálló, illetve az egyéb kötelezettségeik kiegyenlítésére szolgálnak.<sup>14</sup>

A pénzügyi konglomerátum esetében a hosszú távú fizetéseképtelenség (inszolvenca) valószínűségének számításakor azt vizsgáljuk, hogy a bank és a biztosító együttes pénztöbblete a hosszú távú időszak végén negatív-e. Amennyiben az együttes pénztöbblet a hosszú távú időszak végén negatív érték lenne, ez azt jelentené, hogy a bank és a biztosító együttes pénzeszközei nem elegendők a bank és a biztosító kötelezettségeinek kifizetésére. A modellfeltevések alapján ekkor az történik, hogy a jogilag különálló vállalatok közül a jogilag inszolvenseknek megszűnik a működése, a jogilag szolvenseknek pedig

<sup>13</sup> Az indexben a 2 azt jelenti, hogy először kedvezően, aztán kedvezőtlenül alakultak a befektetési hozamok, a 3 arra utal, hogy először kedvezőtlenül, aztán kedvezően alakultak a hozamok, a 4 pedig akkor szerepel az indexben, ha rendre kedvezőtlen hozamalakulás jellemezte a biztosító befektetéseit. Ezekben az esetekben a képletekben különbség az, hogy a képletben  $BEF \cdot R_i^2$  helyett  $i = 2$  és  $i = 3$  esetekben,  $BEF \cdot R_1 \cdot R_2$ ,  $i = 4$  esetben pedig  $BEF \cdot R_3^2$  szerepel.

<sup>14</sup> Magyarországon az 1997. évi CXLIV. törvény 296. § alapján a 100 százalékos tulajdonban lévő leányvállalat kötelezettségeiért még korlátozott felelősséggel rendelkező társaságok esetében is korlátlanul tehető az anyavállalat felelőssége.

jogi okokból ugyan nem kellene megszüntetnie a működését, de a konglomerátum tulajdonosi kapcsolatai miatt az inszolvens vállalat kötelezettségeinek minél nagyobb mértékű kifizetése érdekében a tulajdonosok értékesítik a jogilag szolvens vállalat eszközeit. Ez azt okozza, hogy abban az esetben, ha a bank és a biztosító együttes pénztöbblete a hosszú távú időszak végén negatív, akkor a jogilag esetleg szolvens vállalatok sem működnek tovább változatlan formában, azaz a pénzügyi konglomerátum változatlan formában nem tudja folytatni a működését. A modellben a pénzügyi konglomerátum fizetési képtelensége tehát a jogilag szolvens vállalatok kötelezettségeinek kifizetését nem érinti; a kötelezettségeket a jogilag szolvens vállalatoknál maradéktalanul kifizetik, viszont a jogilag szolvens vállalatoknál esetlegesen meglévő pénztöbbletet elvonják, és a jogilag inszolvens vállalat kötelezettségeinek kifizetésére fordítják.

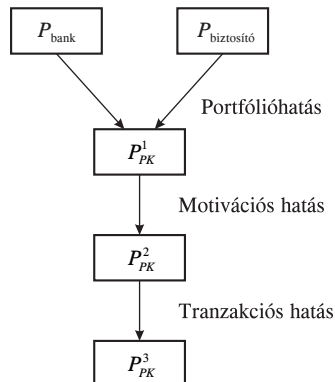
A pénzügyi konglomerátum működését a modellben tehát  $\xi_1$  és  $\xi_2$  valószínűségi változó is befolyásolja. A pénzügyi konglomerátumban a bank kockázatvállalását befolyásoló fontos tényező, hogy a létrejövő belső tőkepiacon (a biztosító rövid távon is likvid eszközállománya miatt) a bank forrásokhoz juthat (természetesen csak a jogszabályokban meghatározott korlátozások figyelembevételével).

### Kockázati hatások

A pénzügyi konglomerátumok létrejöttkor számos kockázati hatás jelenhet meg. Az (inszolvenca valószínűségével mért) intézményszintű stabilitási kockázatokra e cikk ezek közül három kockázati hatást különböztet meg. A bemutatott modellben feltételezzük, hogy a pénzügyi konglomerátum részeként a bank és a biztosító közötti kapcsolatot az jelenti, hogy bizonyos esetekben eredményeik egymás között átcsoportosíthatók, illetve hogy a bank (meghatározott korlátozásokkal) a létrejövő belső tőkepiacon a biztosítótól is felvehet hitelt. A következőkben az eredmények egymás közötti átcsoportosításával kapcsolatos portfólióhatást és a belső tőkepiac megjelenéséhez kapcsolódó motivációs és tranzakciós hatást elemezzük. Az 1. ábra a modellbeli teljes kockázati hatás részekre bontását illusztrálja (az ábrán  $P_{PK}^1$ ,  $P_{PK}^2$  és  $P_{PK}^3$  a pénzügyi konglomerátum különböző feltételek melletti fizetési képtelenségének valószínűségét jelölik):

1. ábra

A teljes kockázati hatás felbontása



Teljes hatás = portfólióhatás + motivációs hatás + tranzakciós hatás

Az egyik fő kérdés ahhoz kapcsolódik, hogy a bank és a biztosító számára kockázati szempontból előnyös-e a pénzügyi konglomerátum létrehozása. A modell keretein belül e kérdésre olyan módon keressük a választ, hogy a különállóan működő bank, illetve biztosító fizetéseképtelenségének a valószínűségét ( $P_{\text{bank}}$  és  $P_{\text{biztosító}}$ ) összehasonlítjuk a pénzügyi konglomerátumot jellemző azon inszolvenca-valószínűséggel, amely az összes modellbeli kockázati hatást tartalmazza ( $P_{PK}^3$ ).

