

VIRÁG MIKLÓS–KRISTÓF TAMÁS

Az első hazai csődmodell újraszámítása neurális hálók segítségével

A tanulmány arra a kérdésre keresi a választ, hogy Magyarországon is megbízhatóbbnak bizonyulnak-e a legkorszerűbb csődelőrejelzési módszerek a hagyományos matematikai-statisztikai eljárásoknál. Az első hazai csődmodell adatbázisán végrehajtott szimulációs kísérletek egyértelműen azt bizonyítják, hogy a mesterséges neurális hálókkal elkészített csődmodellek magasabb besorolási pontossággal rendelkeznek, mint azok a modellek, amelyeket az 1990-es években diszkriminanciaanalízis és logisztikus regresszió alapján dolgoztak ki. A tanulmány az eredmények bemutatásán kívül elemzi az eltérések okait, és konstruktív javaslatokat fogalmaz meg a hazai csődelőrejelzési gyakorlat fejlesztésére.*

Journal of Economic Literature (JEL) kód: C45, C53, G33.

Az előrejelzési módszertan folyamatosan megújul és fejlődik. Az elmúlt években jelentős előrelépés történt a matematikai-statisztikai, a kollektív szakértői és participatív, valamint a modellezési eljárások területén egyaránt. A mesterségesintelligencia-kutatások eredményei komoly kihívás elé állították a matematikai-statisztikai eljárások művelőit. Magyarországon az ezredforduló után kezdtek a szakirodalomban és az előrejelzési gyakorlatban teret hódítani a mesterségesintelligencia-módszerek családjába tartozó mesterséges neurális hálók, amelyek segítségével egyre több előrejelzési és döntési modellezési problémát oldanak meg sikeresen. Az adatbányászat szakirodalma átfogóan foglalkozik a mesterségesintelligencia-eljárásokkal (*Bigus* [1996]). Az előrejelzési módszerek fejlődése szerepet kapott a csődelőrejelzésben is (*Kristóf* [2004]).

Az utóbbi években készült empirikus vizsgálatok azt mutatták, hogy a neurális hálók megbízhatóbb csődelőrejelzési eljárást képviselnek, mint a korábban széles körben alkalmazott diszkriminanciaanalízis és a logisztikus regresszió (*Atiya* [2001]; *Back és szerzőtársai* [1996]; *Ooghe és szerzőtársai* [1999]). A nemzetközi tapasztalatok alapján ezért célszerűnek láttuk Magyarországon is összehasonlító elemzés keretében megvizsgálni, hogy érvényesek-e a hazai csődmodellekre a nemzetközi tendenciák.

Neurális hálókkal a *Közgazdasági Szemle* olvasói eddig három cikkben is találkozhattak (*Benedek* [2000], [2001], *Megyeri* [2001]), amelyek a neurális hálók általános működésével, a részvényárfolyam-volatilitás megváltozásának felismerésével, valamint a pénz

* A folyóiratcikk a Magyar Tudományos Akadémia és a Budapesti Corvinus Egyetem keretein belül működő MTA-BKÁE komplex jövőkutatás kutatócsoport (kutatócsoport-vezető: Nováky Erzsébet, DSc) kutatási programjának részeként készült.

Virág Miklós kandidátus, tanszékvezető egyetemi docens, Budapesti Corvinus Egyetem, vállalati pénzügy tanszék.

Kristóf Tamás PhD hallgató, Budapesti Corvinus Egyetem, jövőkutatás tanszék.

mint általános csereeszköz modellezésével foglalkoztak. Reményeink szerint a csődelő-rejelzés példáján végrehajtott neurálisháló-modellezés eredményesen hozzájárul ahhoz, hogy a hazai gondolkodásban és előrejelzési gyakorlatban meghonosodjon és elterjedjen az ígéretes eljárás.

Az első hazai csődmodell és főbb előzményei

A csődelőrejelzés hőskorának számító 20. század első kétharmadában nem álltak rendelkezésre fejlett statisztikai módszerek és számítógépek a csődelőrejelzést végzők számára. A fennmaradt és a csődbe jutott vállalatok pénzügyi mutatószámait hasonlították össze, és megállapították, hogy az eladósodottság, a likviditás, a jövedelmezőség és forgási sebesség leggyakrabban alkalmazott mutatószámai a csődbe jutott vállalatok esetében alacsonyabbak, illetve kedvezőtlenebbek voltak (*Fitzpatrick* [1932]).

Az 1960-as végéig egyváltozós statisztikai módszerek segítségével ítélték meg a vállalatok fizetőképességét. *Beaver* [1966] harminc, a szakirodalomban gyakran említett pénzügyi mutatót talált relevánsnak a vállalati fizetőképesség jövője szempontjából. Egyváltozós diszkriminanciaanalízis segítségével vizsgálta a mutatókat 79 pár fizetőképes/fizetéseképtelen vállalatra. A legjobb eredményt a cash flow és az osztóke aránya mutatóval érte el, amely 90 százalékos megbízhatósággal mutatta meg a fizetéseképtelenséget egy évvel a csőd bekövetkezése előtt.

Az 1960-as évek végétől a többváltozós diszkriminanciaanalízist alkalmazták csődelő-rejelzésre. *Altman* [1968] 33 pár fizetőképes/fizetéseképtelen vállalat mintájára, öt pénzügyi mutatóra, többváltozós diszkriminanciaanalízis segítségével építette fel világhírű csődmodelljét, amely 95 százalékban bizonyult eredményesnek a csődbe jutás előtt egy évvel. A többváltozós diszkriminanciaanalízis bázisán *Altman-Haldeman-Narayanan* [1977] kifejlesztette a hétváltozós ZETA modellt 58 fizetőképes és 53 fizetéseképtelen vállalat mintájára.

Az 1980-as években a diszkriminanciaanalízist egyre inkább kiegészítette és felváltotta a logisztikus regressziós elemzés, amely egészen az 1990-es évek közepéig a leggyakrabban alkalmazott csődmodellezési, -előrejelzési eljárás lett. A vállalati fizetőképesség reprezentatív mintán keresztüli előrejelzésére először *Ohlson* [1980] alkalmazta a logisztikus regresszió elemzést 105 fizetéseképtelen és 2058 fizetőképes vállalat mintájára, ezzel is kifejezve, hogy a fizetéseképtelen vállalatok a valóságban kisebb arányt képviselnek, mint a fizetőképesek. A csődbe jutás valószínűségének előrejelzése területén mérőföldkőnek bizonyult az először *Zmijewski* [1984] által alkalmazott probitanalízis. Szintén az 1980-as évek terméke a rekurzív particionáló algoritmus (*Frydman-Altman-Kao* [1985]), amely döntési fa formájában ábrázolja a különböző változók és küszöbértékek kombinációit, kiválasztva közülük az előrejelzési értékkel bírót.

Hazánkban csak 1991-ben jöttek létre a csődeljárás és a felszámolási eljárás törvényi feltételei,¹ ezért a magyar csődelőrejelzésnek nincsenek évtizedes hagyományai. A legkorábbi csődmodellt Virág Miklós és Hajdu Ottó dolgozta ki (*Hajdu-Virág* [2001], *Virág-Hajdu* [1996]) 1990. és 1991. évi beszámoló adatok alapján, diszkriminanciaanalízis és logisztikus regresszió segítségével. A csődmodell alapjául szolgáló adatbázist a Pénzügyminisztérium biztosította. A vizsgálatba bevont 154 feldolgozóipari vállalat közül 1992 augusztusában 77 fizetőképes és 77 fizetéseképtelen volt. A mintában szereplő vállalatok legalább 300 főt foglalkoztattak. A modellépítés során 17 pénzügyi mutatószámot vettek

¹ Lásd az 1991. évi XLIX. törvényt a csődeljárásról, a felszámolási eljárásról és a végelszámolásról.

1. táblázat
A pénzügyi mutatók számításmódjai

A mutató megnevezése	A mutató számításmódja
Likviditási gyorsráta	(forgóeszközök – készletek)/rövid lejáratú kötelezettségek
Likviditási mutató	forgóeszközök/rövid lejáratú kötelezettségek
Pénzeszközök aránya (százalék)	(pénzeszközök/forgóeszközök) × 100
Cash flow és összes tartozás aránya	cash flow/összes tartozás
Forgóeszközök aránya (százalék)	(forgóeszközök/mérlegfőösszeg) × 100
Tőkeellátottsági mutató (százalék)	[(befektetett eszközök + készletek)/saját vagyon] × 100
Eszközök forgási sebessége	nettó árbevétel/mérlegfőösszeg
Készletek forgási sebessége	nettó árbevétel/készletek
Vevők forgási sebessége (nap)	(vevők × 360)/nettó árbevétel
Eladósodottság mértéke (százalék)	(kötelezettségek/mérlegfőösszeg) × 100
Saját vagyon aránya (százalék)	(saját tőke/mérlegfőösszeg) × 100
Bonitás	kötelezettségek/saját tőke
Befektetett eszközök hosszú lejáratú hitelekkel fedezett aránya (százalék)	(hosszú lejáratú hitelek/befektetett eszközök) × 100
Forgóeszközök rövid lejáratú hitelekkel fedezett aránya (százalék)	(rövid lejáratú hitelek/forgóeszközök) × 100
Árbevételearányos nyereség (százalék)	(adózott eredmény/nettó árbevétel) × 100
Vagyonarányos nyereség (százalék)	(adózott eredmény/saját tőke) × 100
Vevők és szállítók aránya	vevőkövetelések/szállítói kötelezettségek

figyelembe. E tanulmányban kizárólag a magasabb besorolási pontosságú 1991. évi pénzügyi mutatók alapján készített csődmodellekkel foglalkozunk. Tekintsük át az alkalmazott mutatószámok számítási eljárásait (1. táblázat) és alapstatisztikáit (2. táblázat)!

Diszkriminanciaanalízis az 1991-es éves beszámoló adatok alapján²

A többváltozós diszkriminanciaanalízis egyidejűleg elemzi több mutatószám eloszlását, és olyan osztályozási szabályt állít fel, amely több súlyozott pénzügyi mutatószámot – ezek a modell független változói – tartalmaz, és ezeket egyetlen diszkriminanciaértékké fogja össze. Az alkalmazott mutatószámok kiválasztásának előfeltétele, hogy azok kevésbé korreláljanak egymással, különben a bevont újabb mutatószámok csak minimális mértékben járulnak hozzá a csoportképzés megbízhatóságának növekedéséhez. További feltétel, hogy a mutatószámok többdimenziós normális eloszlást mutassanak, valamint az, hogy az osztályok kovarianciamátrixai azonosak legyenek. A vállalatok osztályozásához

² A diszkriminanciaanalízis és a logisztikus regresszió alapú csődmodellezés Virág Miklós, a neurális háló alapú csődmodellezés és az összehasonlító elemzések elkészítése Kristóf Tamás munkája.

2. táblázat

A fizetésképtelen és a fizetőképes osztályok mutatószámaira jellemző átlagok és szórások

Pénzügyi mutatók	Átlagok			Szórások		
	fizetés- képtelen	fizető- képes	összes	fizetés- képtelen	fizető- képes	összes
Likviditási gyorsráta	0,47	0,97	0,72	0,23	0,75	0,55
Likviditási mutató	1,15	2,12	1,63	0,45	1,59	1,17
Pénzeszközök aránya (százalék)	95,58	101,24	98,41	52,6	44,77	48,83
Cash flow és összes tartozás aránya	-0,34	-0,05	-0,20	0,29	0,41	0,38
Forgóeszközök aránya (százalék)	58,29	63,41	60,85	16,45	16,51	16,63
Tőkeellátottsági mutató (százalék)	73,00	71,00	72,00	39,00	51,00	45,00
Eszközök forgási sebessége	56,97	57,39	57,18	20,20	22,60	21,44
Készletek forgási sebessége	0,15	0,09	0,12	0,23	0,23	0,23
Vevők forgási sebessége (nap)	42,26	27,31	34,78	38,20	22,28	31,26
Eladósodottság mértéke (százalék)	-19,00	-3,31	-11,15	15,70	15,10	15,40
Saját vagyon aránya (százalék)	-42,50	-3,90	-23,20	71,10	68,14	69,61
Bonitás	-0,23	0,07	-0,08	0,30	0,34	0,32
Befektetett eszközök hosszú lejáratú hitelekkel fedezett aránya (százalék)	-0,16	0,0002	-0,08	0,16	0,15	0,16
Forgóeszközök rövid lejáratú hitelekkel fedezett aránya (százalék)	0,94	21,39	11,17	23,70	21,25	22,59
Árbevételarányos nyereség (százalék)	58,29	63,40	60,84	16,50	16,50	16,50
Vagyonarányos nyereség (százalék)	3,36	6,86	5,11	3,27	8,19	6,24
Vevők és szállítók aránya	0,43	0,81	0,62	0,22	0,64	0,47

az egyes vállalatok éves beszámolóadataiból kiszámított pénzügyimutatószám-értékeket kell behelyettesíteni a lineáris kombinációt képező diszkriminanciafüggvénybe. A fizetőképes és a fizetésképtelen vállalatokat elválasztó diszkriminanciaértékkel összehasonlítva állapítható meg, hogy a cég a kettő közül melyik csoportba sorolható. A diszkriminanciafüggvény általános alakja a következő:

$$Z = w_1X_1 + w_2X_2 + \dots + w_nX_n, \quad (1)$$

ahol

- Z: diszkriminanciaérték,
- w_i : diszkriminanciasúlyok,
- X_i : független változók (pénzügyi mutatók),
- $i = 1, \dots, n$, ahol n a pénzügyi mutatók száma.

Az elemzések azt mutatták, hogy a vizsgált mintában a fizetőképes és a fizetésképtelen vállalatok leginkább a következő diszkrimináló változókban különböztek egymástól:

- X_1 : likviditási gyorsráta;
- X_2 : cash flow/összes tartozás;
- X_3 : forgóeszközök/összes eszköz;
- X_4 : cash flow/összes eszköz.

A mutatószámok sorrendje egyben a csoportok megkülönböztetésében játszott szerepüket is tükrözi, tehát a likviditási gyorsráta a leginkább diszkrimináló hatású, majd ezt követi a többi három változó. E változók bevonásával készült el az 1991. évi adatokra vonatkozó diszkriminanciafüggvény:

$$Z = 1,3566X_1 + 1,63397X_2 + 3,66384X_3 + 0,03366X_4. \quad (2)$$

A kritikus Z -érték 2,61612, tehát ha az adott vállalat megfelelő pénzügyi mutatóit a függvénybe behelyettesítve 2,61612-nél nagyobb számot kapunk, akkor a függvény a céget fizetőképesnek, egyébként pedig fizetéseképtelennek minősíti.

Logisztikus regresszió az 1991-es éves beszámoló adatok alapján

A logisztikus regresszió kiválóan alkalmazható a magyarázó változók és a bináris (ordinális) válaszadás valószínűsége közötti kapcsolat feltárására. Az eljárás logisztikus függvényt illeszt a bináris (ordinális) adatokra a *maximum likelihood* módszerrel. A logisztikus regresszió ugyanazzal a módszerrel választja ki a modellváltozókat, mint a diszkriminanciaanalízis. Az összesúlyozott független változókhoz egy, a mintában szereplő vállalatok fennmaradásának valószínűségével kifejezett Z értéket rendel. A módszer előnye, hogy nem feltételez többdimenziós normális eloszlást, és változatlan variancia-kovariancia mátrixot, mint a diszkriminanciaanalízis. A logisztikus regresszió nemlineáris összefüggéssel dolgozik, és a csődelőrejelzésre a kumulált logisztikus függvényt használja a (3) képlet segítségével:

$$P(\text{fizetőképes}) = \frac{e^Z}{1 + e^Z} = \frac{e^{\beta_0 + \sum(\beta_j X_j)}}{1 + e^{\beta_0 + \sum(\beta_j X_j)}}, \quad (3)$$

ahol

β_j : regressziós paraméterek,

X_j : független változók (pénzügyi mutatók),

$j = 1, \dots, m$, ahol m a pénzügyi mutatók száma.

Empirikus vizsgálatok alapján a fizetőképes és a fizetéseképtelen vállalatok leginkább a következő változókban (pénzügyi mutatókban) különböztek egymástól:

X_1 : likviditási gyorsráta;

X_2 : árbevétel arányos nyereség;

X_3 : cash flow/összes tartozás;

X_4 : forgóeszközök/összes eszköz;

X_5 : vevők/szállítók.