### A portfólióhatás

A modellben a portfólióhatás kialakulása a bank és a biztosító pénztöbbletének átcsoportosíthatóságával függ össze. A portfólióhatást a bank és a biztosító szempontjából is vizsgálhatjuk. Ehhez először kiszámítjuk, hogy mekkora lenne annak a valószínűsége, hogy a pénzügyi konglomerátum fizetéseképtelen, ha a pénzügyi konglomerátumon belül nem lenne belső tőkepiac (tehát a bank korlátozásokkal sem juthatna hitelhez a biztosítótól), és a bank és a biztosító között az egyetlen kapcsolat az lenne, hogy a hitelek lejáratának időpontjában a két intézmény eredményét (pénztöbbletét) egymás között az intézmények tulajdonosai átcsoportosíthatnák (tehát a kötelezettségek kifizetése után maradó nyereségből a másik intézmény esetleges veszteségeit finanszíroznák a tulajdonosok). A portfólióhatást ezután a pénzügyi konglomerátumra jellemző fizetéseképtelenségnek ilyen módon kiszámított valószínűsége és a különálló bank és biztosító fizetéseképtelenségének valószínűsége közötti különbségként értelmezzük. A portfólióhatás elnevezése arra utal, hogy a különböző portfóliók kialakításakor bizonyos pénzáramlások „keverésére” kerül sor, amelynek kockázati hatásai is lehetnek (például *Markowitz* [1991]).

A pénzügyi konglomerátumban a bank és biztosító együttes pénztöbblete hosszú távon (alkalmazva az eddigi jelöléseket, és feltéve hogy a biztosító befektetési hozamai rendre „kedvezően” alakultak):

$$BEF \cdot R_1^2 - \xi_2 \cdot S + H \cdot R_H \cdot n - H \cdot R_H \cdot \xi_1 + C.$$

A pénzügyi konglomerátum fizetéseképtelenségének a valószínűségét az előzők alapján minden olyan esetre ki lehet számolni, amelyre a biztosító esetében inszolvenca-valószínűséget számoltunk (a biztosító befektetési hozamainak alakulásával összefüggésben). A pénzügyi konglomerátum fizetéseképtelenségének a valószínűsége abban az esetben, ha a biztosító befektetési hozamai rendre kedvezően alakultak:

$$\begin{aligned} P(BEF \cdot R_1^2 - \xi_2 \cdot S + H \cdot R_H \cdot n - H \cdot R_H \cdot \xi_1 + C < 0) = \\ = P(H \cdot R_H \cdot \xi_1 + S \cdot \xi_2 > BEF \cdot R_1^2 + H \cdot R_H \cdot n + C). \end{aligned}$$

A  $H \cdot R_H \cdot \xi_1$  és a  $S \cdot \xi_2$  valószínűségi változóról feltételezzük hogy közöttük a kovariancia nulla és együttes eloszlásuk  $n \rightarrow \infty$  és  $m \rightarrow \infty$  esetén tart a normális eloszláshoz. E feltételek mellett a pénzügyi konglomerátum inszolvenca-valószínűségének értékét  $n \rightarrow \infty$  és  $m \rightarrow \infty$  esetén a biztosító befektetéseinek hozamalakulásától függően a következőképpen határozhatjuk meg ( $j = 1, \dots, 4$ ):

$$1 - \Phi \left( \frac{B(R_H) + I_j}{\sqrt{H^2 \cdot R_H^2 \cdot \sigma_1(R_H)^2 + S^2 \cdot \sigma_2^2}} \right).$$

Bevezetjük a következő jelölést:

$$Z_{PK,1} = \frac{B(R_H) + I_1}{\sqrt{H^2 \cdot R_H^2 \cdot \sigma_1(R_H)^2 + S^2 \cdot \sigma_2^2}}.$$