A csődbe jutás valószínűségét kifejező logisztikus regressziós függvény paraméterei:

$$\beta_0 = 3,432;$$

$$\beta_1 = -10,320;$$

$$\beta_2 = 0,1439 \text{ E-01};$$

$$\beta_3 = -4,438;$$

$$\beta_4 = -0,2992 \text{ E-01};$$

$$\beta_5 = 8,170.$$

A függvény paramétereinek kiszámítása után azonban még nem ismerjük a függvény függő változójának azon értékét (az úgynevezett *cut point* értéket), amely mellett osztályozva a vállalatokat, besorolási pontosságuk maximális lesz. A függvény behelyettesítését követően minden vállalatnak lesz egy pontos csődvalószínűségi értéke. Az 1991-es éves beszámolók mintája esetén ez az érték 0,525 volt, vagyis az ezt meghaladó értékeket felvevő vállalatokat a modell fizetéseképtelennek minősíti.

A diszkriminanciaanalízis és a logisztikus regresszió besorolási pontosságait a 3. táblázat szemlélteti. A logisztikus regresszió nagyobb besorolási pontossága részint annak

köszönhető, hogy ebben a modellben a figyelembe vett változók eloszlására nézve semmilyen feltételezéssel nem kellett élni. A modellbe épített több magyarázó változó is a logisztikus regresszióknak kedvez.

3. táblázat

A diszkriminanciaanalízis és a logisztikus regresszió besorolási pontosságának összehasonlítása
($n = 154$)

Megnevezés	Alkalmazott csődelőrejelzési módszer	
	diszkriminanciaanalízis	logisztikus regresszió
Rontott fizetőképes (darab)	20	12
Rontott fizetőképes (százalék)	26,0	15,6
Rontott fizetéseképtelen (darab)	14	16
Rontott fizetéseképtelen (százalék)	18,2	20,8
Összes rontott (darab)	34	28
Összes rontott (százalék)	22,1	18,2
Besorolási pontosság (százalék)	77,9	81,8

A csődelőrejelzési modellek kialakításánál a mintában szereplő vállalatokat általában különböző iparágakból válogatják ki. Nyilvánvaló, hogy az egyes iparágak esetében eltérő az előállított termékek életciklusa, különbségek jelentkeznek a termelési tényezőkben, a piaci versenypozíciókban stb. Ezek az eltérések a pénzügyi mutatószámok vállalati szintű alakulásában is tükröződnek. Így a vállalati minta a kialakítandó csődmodellben szereplő diszkrimináló mutatószámokat, és a megkülönböztetésben jelentkező fontosságukat is (*ex post*) nagyban befolyásolja. A csődmodell előrejelzési (*ex ante*) képességének vizsgálatához szükséges újabb minta különbözősége így nem csupán a vállalatok kiválasztási esélyeinek, hanem a vállalatok iparágankénti megoszlásának is függvénye.

Számos szerző (*Platt-Platt* [1990]) foglalkozott már azzal a kérdéssel, hogy egy vállalat pénzügyi viszonyismái mennyiben tükrözik vissza az iparág tőkeszerkezetét, bevételi és kiadási modelljét. A szerzőpáros tanulmányában részletesen foglalkozott a vállalati pénzügyi viszonyismatok és az iparági teljesítmények változásának a vállalati csőd valószínűségére gyakorolt hatásával.

Felhasználva tapasztalataikat, a csődmodellek továbbfejlesztésénél az úgynevezett iparágtól függő viszonyismatok alkalmazásának lehetőségét is célszerű megvizsgálni. Erre azért van szükség, mert segítségükkel a csődmodellek előrejelzési pontossága bizonyítottan javítható. Az iparágtól függő viszonyszám nem más, mint egy vállalat adott mutatószámának, és az iparági középértéknek a hányadosa, ami a következők szerint számítható:

$$(\text{Iparági relatív ráta})_{k,j,t} = \frac{(\text{Vállalati mutatószám})_{k,j,t}}{(\text{Iparági átlagos ráta})_{j,t} \times 100}, \quad (4)$$

ahol

k : a vállalat,

j : az iparág,

t : a mutatószám fajtája,

A nevező 100-zal történő szorzásának az a célja, hogy a százalékos viszonyismokat hozzáigazítsuk az egynél nagyobb skaláris értékekhez. Ennek hatására egy adott iparág-

ban az iparágtól függő viszonyszám középértéke bármely időszakban 0,01-es értéket vesz fel.

A pénzügyi viszonyszámok az idővel számos okból megváltozhatnak. Az iparágtól függő viszonyszám azonban visszatükrözi az egyes vállalatok és az iparág reagálását adott eseményre. A formula nagy előnye, hogy – az idő múlásával bekövetkező változások figyelembevétele ellenére – biztosítja, hogy az iparági megoszlás középértéke a 0,01-es értéken maradjon, feltételezve, hogy a szórásnégyzet állandó. Ez a megoldás – megengedve az iparágon belüli változásokat – csökkenti az adatok instabilitását, ugyanakkor javíthatja a kialakítandó csődmodellek előrejelzési pontosságát.

A *Virág–Hajdu* szerzőpáros ezért 1996-ban elkészített egy korai csődveszélyt jelző modelleszaladot különböző nemzetgazdasági ágakra és ágazatokra vonatkozóan, diszkriminanciaanalízis segítségével, közel 10 000 gazdálkodó egység³ pénzügyi adatai alapján (*Virág* [1996]). Ennek eredményeként Magyarországon rendelkezésre áll a nemzetgazdasági ágaknak és ágazatoknak azok a pénzügyi mutatószámai és a hozzájuk tartozó súlyok, amelyek tekintetében leginkább megkülönböztethető egymástól egy adott nemzetgazdasági ágban vagy ágazatban a csődbe jutott és a túlélő vállalat. Az 1996. évi nemzetgazdasági ágakat és ágazatokat átfogó csődmodelleszalad pontossága – éppen a tevékenységi kör szerinti részletezés miatt – felülmúlta a korábbi modellekét.

Az alkalmazott neurális háló tanuló algoritmus

Kiinduló feltevésünk az volt, hogy a diszkriminanciaanalízis és a logisztikus regresszió alapján készített modellekhez viszonyítva magasabb besorolási pontossággal rendelkező csődmodelleket kaphatunk, amennyiben a nemlineáris összefüggések leképezésére, valamint a mintafelismerésre alkalmas neurális hálókat használjuk a vállalatok fizetőképes és fizetéseképtelen osztályokba való sorolására. A neurális hálók főbb jellemzőivel, felépítésével és működésével már Magyarországon is számos publikáció foglalkozott (lásd például *Benedek* [2000], [2003], *Kristóf* [2002]), ezért e tanulmányban részletesebben kizárólag a csődmodellezésre használt tanuló algoritmust mutatjuk be.

A neurális hálók legismertebb tanuló algoritmus az ún. *backpropagation*⁴ eljárás, amelyet első ízben *Werbos* [1974] alkalmazott. Ahhoz, hogy egy neurális hálót megtanítsunk bizonyos feladat elvégzésére, úgy kell beállítanunk a neuronok súlyait, hogy csökkentsük az eltérést (hibát) a kívánatos output és a tényleges output között. Ez úgy történik, hogy a neurális háló kiszámítja a súlyok hibáinak deriváltját (*EW*), ami azt fejezi ki, hogy miként változik a hiba, amennyiben a súlyokat kicsiny mértékben növeljük vagy csökkentjük.

A *backpropagation* algoritmus használata akkor legkönnyebb, amikor a háló mind-egyik egysége lineáris. Ekkor az algoritmus úgy számítja ki a súlyok hibáinak deriváltját, hogy meghatározza azt az arányt, ahogyan a hiba változik az egység aktivitási szintjének változásával (*EA*). Az outputegységek aktivitási szintjének változása egyszerűen a tényleges és a kívánatos outputok különbsége. Egy, az outputréteget megelőző köztes rétegben található egység aktivitási szintjei változásának a meghatározásához először azonosítani kell a súlyokat a köztes egység és a kapcsolódó outputegységek között. Ezután a súlyok és az outputegységek aktivitási szintjei változásainak lineáris kombinációját képezzük. Ugyanezzel az eljárással számíthatjuk ki a többi réteg aktivitási szintjének válto-

³ Korábban ekkora nagyságrendű minta alapján nem végeztek csődmodellszámításokat.

⁴ *Backpropagation* = backwards propagation of error; magyarra visszacsatolós hibajavításnak vagy hiba-visszaterjesztésnek lehetne fordítani.

zásait is, rétegről rétegre haladva, a hatásirányhoz képest visszafelé haladva. Innen ered a *backpropagation* elnevezés is. Miután kiszámítottuk az egység aktivitási szintjének változását, ezt követi az egységhez bejövő kapcsolatok *EW*-inek meghatározása. Az *EW* az *EA* és a bejövő kapcsolatok aktivitásának szorzata.