Az indexben az 1 arra utal, hogy a biztosító hozamai rövid és hosszú távon is kedvezően alakultak. Attól függően, hogy rövid és hosszú távon hogyan alakultak a biztosító hozamai, az index 2, 3 és 4 értéket is felvehet.<sup>15</sup> A pénzügyi konglomerátum fizetési képességének a valószínűségét ezután a  $Z_{PK_i}$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) értékek alapján (a biztosító fizetési képességének a valószínűségéhez hasonlóan) számíthatjuk ki ( $Z_{PK_i}$  esetében a különböző hatások megkülönböztetése érdekében bevezetjük a felső indexelést is):

$$P_{PK}^1 = \sum_{i=1}^4 \frac{1}{4} \cdot [1 - \Phi(Z_{PK_i}^1)].$$

A pénzügyi konglomerátum létrehozása következtében kialakuló portfólióhatás mértéke eltérhet a bank és a biztosító esetében. A portfólióhatást az egyes intézmények (bank, illetve biztosító) eredetileg, különálló intézményként jellemző fizetési képesség valószínűsége és a pénzügyi konglomerátumban jellemző fizetési képesség valószínűsége közötti különbségeként definiáljuk. A bank szempontjából ezek alapján a pénzügyi konglomerátum létrejötté miatt kialakuló portfólióhatás mértéke:

$$P_{PK}^1 - P_{\text{bank}} = \frac{1}{4} \cdot \sum_{i=1}^4 [\Phi(Z_{\text{bank}}) - \Phi(Z_{PK_i}^1)].$$

A biztosító szempontjából a portfólióhatás:

$$P_{PK}^1 - P_{\text{biztosító}} = \frac{1}{4} \cdot \sum_{i=1}^4 [\Phi(Z_{\text{biztosító}_i}) - \Phi(Z_{PK_i}^1)].$$

Belátható, hogy a portfólióhatás a bank és a biztosító szempontjából egyaránt lehet pozitív és negatív is; ezen előjelre számos tényező, például a biztosítási tevékenység működési kockázata ( $\sigma_2$ ) is hatással van (e kérdés részletesebb bemutatását *Szűle* [2004] tartalmazza). A negatív érték azt jelenti, hogy a portfólióhatás következtében az adott intézmény számára a pénzügyi konglomerátum létrehozása előnyösnek bizonyult: az inszolvencia valószínűsége csökkent. Érdemes megállapítani, hogy a szakirodalom számos írása ilyen jellegű hatásra utal, amikor kockázati szempontból „diverzifikációs hasznot”, a bankok és biztosítók együttműködésének előnyeit említi (például *Boyd és szerzőtársai* [1993], *Kariya* [2000]).

Érdemes azonban arra is kitérni, hogy ha a portfólióhatás értéke pozitív, akkor ez az adott intézmény számára a (fizetési képesség valószínűségével mért) kockázat emelkedését, illetve a pénzügyi nehézségek szektorok közötti áterjedését jelenti. A bankrendszerre vonatkozó speciális jellemzők (például a betétbiztosítás rendszere) miatt különösen a bank esetében mért portfólióhatás pozitív értéke érdemel figyelmet. Ebben az esetben a biztosító problémái ugyanis először a vele kapcsolatban álló bankra, majd bizonyos esetekben a bankrendszer egészére és így a bankszektor pénzügyi stabilitására is hatással lehetnek.

#### A motivációs hatás

A modellfeltevések szerint a pénzügyi konglomerátum létrehozásának további hatásai a belső tőkepiac létrejöttével (a belső tranzakciókkal, illetve ezeknek a döntéshozatalra gyakorolt hatásával) vannak összefüggésben. A korábbi szakirodalom az intézmények döntéshozatalának és a pénzügyi konglomerátum létrejöttéhez kapcsolódó kockázati hatásoknak a kapcsolatát meglehetősen ritkán említi, illetve elméleti modellek keretében

<sup>15</sup> A jelölések értelmezése a biztosító modellje esetében alkalmazottakhoz hasonló.

részletesebben nem is vizsgálja. A motivációs hatás bemutatásával a tanulmány e hiány mérséklésére törekszik. A modellben figyelembe vesszük, hogy a belső tőkepiac létrejötte a belső tranzakciókon keresztül befolyásolhatja a bank döntéshozatalát, megváltoztathatja a bank által meghatározott optimális hitelkamatot, és ezáltal a pénzügyi konglomerátum inszolvenciájának a valószínűségét is. A motivációs hatást a modellben úgy számítjuk ki, hogy meghatározzuk, mekkora lenne a pénzügyi konglomerátum inszolvenciájának a valószínűsége abban az esetben, ha a portfólióhatáson túl a banknak a hitelkamatra vonatkozó, megváltozott optimális döntését is figyelembe vesszük, és ezen értéket összehasonlítjuk a pénzügyi konglomerátum portfólióhatás melletti inszolvenciájának a valószínűségével. A belső tőkepiac létrejötte miatti hatásokat a kockázatot befolyásoló tényezők áttekinthetőbbé tétele miatt bontja részekre a modell.