Nemlineáris esetekben a *backpropagation* algoritmus egy újabb lépéssel bővül ki. A „backpropagálás” előtt az *EA*-t át kell alakítani egy olyan mutatószámra, amely a hiba-változást az egység által realizált teljes input változásának függvényében írja le (*EI*).

A kapcsolatok súlyait valós számok fejezik ki. W_{ij} -vel jelöljük az *i*-edik és a *j*-edik egység közötti kapcsolat súlyát. Célszerű ábrázolni a kapcsolatok mintáját egy kapcsolatsúly-mátrixban. Az erősítő súlyokat pozitív számok, míg a gyengítő súlyokat negatív számok fejezik ki. A kapcsolatok hálóját követi a háló felépítése. A kimeneti rétegben található egység aktivitását a következő két lépés segítségével határozhatjuk meg.

1. Először meg kell határozni a teljes súlyozott X_j inputot:

$$X_j = \sum_i y_i W_{ij}, \quad (5)$$

ahol

y_i : a *j*-edik egység aktivitási szintje az előző rétegben,

W_{ij} : a kapcsolat súlya az *i*-edik és a *j*-edik egység között.

2. Ezután az egység kiszámítja y_j aktivitását a teljes súlyozott input függvényében. Általában a szigmoid függvényt alkalmazzuk:

$$y_j = \frac{1}{1 + e^{-x_j}}. \quad (6)$$

Miután meghatároztuk az outputegységek aktivitásait, a háló kiszámítja a függvény hibáját (*E*) a következő képlettel:

$$E = \frac{1}{2} \sum_i (y_i - d_i)^2, \quad (7)$$

ahol

y_i : az *i*-edik egység aktivitási szintje az outputrétegben,

d_i : az *i*-edik egység kívánatos outputja.

A *backpropagation* algoritmus négy lépésből áll.

1. Kiszámítja, hogy milyen gyorsan változik a hiba az outputegység aktivitásának változásával. A hiba deriváltja (*EA*) a tényleges és a kívánatos outputaktivitás különbsége.

$$EA_j = \frac{\partial E}{\partial y_j} = y_j - d_j. \quad (8)$$

2. Kiszámítja, hogy milyen gyorsan változik a hiba annak mértékében, ahogyan az outputegységhez érkező teljes input változik. Ez az érték (*EI*) úgy adódik, hogy az 1. lépés eredményét megszorozzuk azzal a mértékkel, ahogyan az egység outputja a teljes input függvényében változik.

$$EI_j = \frac{\partial E}{\partial x_j} = \frac{\partial E}{\partial y_j} \times \frac{\partial y_j}{\partial x_j} = EA_j y_j (1 - y_j). \quad (9)$$

3. Kiszámítja, hogy milyen gyorsan változik a hiba annak mértékében, ahogyan a kapcsolat súlya az output változásával változik. Ezt az értéket (*EW*) úgy kapjuk meg,

hogy megszorozzuk a 2. lépés eredményét azzal egység aktivitási szintjével, amelyből a kapcsolat ered.

$$EW_{ij} = \frac{\partial E}{\partial W_{ij}} = \frac{\partial E}{\partial x_j} \times \frac{\partial x_j}{\partial W_{ij}} = EI_j y_i. \quad (10)$$

4. Kiszámítja, hogy milyen gyorsan változik a hiba annak mértékében, ahogyan az egység aktivitása az előző rétegben változik. Ez a lépés teszi lehetővé a *backpropagation* eljárás számára, hogy az többrétegű hálók esetében is alkalmazható legyen. Ha egy egység aktivitása megváltozik az előző rétegben, mindazon egységekre hatással lesz az outputrétegben, amelyekhez kapcsolódik. Ezért a hibára gyakorolt összes hatás kiszámításához össze kell adni az outputegységekre gyakorolt összes külön-külön meghatározott hatást. Mindegyik hatást egyszerű kiszámítani. A 2. lépés eredményét kell megszorozni az outputegység kapcsolatainak súlyaival.

$$EA_i = \frac{\partial E}{\partial y_i} = \sum_j \frac{\partial E}{\partial x_j} \times \frac{\partial x_j}{\partial y_i} = \sum_j EI_j W_{ij}. \quad (11)$$

A 2. és a 4. lépésekkel tudjuk átalakítani valamely réteg egységei aktivitási szintjének változásait az előző réteg egységei aktivitási szintjének változásaira. Az eljárás ismétlésével tetszőlegesen vissza tudunk jutni az előző rétegek egységei aktivitási szintjének változásaihoz. Miután tudjuk valamely egység aktivitási szintjének változását, a 2. és a 3. lépés segítségével meghatározhatjuk a beérkező kapcsolatok *EW*-it.

A fenti eljárás tehát a kívánatos és a tényleges outputok közötti hiba visszafelé történő mérséklésével keresi az optimális megoldást. A módszer feltételezi, hogy a háló számára rendelkezésre állnak a problémához hasonló példák, és a mintafelismerés analógiáját követve keresi meg a neuronok közötti megfelelő kapcsolatokat a minél eredményesebb előrejelzési modell kialakítása érdekében.

A *backpropagation* algoritmusról fontos megjegyezni, hogy az eljárás nem garantálja a hibafüggvény globális minimumának a megtalálását – előfordulhat, hogy lokális minimumra áll be. Empirikus vizsgálatok alapján egy 35 súlyból álló neurális háló több ezer lokális minimummal is rendelkezhet (Gonzalez [2000] 29. o.). Számos lokális minimum azonban megközelítően pontos vagy elfogadhatóan jó előrejelzést tesz lehetővé.

A neurális hálókkal végrehajtott korábbi előrejelzések bebizonyították, hogy a hálók akkor nyújtják a legjobb eredményt, ha szakértő segítségével építjük fel őket (Shachmurove [2002] 31. o.). A szakértő a legfontosabb neuronok kiválasztásával, valamint a változók fontosságát reprezentáló súlyok alakulásának a tanulás alatt történő folyamatos nyomon követésével és befolyásolásával (vagyis a felülvizsgált tanúlással), az egymással erős sztochasztikus kapcsolatban lévő inputváltozók kiszűrésével jelentősen javíthatja a neurális hálók előrejelző képességét. Esetünkben szakértői közreműködésre csupán a tanulóalgoritmus futtatása közben volt szükség, mivel az összehasonlíthatóság érdekében ugyanazokkal az inputváltozókkal készítettük el a modellt, mint amelyek az első csődmódelben szerepeltek.

Egy viszonylag egyszerű neurális háló is nagyszámú súlyt tartalmaz. Kisminták esetén ez korlátozott szabadságfokot tesz lehetővé, ami gyakran vezet túltanuláshoz, még akkor is, ha a korai leállító eljárást használjuk (Gonzalez [2000]). A túltanulás az a jelenség, amikor a tanulási folyamat során nem az általános problémát tanulja meg a hálózat, hanem a megadott adatbázis sajátosságait (Benedek [2000]). Ennek kiküszöbölésére fel kell osztani az adatbázist tanulási és tesztelő mintákra. A tanuló-adatbázison végezzük el a tanítást, majd megvizsgáljuk, milyen eredményt ér el a háló az általa eddig ismeretlen tesztelő mintán. Ha a találati pontosság a tanulási mintáéhoz hasonlóan kedvező, akkor a

tanulás eredményesnek minősíthető. Ha viszont a tesztelő mintán a háló hibázása jelentős, akkor a hálózat túltanulta magát.

A korai leállító eljárás alkalmazásakor a kutatónak számos döntést kell meghoznia, ami lényeges hatást gyakorol az előrejelzési eredményekre. Ilyen döntés a minta felosztása tanulási és tesztelő részmintákra. A részminták megfelelő arányai nincsenek egyértelműen elméletileg vagy empirikusan megalapozva, ezért a nemzetközi szakirodalomban viszonylag gyakran előforduló 75–25 százalékos megoszlást alkalmaztuk. Másik kritikus elem a neurális hálók tanítása során a tanuló ciklusok számának megállapítása. Ez számos szimulációs kísérletezést és folyamatos nyomon követést igényel a felhasználó részéről, hiszen sem az elégtelenül megedzett, sem a túltanult neurális háló nem alkalmas előrejelzésre.

A gyakorlati előrejelzések bebizonyították, hogy a neurális hálók sohasem képesek 100 százalékos megbízhatóságot produkálni, akárcsak a többi előrejelzési módszer. A modellek megbízhatóságát a hálók tanulása során számított MSE mutatóval, és az eredeti mutatószám-értékeknek a kész modellekbe való visszahelyettesítéséből származtatott eredmények százalékos besorolási pontossága alapján ítéltük meg. Tekintettel arra, hogy a diszkriminanciaanalízis és a logisztikus regresszió besorolási pontossága az eredeti adatoknak a modellbe való visszahelyettesítése alapján adódott, úgy kapunk reális összehasonlító képet a különböző csődmodellek eredményeiről, ha a neurális hálók besorolási pontosságát is hasonló módon vizsgáljuk. Először azonban tekintsük át a különböző módszerekkel készült csődmodellek összehasonlító elemzését az általunk ismert nemzetközi empirikus felmérések alapján.

A neurális háló alapú csődmodellek nemzetközi összehasonlító elemzései

A neurális hálók csődelőrejelzési gyakorlatának a 21. századra szerencsére gazdag nemzetközi szakirodalma hozzáférhető. Az alábbiakban – időrendi sorrendben – ismertetett és elemzett felmérésekben közös, hogy több módszert összehasonlítva készítették el az empirikus vizsgálatok mintáiban szereplő vállalatok csődelőrejelzéseit. Az eredményeket áttanulmányozva kijelenthetjük, hogy a jelenleg ismert módszerek közül összességében a neurális hálók mutatták fel a legjobb eredményt az alkalmazott eljárások közül.

A neurális hálókat először *Odom* és *Sharda* [1990] alkalmazta csődelőrejelzésre. A szerzők háromrétegű *backpropagation*-háló teljesítképességét hasonlították össze a diszkriminanciaanalízis eredményeivel, 74 vállalat éves beszámolójából *Altman* [1968] öt pénzügyi mutatószáma alapján. *Odom* és *Sharda* azt tapasztalta, hogy a neurális háló jobb eredményeket ért el, mint a diszkriminanciaanalízis, ugyanis a hálózat tanulásához felhasznált vállalatok esetében hibátlanul működött. A megedzett háló 55 további (a háló számára ismeretlen) vállalattal végzett tesztelése során a neurális háló a 27 fizetőképtelen vállalattól ötöt (18,5 százalék) sorolt a fizetőképesek közé, míg a diszkriminanciaanalízis ugyanennyi fizetőképtelen vállalattól tizenegyet (40,7 százalék) sorolt be rosszul.

Tam-Kiang [1992] bankokat vizsgált meg a fizetőképesség szempontjából. A csődelőrejelzést diszkriminanciaanalízissel, logisztikus regresszióval, *k*-adik legközelebbi szomszéd eljárással, döntési fával, egyrétegű neurális hálóval, valamint többretegű neurális hálóval is elvégezték. Egy éves időtávon a többretegű neurális háló bizonyult a legjobbnak, míg két éves időtávlatban a logisztikus regresszió. Amikor áttértek az „egyet kihagy” eljárásra a minta változatlanul hagyásáról, mindkét időtávon egyértelműen a többretegű neurális háló volt a legeredményesebb. A *k*-adik legközelebbi szomszéd és a döntési fa messze lemaradt a többi eljárás mögött.

Salchenberger-Cinar-Lash [1992] a logisztikus regresszióval hasonlították össze a neurális hálókat. A neurális hálók besorolási pontosság tekintetében jelentősen felülmúl-

ták a logisztikus regressziót. 18 hónapos időtávlatban például a logisztikus regresszió az alkalmazott küszöbtől függően 83,3–86,4 százalékos pontosságot, míg a neurális háló 91,7 százalékos pontosságot ért el.

Coats–Fant [1993] a diszkriminanciaanalízis és a neurális hálók eredményeit vetette össze. Az osztályozás pontossága a neurális hálók esetén az időhorizonttól függően (három évestől az egy évesnél rövidebb időtávig) 81,9 és 95,0 százalék közé esett, míg a diszkriminanciaanalízis esetén 83,7 és 87,9 százalék közé.

Kerling–Poddig [1994] francia vállalatok adatbázisa alapján hasonlította össze a neurális hálók és a diszkriminanciaanalízis teljesítményét három éves előrejelzési időtávon. A neurális háló 85,3–87,7 százalékos pontosságot, a diszkriminanciaanalízis 85,7 százalékos pontosságot mutatott. Kerling–Poddig több kölcsönhatás-vizsgálatot, és korai leállító algoritmust is kipróbált.

Altman–Marco–Varetto [1994] 1000 olaszországi vállalatból álló mintára alkalmazta a neurális hálókat és a diszkriminanciaanalízist egy éves időtávra vonatkozóan. Elemzésük nem hozott egyértelmű „győztest”, noha a diszkriminanciaanalízis kissé jobb eredményt mutatott fel.

Alici [1995] főkomponens-elemzést és önszerveződő térképeket alkalmazott a neurális háló struktúra kialakítására és az input elemek kiválasztására. Az egyesült királysági cégeken elvégzett vizsgálatai alapján, a paraméterek változtatásától függően a neurális hálók 69,5 és 73,7 százalék közötti pontosságot mutattak, szemben a diszkriminanciaanalízis 65,6 százalékos és a logisztikus regresszió 66,0 százalékos értékeivel.

Leshno–Spector [1996] újfajta neurális hálóval kísérletezett, amelybe keresztfeltételeket és cosinusos kapcsolatokat épített. Két éves időtávban az előrejelzés pontossága a háló fajtáitól függően 74,2 és 76,4 százalék közé esett, összehasonlítva a 72 százalékos pontosságú lineáris perceptron hálóval.

Back és szerzőtársai [1996] genetikus algoritmusokat alkalmazott a többrétegű neurális hálók inputjainak kiválasztásához. A módszert a csőd bekövetkeztét megelőző egy, kettő és három éves adatbázisokra alkalmazták, és jelentős fejlődésről számoltak be a diszkriminanciaanalízishez és a logisztikus regresszióhoz viszonyítva.

Kiviluoto [1996] önszerveződő térképeket használt különböző időhorizontokon finnországi vállalatok beszámolóira építve. A Fisher-metrikára épülő önszerveződő térképek módszerével 81 és 86 százalék közötti eredményt ért el.

Olmeda–Fernandez [1997] spanyol bankokon hasonlította össze a neurális hálókat a diszkriminanciaanalízissel, a logisztikus regresszióval, valamint kétféle döntési fával, különböző időtávokon. A neurális hálóval 82,4 százalékos pontosságot, míg a többi módszerrel 61,8 és 79,5 százalék közötti pontosságot értek el.

Piramuthu–Raghavan–Shaw [1998] olyan technikát fejlesztett ki, amely szimbólumokat rendelt hozzá a többrétegű neurális hálók inputjaihoz. Belga vállalatok mintájára alkalmazták módszerüket, időtáv feltüntetése nélkül. Az új módszer 82,9 százalékos pontosságot, a szimbólumok nélküli eljárás 76,1 százalékos pontosságot eredményezett. Ugyanezt a technikát alkalmazták amerikai bankokra is, amikor egy és két éves időtávban vizsgálták az intézmények fizetőképességét. Eljárásuk eredményessége messze felülmúlta a hagyományos technikákét.

Zhang–Hu–Patuwo [1999] a logisztikus regressziót és a neurális hálókat hasonlították össze, időtáv feltüntetése nélkül. Kutatásaikat termelő vállalatok mintájára, ötrétegű hálóval, többszörös kölcsönhatás-vizsgálattal végezték el. A neurális hálók input-neuronjaihoz Altman pénzügyi mutatóit alkalmazták, kiegészítve a forgóeszközök/rövid lejáratú kötelezettségek likviditási mutatóval. A neurális háló eredményességben jelentősen felülmúlta a logisztikus regressziót, hiszen 88,2 százalékos pontosságot ért el, míg a logisztikus regresszió csupán 78,6 százalékot.

Tan [1999] a *probit* és a háromrétegű *backpropagation* háló teljesítőképességét hasonlította össze 2144 amerikai hitelintézet mintájára, amelyek közül 66 volt fizetésképtelen. Tan 13 pénzügyi mutatót vizsgált, valamint 4 *dummy* változót a mutatók szezonális változásainak kiküszöbölésére. A *probit* besorolási pontossága 92,5 százalékos, a 3000 tanulási cikluson átesett neurális hálóé 92,2 százalékos volt.