A modell keretei között belátható, hogy a belső tőkepiac létrejötte következtében a bank optimális kockázatvállalása (az általa megállapított hitelkamat) növekszik, amennyiben a belső tőkepiac fegyelme gyengébb a külső tőkepiacénál (bizonyítás a *Függelékben*). A motivációs hatás előjelének meghatározásához arra van szükség, hogy megállapítsuk,  $P_{PK}^1$  hogyan változik, ha az optimális hitelkamat nő. Mivel a standard normális eloszlásfüggvény monoton növekedő, ezért a kérdés visszavezethető  $Z_{PK_j}^1$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) változásának vizsgálatára. Tekintsük  $Z_{PK_j}^1$  változását a hitelkamat növekedése esetén:

$$\left. \frac{\partial Z_{PK_j}^1(R_H)}{\partial R_H} \right|_{R_H=R_H^*} = \frac{\left. \frac{\partial B(R_H)}{\partial R_H} \right|_{R_H=R_H^*} \cdot \sigma_{PK}(R_H) - [B(R_H) + I_j] \cdot \left. \frac{\partial \sigma_{PK}(R_H)}{\partial R_H} \right|_{R_H=R_H^*}}{[\sigma_{PK}(R_H)]^2},$$

ahol  $\sigma_{PK}(R_H) = \sqrt{H^2 \cdot R_H^2 \cdot \sigma_1(R_H)^2 + S^2 \cdot \sigma_2^2}$ .

Mivel a képletben szereplő  $\left. \frac{\partial B(R_H)}{\partial R_H} \right|_{R_H=R_H^*}$  értéke nullával egyenlő, így megállapítható,

hogy a derivált értéke egyértelműen negatív, amennyiben  $\left. \frac{\partial \sigma_{PK}(R_H)}{\partial R_H} \right|_{R_H=R_H^*} > 0$ .

Ez a feltétel teljesül, ha az optimális hitelkamat mellett a hitel nem fizetés valószínűsége 1/2-nél kisebb (bizonyítás a *Függelékben*). A megváltozott új optimális hitelkamat ( $R_H^{**}$ ) melletti  $Z_{PK_j}^2$  értékek alapján a modellben a motivációs hatás a következőképpen határozható meg:

$$P_{PK}^2 - P_{PK}^1 = \frac{1}{4} \cdot \sum_{i=1}^4 [\Phi(Z_{PK_i}^1) - \Phi(Z_{PK_i}^2)].$$

A levezetett eredmények azt jelentik, hogy a leírt módon definiált motivációs hatás a pénzügyi konglomerátum létrejöttekor a külső tőkepiacnál gyengébb belső tőkepiaci fegyelem esetén egyértelműen kockáztanövelő hatású: a motivációs hatás következtében a pénzügyi konglomerátum hosszú távú fizetéseképtelenségének a valószínűsége egyértelműen emelkedik. A motivációs hatás erősségét nagymértékben befolyásolja a belső tőkepiac létrejötte következtében változó banki kockázatvállalás emelkedésének mértéke és a befektetési környezet jellemzői.

## A tranzakciós hatás

A modellben a belső tőkepiac létrejötte miatt alapvetően kétféle hatás jön létre. A motívációs hatás a banki kockázatvállalás optimális szintjének módosulása miatt bekövetkező kockázatomódosulást írja le. A tranzakciós hatás valamely adott banki kockázatvállalási szint mellett a bank és a biztosító közötti tranzakciók esetleges kockázatot érintő hatásait jellemzi. A tranzakciós hatás elemzésekor abból indulunk ki, hogy a motívációs hatás következtében létrejött szinten adott a bank kockázatvállalási szintje (amelynek értékét a belső tőkepiac kialakulása után  $R_H^*$  helyett  $R_H^{**}$  mutatja). A modellben alkalmazott jelölésekkel a tranzakciós hatást a következőképpen határozzuk meg:

$$P_{PK}^3 - P_{PK}^2 = \frac{1}{4} \cdot \sum_{i=1}^4 [\Phi(Z_{PK_i}^2) - \Phi(Z_{PK_i}^3)].$$

A tranzakciós hatás erőssége az előzőekben bemutatott hatásokhoz hasonlóan  $Z_{PK_i}^2$  és  $Z_{PK_i}^3$  értékeitől függ. E két érték között felírható a következő összefüggés:

$$Z_{PK_i}^3 = Z_{PK_i}^2 + K_i,$$

ahol  $K_i$  értéke azt az eredő hatást mutatja, ami a külső tőkepiacra fizetendő kamatfizetés elmaradása miatti „nyereségből” és a biztosító kieső befektetési eredménye miatti „veszteségből” adódik. Például  $i = 1$  esetén:

$$K_1 = \frac{\beta \cdot BEF \cdot R_1 \cdot [R_{ikv}(R_H) - R_1]}{\sqrt{H^2 \cdot R_H^2 \cdot \sigma_1(R_H)^2 + S^2 \cdot \sigma_2^2}}.$$

Ebben a képletben  $\beta \cdot BEF \cdot R_1$  jelöli a biztosító által a bankban befektetett összeget, amely után már nem szükséges a külső tőkepiacon kamatot fizetni, de ugyanakkor ezzel összefüggésben ezen összeg már nem „termel” befektetési eredményt a biztosítónak. A  $K_i$  értékek ismeretében a tranzakciós hatás értéke a következőképpen írható fel:

$$P_{PK}^3 - P_{PK}^2 = \frac{1}{4} \cdot \sum_{i=1}^4 [\Phi(Z_{PK_i}^2) - \Phi(Z_{PK_i}^2 + K_i)].$$

A tranzakciós hatás erőssége tehát alapvetően függ a befektetési környezettől, a biztosító banki befektetéseit meghatározó törvényi szabályozástól és a külső tőkepiac jellemzőitől. A befolyásoló tényezők alakulásának függvényében a tranzakciós hatás elméletileg kockázatsökkentő és kockázatnövelő is lehet. Amennyiben például a  $K_i$  értékek mind egyike pozitív, akkor a tranzakciós hatás egyértelműen csökkenti a pénzügyi konglomerátum inszolvenciájának a valószínűségét, illetve ha a  $K_i$  értékek mindegyike negatív, akkor a tranzakciós hatás egyértelműen az inszolvencia-valószínűség növekedése irányába hat. Köztes esetekben (ha a  $K_i$  értékek között pozitívak és negatívak is vannak), a tranzakciós hatás csökkentheti vagy növelheti is a kockázatot.

## A teljes hatás

A pénzügyi konglomerátumok létrejötte számos kockázati hatással jár. A lehetséges kockázati hatások elemzésére létrehozott keretben az intézményszintű kockázat egy kiválasztott mutatószámát, a pénzügyi intézmények (bank, biztosító, pénzügyi konglomerátum) inszolvencia-valószínűségét vizsgáltuk meg. A bankok és biztosítók szempontjából a tel-

jes kockázatváltozást három részre bontottuk annak érdekében, hogy világosan elkülönüljenek a kockázati szint módosulásának háttérében álló különböző befolyásoló tényezők. A bank esetében a pénzügyi konglomerátum létrejötte következtében kialakuló kockázatváltozást a következőképpen bontottuk részekre:

$$P_{PK}^3 - P_{bank} = (P_{PK}^1 - P_{bank}) + (P_{PK}^2 - P_{PK}^1) + (P_{PK}^3 - P_{PK}^2).$$

A biztosító esetében a pénzügyi konglomerátum létrejötte miatt bekövetkező kockázatváltozás a következőképpen írható fel:

$$P_{PK}^3 - P_{biztosító} = (P_{PK}^1 - P_{biztosító}) + (P_{PK}^2 - P_{PK}^1) + (P_{PK}^3 - P_{PK}^2).$$

A modellben bemutatott portfólióhatás, a motivációs hatás és a tranzakciós hatás a kockázati szintet különbözőképpen befolyásolja. A kockázati szintet módosító hatásokat az 1. táblázat foglalja össze:

### 1. táblázat

A különböző kockázati hatások iránya

| Portfólióhatás    | A bank számára:<br>lehet kockázatonnövelő<br>és kockázatsökkentő is                                      | A biztosító számára:<br>lehet kockázatonnövelő<br>és kockázatsökkentő is |
|-------------------|--|--|
| Motivációs hatás  | A pénzügyi konglomerátum számára: egyértelműen kockázatonnövelő (gyenge belső tőkepiaci fegyelem esetén) |  |
| Tranzakciós hatás | A pénzügyi konglomerátum számára: lehet kockázatonnövelő és kockázatsökkentő is                          |  |

Az elméleti modellben a pénzügyi konglomerátum létrejötte kockázatot csökkentő és kockázatot növelő hatásokat egyaránt előidézhethet. Az egyik legfontosabb kérdés, ami ennek kapcsán felvetődik, hogy a pénzügyi konglomerátumok kockázata összességében tehát növeli, vagy csökkenti-e a bankok és biztosítók kockázatát. Erre a kérdésre a konkrét paraméterek ismeretében lehet pontos választ adni, amelyhez szükséges az elméleti modellben csupán matematikai függvények segítségével leírt összefüggésekben a függvények pontos specifikációja, illetve néhány kiinduló paraméter megadása. Az elméleti modell egyik lényeges következtetése az, hogy bemutatja: létrejöhet olyan kockázatonnövelő hatás is a pénzügyi konglomerátumok keletkezésakor, amelyre az eddigi szakirodalom nem fókuszált.

### Következtetések

A pénzügyi konglomerátumok létrejöttéhez kapcsolódó kockázati hatások közgazdasági elméletében jelenleg még számos kidolgozatlan kérdés található. Mivel a bankok és a biztosítók működésében is központi szerepe van a kockázatkezelésnek, így a „kockázat” számos oldalát lehet elemezni, amelyek közül jelen cikk az intézményszintű stabilitási kockázattal foglalkozott. A cikk e kockázat alakulását elméleti modell keretében vizsgálta.