McKee–Greenstein [2000] döntési fákra alapuló módszert fejlesztett ki, és egy éves előrejelzést hajtott végre néhány amerikai vállalat adatait felhasználva. Eljárásuk eredményesebb volt, mint a neurális hálók és a diszkriminanciaanalízis a másodfajú hiba tekintetében, viszont rosszabbnak bizonyult az elsőfajú hiba tekintetében.

Yang [2001] egy korai előrejelző rendszert dolgozott ki valószínűség alapú neurális hálókkal, a Bayes-i klasszifikációs elmélet és a *maximum likelihood* módszerét alkalmazva, 2408 egyesült királysági építőipari vállalat adatbázisa alapján, összehasonlítva az eredményeket a korábbi módszerek besorolási pontosságával. A valószínűség alapú neurális háló 95,3 százalékos, a *backpropagation*-háló 90,9 százalékos, a logisztikus regresszió 88,9 százalékos, a diszkriminanciaanalízis 81,3 százalékos besorolási pontosságot ért el.

Neurális háló alapú csődmodell az 1991-es éves beszámoló adatok alapján

Nemzetközi tapasztalatok alapján akkor adja a neurális háló a legmegbízhatóbb előrejelzési eredményt, ha a tanulási minta fele-fele arányban áll fizetőkép és fizetésképtelen vállalatokból. Ennek a követelménynek eleget tesz az 1991-es adatbázis, hiszen a diszkriminanciaanalízis fizetőkép/fizetésképtelen vállalatpárokkal dolgozik. A számításokat a teljes pénzügyminisztériumi adatbázis alapján végeztük el, ez – szemben az első csődmodell 154 vállalatával – 156 vállalatot jelent. Az input rétegben a feldolgozóipari vállalatok pénzügyi mutatói szerepelnek folytonos változóként. Az outputréteg egyetlen neuront: a fizetőképesség tényét tartalmazza, 0-val jelölve a fizetésképtelen, 1-gyel a fizetőkép vállalatokat. A csődmodell a korábbiakban már említett pénzügyi mutatók felhasználásával készült. (Lásd az 1. táblázatot.)

A mesterséges intelligencia modellek kiindulási alapja a teljes minta tanulási és tesztelő mintákra történő felosztása. Vizsgálatunkban a minta 75 százalékát jelöltük ki tanulási mintának és 25 százalékát tesztelő mintának, véletlenszerű besorolással. Az egyes tanulási ciklusokban szintén véletlen sorrendben kerültek az input adatok figyelembevételre.

A neurális hálók tanítását – vagyis a súlyok kialakítását – a rendelkezésre álló szoftver segítségével háromféle stratégiával végezhetjük el: meghatározott számú tanulási ciklus végigfuttatásával, valamint a tanulóminta legalacsonyabb átlagos négyzetes hiba (*MSE*) értékéig vagy a tesztelő minta legalacsonyabb átlagos négyzetes hiba (*MSE*) értékéig való futtatással. A két utóbbi esetben is előre definiálnunk kell a tanulási ciklusok számát, de azokat a súlyokat véglegesítik a tanulás során, amelyek a választott stratégia szempontjából a legkedvezőbbek. Előrejelzési célra megítélésünk szerint legjobb stratégia a tesztelő minta hibájának legalacsonyabb szintjére való törekvés, még akkor is, ha ekkor a kiinduló adatbázis besorolási pontossága kedvezőtlenebb képet mutat, mint a legalacsonyabb tanulási hibára való törekvés esetén.

A túltanulás leghatékonyabb elkerülési módja az, hogy folyamatosan nyomon követjük a ciklusok során egymással párhuzamosan a tanulási és a tesztelő minta hibáját, és addig engedjük tanulni a hálót, amíg a két hiba közel van egymáshoz. A szükséges ciklusok száma jelentősen eltér a köztes rétegekben szereplő különböző mennyiségű neuronok esetén (4. táblázat). Amennyiben tovább engednénk tanulni a hálókat, a tanulási minta hibája javulna, a tesztelő mintáé romlana, ami a túltanulás tipikus megnyilvánulása (1. ábra).

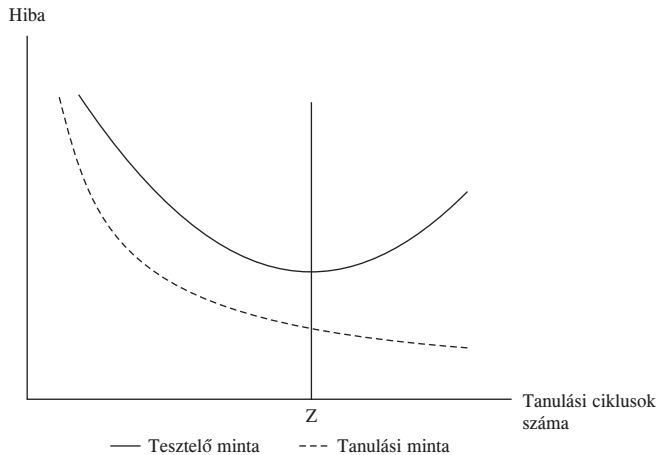
4. táblázat

A hat neurális háló tanulási ciklusai és becslési hibái ($n = 156$)

Megnevezés	Neuronok száma a két köztes rétegben (darab)					
	4-4	5-4	6-4	4-5	5-5	6-5
Tanulóciklusok száma	600	600	1000	1000	1200	1200
MSE (tanulási minta, százalék)	18,8	17,1	17,1	22,2	17,1	15,4
MSE (tesztelő minta, százalék)	10,3	17,9	12,8	15,4	7,7	7,7

1. ábra

A tanulási és a tesztelő minták hibáinak alakulása a tanulási ciklusok alatt



Forrás: Shlens [1999] 5. o.

Háromrétegű neurális hálóval az neuronok számától függetlenül nem sikerült megfelelően alacsony MSE-t elérni a modellkísérletek során, ami nem megfelelő becslőképességre utal. A szimulációs kísérleteket ezért négyrétegű neurális hálókkal folytattuk. A modellkísérletek azt mutatták, hogy nem érdemes négy neuronnál kevesebbet szerepeltetni egyik köztes rétegben sem, hiszen ekkor szintén viszonylag magas MSE értéket kapunk, ami az előrejelzési modell alacsony megbízhatóságát jelenti. A modell becslőképessége akkor is romlik, amikor az első köztes rétegben hatnál több, a második köztes rétegben pedig ötnél több neuront szerepeltetünk. A legjobb becslési eredmények akkor adódtak, amikor az első köztes rétegben 4-6, a második köztes rétegben pedig 4-5 neuron szerepelt. Ekkor a tesztelő minta MSE-je 7,7 és 17,9 százalék közötti értékeket vett fel (4. táblázat).

Az MSE mellett a csődmodellek „jósa” a besorolási pontosság alapján ítéltető meg (5. táblázat). Elsőfajú hibáról akkor beszélünk, amikor a modell a fizetésképtelen vállalatokat tévesen a fizetőkészek közé sorolja, másodfajú hiba esetén pedig a háló a fizetőképes vállalatokat sorolja hibásan a fizetésképtelenek közé.