A kockázati hatások elemzése során a pénzügyi konglomerátumok speciális tulajdonságai, illetve a vonatkozó szabályozás jellemzői következtében számos tényezőt kell figyelembe venni. A szakirodalomban eddig e témához kapcsolható elméleti modellek közül mindegyik csak korlátozásokkal lehet alkalmas e téma vizsgálatára, mivel az alkalmazott modellfeltevések többnyire lényeges szempontok esetében bizonyulnak hiányosnak, illetve a gyakorlati helyzetnek ellentmondóknak. A cikkben bemutatott elméleti mo-



dellben a *lényeges* modellfelvetések megfogalmazására és az elemzésekbe történő bevonására törekedtem. Ez az elméleti modell a szakirodalom számos írásának tanulságait, feltevéseit és következtetéseit felhasználva épült fel, a modellt egészében véve azonban – tudomásom szerint – ilyen formában még nem mutatták be.

Az elméleti modell keretei között a pénzügyi konglomerátumok intézményszintű kockázatával kapcsolatban levonható fontosabb következtetések a következők.

– A pénzügyi konglomerátum létrejöttkor keletkező portfólióhatás a kockázat csökkentését is okozhatja, azonban valamely pénzügyi intézmény számára a pénzügyi nehézségek másik szektorból történő áterjedésével is járhat.

– A pénzügyi konglomerátumokban keletkező belső tőkepiac befolyásolja a bank döntéshozatalát, ami a belső tőkepiacnak a külső tőkepiachoz képesti gyengébb fegyelme esetén kockázatonövelő hatást idézhet elő.

– A pénzügyi konglomerátumon belüli tranzakciók pénzáramlásai elméletileg szintén okozhatják a kockázat növekedését és csökkenését is.

A cikkben bemutatott elméleti modell nem ad egyértelmű és minden tényleges helyzet esetében érvényes választ arra a kérdésre, hogy a pénzügyi konglomerátumok létrehozása a bankok vagy a biztosítók számára egészében véve az intézményszintű stabilitási kockázat csökkenésével vagy növekedésével jár-e. Mivel a tényleges helyzetek jellemzői az egyes esetekben jelentősen különbözhetnek egymástól, ezért minden esetet különállóan érdemes elemezni. Az elméleti modell következtetései ezen elemzést teszik átláthatóbbá azzal, hogy a lehetséges kockázati hatásokat rendszerezik, és meghatároznak az egyes kockázati hatások erősségét befolyásoló lényeges tényezőket is. Az intézményszintű stabilitás fenntartásában ezáltal lehetőség nyílik az intézmények stabilitási kockázatát befolyásoló kockázati források azonosítására és megfigyelésére. A cikkben bemutatott elméleti modell következtetései a portfólióhatás esetében például a hitelállomány és a biztosítási állomány összeállításánál során vállalt működési kockázatok, a motivációs hatás esetében egyebek mellett a belső tőkepiac fegyelme, a tranzakciós hatás esetében pedig a banki forrásköltségek és a biztosító befektetési hozamai közötti kapcsolat elemzésének fontosságára hívják fel a figyelmet.

### *Hivatkozások*

- BAIN, E. A.–HARPER, I. R. [2000]: Integration of financial services: Evidence from Australia. *North American Actuarial Journal*, Vol. 4. No. 3. 1–19. o.
- BLUM, J. [1999]: Do capital adequacy requirements reduce risks in banking? *Journal of Banking and Finance*, 23.755–771. o.
- BOOT, A. W. A.–SCHMEITS, A. [2000]: Market discipline and incentive problems in conglomerate firms with applications to banking. *Journal of Financial Intermediation*, Vol. 9. No. 3. 240–273. o.
- BOYD, J. H.–GRAHAM, S. L.–HEWITT, R. S. [1993]: Bank holding company mergers with nonbank financial firms: effects on the risk of failure. *Journal of Banking and Finance*, 17. 43–63. o.
- HORVÁTH EDIT–SZOMBATI ANIKÓ [2002]: A pénzügyi csoportok és konglomerátumok kockázatai és szabályozásuk. *MNB Műhelytanulmányok*, 25. sz.
- KARIYA, T. [2000]: An effectiveness of integrated portfolio in bancassurance. The Research Center for Financial Engineering, Institute of Economic Research, Kyoto University, Kiotó, [http://www.kier.kyoto-u.ac.jp/~kariya/papers/TK\\_papers\\_en072.pdf](http://www.kier.kyoto-u.ac.jp/~kariya/papers/TK_papers_en072.pdf).
- LADERMAN, E. S. [1999]: The potential diversification and failure reduction benefits of bank expansion into nonbanking activities. Federal Reserve Bank of San Francisco, Working Papers in Applied Economic Theory, 2000-01.
- LELYVELD, VAN I.–SCHILDER, A. [2002]: Risk in financial conglomerates: management and supervision. *De Nederlandsche Bank, Research Series Supervision*, 49.

- LEWELLEN, W. G. [1971]: A pure financial rationale for the conglomerate merger. *Journal of Finance*, Vol. 26. No. 2. 521–537. o.
- LOWN, C. S.–OSLER, C. L.–STRAHAN, P. E.–SUFU, A. [2000]: The changing landscape of the financial services industry: what lies ahead? Federal Reserve Bank of New York, *Economic Policy Review*, 39–55. o.
- MARKOWITZ, H. M. [1991]: *Portfolio selection, Efficient diversification of investments*. Basil Blackwell, Cambridge, Mass. 2. kiadás.
- MNB [2004]: Jelentés a pénzügyi stabilitásról. Magyar Nemzeti Bank, június.
- MORRISON, A. D. [2002]: The economics of capital regulation in financial conglomerates. Oxford Financial Research Centre, OFRC Working Paper Series, 2002fe08.
- PSZÁF [2005]: Beszámoló a felügyelt szektorok 2004. évi működéséről. PSZÁF, Budapest.
- STIGLITZ, J. E.–WEISS, A. [1981]: Credit rationing in markets with imperfect information. *American Economic Review*, Vol. 71. 393–410. o.
- SZÜLE BORBÁLA [2004]: *Diverzifikáció és kockázat a pénzügyi konglomerátumokban*. PhD-értekezés, Budapesti Corvinus Egyetem, Budapest.
- Directive 2002/87/EC of the European Parliament and of the Council of 16 December 2002 on the supplementary supervision of credit institutions, insurance undertakings and investment firms in a financial conglomerate amending Council Directives 73/239/EEC, 79/267/EEC, 92/49/EEC, 92/96/EEC, 93/6/EEC and 93/22/EEC, and Directives 98/78/EC and 2000/12/EC of the European Parliament and of the Council.
1996. évi CXII. törvény a hitelintézetekről és a pénzügyi vállalkozásokról
1997. évi CXLIV. törvény a gazdasági társaságokról
2003. évi LX. törvény a biztosítókról és a biztosítási tevékenységről
2004. évi LXXXIV. törvény a pénzügyi konglomerátumok kiegészítő felügyelete tekintetében egyes pénzügyi tárgyú törvények módosításáról

### Függelék

#### Az $R_H^*$ értékének meghatározása

A bank hosszú távon várható pénztöbbletét [ennek értékét  $B(R_H)$  jelöli] a következőképpen írhatjuk fel:

$$B(R_H) = n \cdot H \cdot R_H \cdot [1 - p_H(R_H)] + B_0 \cdot x(R_H) \cdot t \cdot R_B - B_0 \cdot (R_B - 1) \cdot x(R_H) - B_0 \cdot x(R_H) \cdot R_B - B_0 \cdot \{x(R_H) \cdot t + [1 - x(R_H)] \cdot R_B - tR_B\} \cdot R_{ikv} \cdot (R_H).$$

A bank optimális kockázatvállalásának meghatározásához a  $B(R_H)$  függvény maximumát keressük. A  $\frac{dB(R_H)}{dR_H} = 0$  feltétel felírása után kapott egyenletet  $R_H$ -ra rendezve kapjuk a bank optimális kockázatvállalását jelentő hitelkamat értékét:

$$R_H^* = \frac{1 - p_H(R_H)}{\frac{dp_H(R_H)}{dR_H}} + \frac{dx(R_H)}{dR_H} \cdot \frac{B_0 \cdot [t \cdot R_B - 2 \cdot R_B + 1 + R_{ikv}(R_H) \cdot (R_B - t)]}{n \cdot H \cdot \frac{dp_H(R_H)}{dR_H}} - \frac{dR_{ikv}(R_H)}{dR_H} \cdot \frac{B_0 \cdot \{R_B \cdot [1 - x(R_H)] - t \cdot R_B + t \cdot x(R_H)\}}{n \cdot H \cdot \frac{dp_H(R_H)}{dR_H}}.$$

Ahhoz, hogy a képletben szereplő hitelkamat mellett a  $B(R_H)$  függvénynek maximuma

legyen, a  $\frac{dB^2(R_H)}{dR_H^2}$  második derivált értékének  $R_H^*$  helyen negatívnak kell lennie. Ez a

feltétel a modellben alkalmazott függvények első és második deriváltjaira tett feltevésekkel teljesül.

*Az  $R_H^{**}$  értékének meghatározása*

A bizonyítás menete az  $R_H^*$  értékének levezetésekor bemutatottakhoz hasonló.

A biztosítótól szerzett források költségét a modellben  $R_{\text{biztosító}}(R_H)$  jelöli. A modellben  $R_{\text{biztosító}}(R_H)$  és  $R_{\text{likv}}(R_H)$ , illetve ezek első deriváltjainak egymáshoz való viszonya a belső és külső tőkepiac egymáshoz képesti fegyelméről nyújt információt.