Érdekesség, hogy mind a hat modell nagyobb elsőfajú hibát követett el, mint másodfajú, vagyis a neurális háló-modellek inkább hajlamosak fizetésképtelen vállalatot tévesen fizetőképesnek osztályozni, mint fordítva. Legmagasabb besorolási pontosságúnak, ezáltal a legmegbízhatóbb csődelőrejelzési modellnek az a megedzett négyrétegű neurális

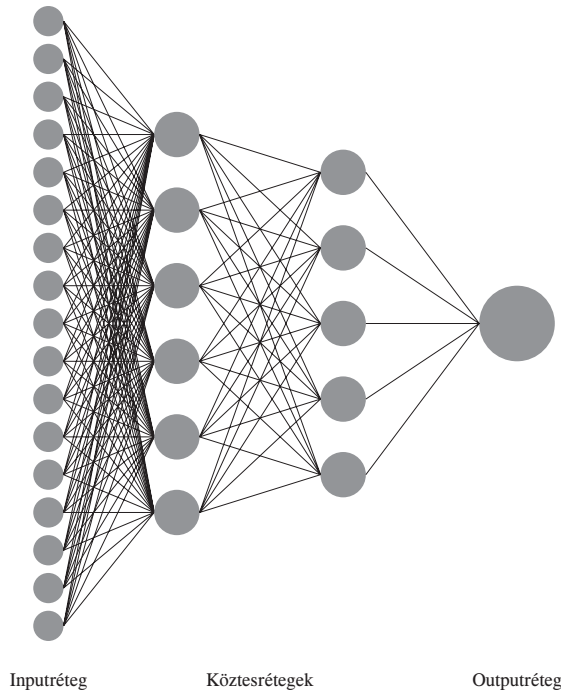
5. táblázat

A tanulási és a tesztelő minta besorolási pontossága ($n = 156$)

Megnevezés	Neuronok száma a két köztes rétegben (darab)					
	4-4	5-4	6-4	4-5	5-5	6-5
Rontott fizetőképes (tanulási minta, darab)	8	3	11	4	9	7
Rontott fizetéképtelen (tanulási minta, darab)	14	17	9	22	11	11
Összes rontott (tanulási minta, darab)	22	20	20	26	20	18
Összes rontott (tanulási minta, százalék)	18,8	17,1	17,1	22,2	17,1	15,4
Besorolási pontosság (tanulási minta, százalék)	81,8	82,9	82,9	77,8	82,9	84,6
Rontott fizetőképes (tesztelő minta, darab)	1	6	1	5	2	2
Rontott fizetéképtelen (tesztelő minta, darab)	3	1	4	1	1	1
Összes rontott (tesztelő minta, darab)	4	7	5	6	3	3
Összes rontott (tesztelő minta, százalék)	10,3	17,9	12,8	15,4	7,7	7,7
Besorolási pontosság (tesztelő minta, százalék)	89,7	82,1	87,2	84,6	92,3	92,3

2. ábra

A legjobb besorolási pontosságot biztosító négyrétegű neurális háló



háló bizonyult, amely az első köztes rétegben hat, a második köztes rétegben pedig öt neuront tartalmaz (2. ábra). Ez a háló 86,5 százalékos besorolási pontosságot ért el (6. táblázat).

A besorolási pontosságokat figyelembe véve, a felhasználókban kísértés támadhat kizárólag a 17-6-5-1 neuronnal álló négyrétegű neurális hálót egyetlen végleges, kész modellként elfogadni, és a későbbiekben kizárólag ezt alkalmazni csődelőrejelzésre. A neurális

hálókra is igaz azonban a sokváltozós matematikai statisztikának az a gyakorlati követelménye, hogy a rendelkezésre álló eljárások minél szélesebb körével célszerű ugyanaz(oka)t a megfigyelési egysége(ke)t feldolgozni, és amennyiben többszöri megerősítéssel is hasonló eredményeket kapunk, csupán azután célszerű elfogadni az eredményeket.

6. táblázat

A hat neurális háló besorolási pontossága ($n = 156$)

Megnevezés	Neuronok száma a két köztes rétegben (darab)					
	4-4	5-4	6-4	4-5	5-5	6-5
Rontott fizetőképes (darab)	9	9	12	9	11	9
Rontott fizetőképes (százalék)	11,5	11,5	15,4	11,5	14,1	11,5
Rontott fizetéseképtelen (darab)	17	18	13	23	12	12
Rontott fizetéseképtelen (százalék)	21,8	23,1	16,7	29,5	15,4	15,4
Összes rontott (darab)	26	27	25	32	23	21
Összes rontott (százalék)	16,7	17,3	16,0	20,5	14,7	13,5
Besorolási pontosság (százalék)	83,3	82,7	84,0	79,5	85,3	86,5

Számos külföldi empirikus vizsgálatban találkoztunk olyan megoldással, hogy a neurális háló besorolási pontosságát a tesztelő minta eredményei alapján véglegesítették azzal az indokkal, hogy az előrejelző képességet a háló számára ismeretlen mintán kell megítélni. Magával a koncepcióval egyet is lehet érteni – ekkor a neurális háló modelljeink besorolási pontossága öt háló esetén lényegesen javulna. Tekintettel azonban arra, hogy a diszkriminanciaanalízis és a logisztikus regresszió esetén a teljes inputadatbázis alapján számítottuk ki a modellek besorolási pontosságát, nem tehetünk másként a neurális hálóknak esetén sem.

A kapott eredmények ismételtén azt igazolják, hogy a pénzügyi és számviteli adatok sajátos összefüggésrendszere alapján, megbízható előrejelzési módszerek alkalmazásával, jó eséllyel alkothatunk ítéletet valamely vállalat jövőbeli fennmaradásáról.

Mindenképpen világosan látni kell, hogy a hat modell együttes alkalmazása sem ad 100 százalékos megbízhatóságú előrejelzést. A fizetőképes vállalatok mintájában három, a fizetéseképtelen vállalatok mintájában hat olyan megfigyelési egység található, amelyet mind a hat modell tévesen a másik osztályba sorolt. A modellek közötti „kollaboráció” kizárható, mivel külön fájlokban futtattuk őket, és a modellek mindegyik tanulási ciklusában az inputinformációkat véletlenszerűen vettük figyelembe. Sokkal inkább arról van szó, hogy az említett vállalatok nem hordozzák magukban azokat a jeleket, amelyek alapján a neurális hálóknak mintafelismerő képessége megtalálta volna rajtuk az adott osztályhoz megtalált tulajdonságokat. Gondoljunk arra, hogy egy pénzügyileg látszólag tökéletesen működő vállalatot egyetlen hibás vezetői döntése csődbe vihet, mások pedig meglehetősen sanyarú körülmények és gazdálkodás mellett is fennmaradhatnak.

A besorolási pontosság további javulása csak azon az áron lenne megvalósítható, hogy a neurális hálóknak a tanuló-adatbázisra specializálódnak. Ekkor azonban jelentős csorbát szenvedne a modellek előrejelző képessége, éppen a korábban már említett túltanulás következtében.

A különböző módszerekkel felépített csődmodellek összehasonlítása, értékelése

Amennyiben a besorolási pontosságot döntő kritériumként fogadjuk el, a neurális hálók jobb teljesítményt nyújtanak, mint a diszkriminanciaanalízis és a logisztikus regresszió, hiszen a hat modell közül öt egyértelműen felülmúlja a hagyományos eljárásoknál tapasztalt 77,9 százalékos és 81,8 százalékos pontosságot. A legmegbízhatóbb 17–6–5–1 struktúrájú neurális háló a diszkriminanciaanalízis besorolási pontosságát 8,6 százalékponttal, a logisztikus regresszióét 4,7 százalékponttal haladja meg. A neurális háló elsőfajú hiba tekintetében a diszkriminanciaanalízisnél 2,8 százalékponttal, a logisztikus regresszióéénál 5,4 százalékponttal, másodfajú hiba tekintetében a diszkriminanciaanalízisnél 14,5 százalékponttal, a logisztikus regresszióéénál 4,1 százalékponttal adott kedvezőbb eredményt.

Az empirikus vizsgálatok mellett előrejelzési-módszertani oldalról is igazolható, hogy a neurális hálók eredményesebben alkalmazhatók, mint a diszkriminanciaanalízis és a logisztikus regresszió. A diszkriminanciaanalízis nagyon jól működik azokban az esetekben, amikor a változók minden csoportban normális eloszlást követnek, valamint a csoportok kovarianciamátrixai ugyanazok. Empirikus vizsgálatok azonban kimutatták (*Back és szerzőtársai* [1996]), hogy különösen a fizetéseképtelenné vált vállalatok sértik meg a normalitás feltételeit. Hasonló problémák vannak a csoportokon belüli szóródásokkal is. A független változók közötti multikollinearitás szintén gondot jelent, különösen, ha a *stepwise*⁵ eljárást alkalmazzuk. Empirikus vizsgálatok (*Bernhardsen* [2001]) ugyan igazolták, hogy a normális eloszlás hiánya nem befolyásolja negatívan az osztályozó képességet, viszont az előrejelző-képességet igen. A diszkriminanciaanalízis legfőbb problémája azonban a linearitásból ered. Mivel a diszkriminanciafüggvény lineárisan választja el egymástól a fizetőképés és a fizetéseképtelen vállalatok csoportját, ezért a függvénybe bevont mutatószámok mindig ugyanolyan mértékben befolyásolják a besorolás eredményét, ami a valóságban nem igaz. Annak ellenére, hogy az előrejelzési módszer számos feltételezése nem állja meg a helyét, a diszkriminanciaanalízis sokáig szinte egyeduralgó módszer volt a csődelőrejelzésben.