A bank esetében  $B(R_H)$  értékét a belső tőkepiac létrejötte esetén a következőképpen írhatjuk fel:

$$B(R_H) = n \cdot H \cdot R_H [1 - p_H(R_H)] + B_0 \cdot x(R_H) \cdot t \cdot R_B - B_0 \cdot (R_B - 1) \cdot x(R_H) - B_0 \cdot x(R_H) \cdot R_B - B_0 \cdot \{ [1 - x(R_H)] \cdot R_B - t \cdot (R_B - 1) - t \cdot [1 - x(R_H)] \} - \beta \cdot (0,5BEF \cdot R_1 + 0,5BEF \cdot R_2) \cdot R_{\text{likv}}(R_H) - \beta(0,5 \cdot BEF \cdot R_1 + 0,5BEF \cdot R_2) \cdot R_{\text{biztosító}}(R_H).$$

A bank optimális kockázatvállalásának mértékét az előző esethez hasonlóan határozzuk meg:  $B(R_H)$  függvényt deriváljuk  $R_H$  szerint, a kapott eredményt rendezzük  $R_H$ -ra, majd megvizsgáljuk  $B(R_H)$  függvény második deriváltjának előjelét, hogy a kapott eredmény csakugyan maximum-e. A bank optimális kockázatvállalását jelző  $R_H^{**}$  értéke:

$$\frac{1 - p_H(R_H)}{\frac{dp_H(R_H)}{dR_H}} + \frac{dx(R_H)}{dR_H} \cdot \frac{B_0 \cdot [t \cdot R_B - 2R_B + 1 + R_{\text{likv}}(R_H) \cdot (R_B - t)]}{n \cdot H \cdot \frac{dp_H(R_H)}{dR_H}} - \frac{dR_{\text{likv}}(R_H)}{dR_H} \cdot \frac{B_0 \cdot R_B \cdot [1 - x(R_H)] - t \cdot R_B + t \cdot x(R_H)}{nH \frac{dp_H(R_H)}{dR_H}} + \frac{dR_{\text{likv}}(R_H)}{dR_H} \cdot \frac{\beta \cdot A}{n \cdot H \cdot \frac{dp_H(R_H)}{dR_H}} - \frac{dR_{\text{biztosító}}(R_H)}{dR_H} \cdot \frac{\beta \cdot A}{n \cdot H \cdot \frac{dp_H(R_H)}{dR_H}},$$

ahol  $A = 0,5BEF \cdot R_1 + 0,5 \cdot BEF \cdot R_2$  a biztosító rövid távon várható befektetésállományának értékét jelöli. Ez az érték a modellben alkalmazott függvényekre tett feltevések mellett csakugyan maximum.

$R_H^{**}$  képletéből egyértelmű, hogy  $R_H^{**} > R_H^*$ , vagyis a bank kockázatvállalása növekszik, ha a következő kifejezés pozitív:

$$\frac{dR_{\text{likv}}(R_H)}{dR_H} \cdot \frac{\beta \cdot A}{n \cdot H \cdot \frac{dp_H(R_H)}{dR_H}} - \frac{dR_{\text{biztosító}}(R_H)}{dR_H} \cdot \frac{\beta \cdot A}{n \cdot H \cdot \frac{dp_H(R_H)}{dR_H}}.$$

Ez akkor teljesül, ha  $\frac{dR_{\text{likv}}(R_H)}{dR_H} > \frac{dR_{\text{biztosító}}(R_H)}{dR_H}$ , vagyis a belső tőkepiac fegyelme gyengébb, mint a külső tőkepiaci fegyelem.

*A szórásra tett megállapítás igazolása*

A bizonyítandó állítás:  $\left. \frac{\partial \sigma_{PK}(R_H)}{\partial R_H} \right|_{R_H=R_H^*} > 0$ , ha az optimális hitelkamat mellett a hitel nem fizetés valószínűsége 1/2-nél kisebb.

Először  $\left. \frac{\partial \sigma_{PK}(R_H)}{\partial R_H} \right|_{R_H=R_H^*}$  képletét írjuk fel:

$$\left. \frac{\partial \sigma_{PK}(R_H)}{\partial R_H} \right|_{R_H=R_H^*} = \frac{H^2 \cdot \left( 2 \cdot R_H \cdot \sigma_1(R_H)^2 + R_H^2 \cdot 2 \cdot \sigma_1(R_H) \cdot \left( \left. \frac{\partial \sigma_1(R_H)}{\partial R_H} \right|_{R_H=R_H^*} \right) \right)}{\sqrt{H^2 \cdot R_H^2 \cdot \sigma_1(R_H)^2 + S^2 \cdot \sigma_2^2}}.$$

Ez az érték egyértelműen pozitív, ha  $\left. \frac{\partial \sigma_1(R_H)}{\partial R_H} \right|_{R_H=R_H^*} > 0$ . Felírjuk  $\left. \frac{\partial \sigma_1(R_H)}{\partial R_H} \right|_{R_H=R_H^*}$  képletét:

$$\frac{d\sigma_1(R_H)}{dR_H} = n \cdot \left[ \frac{dp_H(R_H)}{dR_H} - 2 \cdot p_H(R_H) \frac{dp_H(R_H)}{dR_H} \right] = n \cdot \frac{dp_H(R_H)}{dR_H} \cdot [1 - 2 \cdot p_H(R_H)],$$

amiből látszik, hogy  $\frac{d\sigma_1(R_H)}{dR_H} > 0$ , ha  $p_H(R_H) < \frac{1}{2}$ .