A logisztikus regresszió alkalmazása során mindvégig azt feltételezzük, hogy a vizsgált változók közötti kapcsolatot leíró függvény típusa előre ismert és az logisztikus görbével írható le. A sokváltozós statisztikából azonban ismeretes, hogy a rosszul megválasztott függvény a regressziós együtthatók pontatlan becsléséhez, ezáltal rossz előrejelzéshez vezethet (*Füstös és szerzőtársai* [2004]). A neurális hálók felépítése során viszont nem kell foglalkoznunk a vizsgált jelenséget leíró függvény típusával, mivel a neurális hálók a matematikai úton bizonyított *univerzális approximátor* tulajdonságuk⁶ révén bármilyen típusú függvény utánzására képesek. Nincs szükség tehát előzetes ismeretekre a pontos előrejelzésekhez. A neurális hálók magukból az adatokból tanulják meg a kapcsolatok jellegét, minimalizálva ezáltal az előzetes mintán kívüli információk iránti igényt. A neurális hálók alkalmazását éppen ez az általános függvényközelítő képessége – vagyis az inputok és az outputok közötti kapcsolatok intelligens módon való megtalálásának képessége – igazolja. Ez nagy előny a csődelőrejelzésben.

A csődmodellek eredményességének értékelése akkor válik teljessé, ha nemcsak a becslési hiba és a besorolási pontosság alapján, hanem az előrejelző képesség alapján is

⁵ A *stepwise* eljárás olyan regressziószámítási módszer, amely lépésről lépésre állítja elő a legkisebb négyzetes eltéréssel rendelkező regressziós egyenletet.

⁶ *Cybenko* [1989] bebizonyította, hogy ha egy neurális háló legalább egy köztes réteget tartalmaz, akkor tetszőleges folytonos függvény reprezentálására képes. Ha pedig egy háló legalább két köztes réteggel rendelkezik, akkor tetszőleges függvény reprezentációjára képes.

vizsgáljuk a modellek teljesítményét. Ehhez olyan aktuális tényadatokon kell tesztelni a modelleket, amelyek nem szerepeltek a mintában. A közeljövőben megvalósításra tervezett hazai, reprezentatív, neurális háló alapú csődmódel ki fog egészülni a szükséges további empirikus vizsgálatokkal.

*

A neurális hálókkal elért eredmények jelentős javulásról adnak tanúbizonyságot a hagyományos matematikai-statisztikai módszerekhez viszonyítva. Előnyös tulajdonságuk miatt feltétlenül érdemes figyelmet szentelni az eljárásnak a hazai előrejelzési módszertanban történő minél sikeresebb meghonosítása érdekében.

Korszerű, megbízható, nagy pontosságú csődelőjelzési modellekre a jövőben még nagyobb szükség lesz Magyarországon, mint a múltban vagy a jelenben, hiszen európai uniós csatlakozás után a nem egyenlő versenyfeltételek beköszöntével a csődök száma várhatóan tovább növekedszik. Itt elég Ausztria csatlakozás utáni fejleményeire gondolnunk, ahol több száz éves múltra visszatekintő, korábban sikeresen működő vállalkozások mentek tömegesen csődbe a kedvezőbb méretgazdaságossági adottságokkal rendelkező német vállalatok piachódítása következtében.

Hivatkozások

- ALICI, Y. [1995]: Neural networks in corporate failure prediction: The UK experience. Megjelent: *Refenes, A. N.–Abu-Mostafa, Y.–Moody, J.–Weigend, A.* (szerk.): *Processing Third International Conference of Neural Networks in the Capital Markets*. London, október, 393–406. o.
- ALTMAN, E. I. [1968]: Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy. *The Journal of Finance*, Vol. 23. No. 4. 589–609. o.
- ALTMAN, E. I.–HALDEMAN, R.–NARAYANAN, P. [1977]: ZETA Analysis. A New Model for Bankruptcy Classification. *Journal of Banking and Finance*, Vol. 1. No. 1. 29–54. o.
- ALTMAN, E. I.–MARCO, G.–VARETTO, F. [1994]: Corporate distress diagnosis: Comparisons using linear discriminant analysis and neural networks. *Journal of Banking and Finance*, Vol. 18. No. 3. 505–529. o.
- ATIYA, A. F. [2001]: Bankruptcy Prediction for Credit Risk Using Neural Networks: A Survey and New Results. *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol. 12. No. 4. 929–935. o.
- BACK, B.–LAITINEN, T.–SERE, K.–VAN WEZEL, M. [1996]: Choosing Bankruptcy Predictors Using Discriminant Analysis, Logit Analysis, and Genetic Algorithms. Technical Report, No. 40. Turku Centre for Computer Science, Turku.
- BEAVER, W. [1966]: Financial ratios as predictors of failure, *Empirical Research in Accounting: Selected Studies*. *Journal of Accounting Research*, Supplement to Vol. 5. 71–111. o.
- BENEDEK GÁBOR [2000–2001]: Evolúciós alkalmazások előrejelzési modellekben, I–II. *Közgazdasági Szemle*, 12. sz. 988–1007. o. és 1. sz. 18–30. o.
- BENEDEK GÁBOR [2003]: Evolúciós gazdaságok szimulációja. PhD-értekezés, BKÁE matematikai közgazdaságtan és ökonometria tanszék, Budapest.
- BERNHARDSEN, E. [2001]: A Model of Bankruptcy Prediction. Working Paper. Financial Analysis and Structure Department, Research Department, Norges Bank, Oslo.
- BIGUS, J. P. [1996]: *Data mining with neural networks: solving business problems*. McGraw-Hill, New York.
- COATS, P.–FANT, L. [1993]: Recognizing financial distress patterns using a neural network tool. *Financial Management*, Vol. 22. No. 3. 142–155. o.
- CYBENKO, G. [1989]: Approximation by superpositions of a sigmoid function. *Mathematics of Controls, Signals and Systems*, Vol. 2. No. 4. 303–314. o.
- FITZPATRICK, P. [1932]: *A Comparison of the Ratios of Successful Industrial Enterprises with Those of Failed Companies*. The Accountants' Publishing Company, Washington.

- FRYDMAN, H.–ALTMAN, E. I.–KAO, D. L. [1985]: Introducing Recursive Partitioning for Financial Classification: The Case of Financial Distress. *The Journal of Finance*, Vol. 40. No. 1. 303–320. o.
- FÜSTÖS LÁSZLÓ–KOVÁCS ERZSÉBET–MESZÉNA GYÖRGY–SIMONNÉ MOSOLYGO NÓRA [2004]: Alakfelismerés. Sokváltozós statisztika. Új Mandátum Kiadó, Budapest.
- GONZALEZ, S. [2000]: Neural Networks for Macroeconomic Forecasting: A Complementary Approach to Linear Regression Models. Working Paper 2000-07, Department of Finance, Kanada.
- GURNEY, K. [1996]: Neural nets. Department of Human Sciences, Brunel University, Uxbridge.
- HAJDU, O.–VIRÁG, M. [2001]: A Hungarian Model for Predicting Financial Bankruptcy. *Society and Economy in Central and Eastern Europe*, Vol. 23. No. 1–2. 28–46. o.
- KERLING, M.–PODDIG, T. [1994]: Klassifikation von Unternehmen mittels KNN. Megjelent: *Rehkugler, H. – Zimmermann, H. G.* (szerk.): *Neuronale Netze in der Ökonomie*. München.
- KIVILUOTO, K. [1998]: Predicting bankruptcies with the self-organizing map. *Neurocomputing*, Vol. 21. No. 1–3. 191–201. o.
- KRISTÓF TAMÁS [2002]: A mesterséges neurális hálók a jövőkutatás szolgálatában. *Jövőelméletek*, 9. BKÁE Jövőkutatói Kutatóközpont, Budapest.
- KRISTÓF TAMÁS [2004]: Mesterséges intelligencia a csődelőrejelzésben. *Jövőtanulmányok*, 21. BKÁE Jövőkutatói Kutatóközpont, Budapest.
- LESHNO, M.–SPECTOR, Y. [1996]: Neural network prediction analysis: The bankruptcy case. *Neurocomputing*, Vol. 10. No. 1. 125–147. o.
- McKEE, T. E.–GREENSTEIN, M. [2000]: Predicting bankruptcy using recursive partitioning and a realistically proportioned data set. *Journal of Forecasting*, Vol. 19. No. 3. 219–230. o.
- MÉGYERI KRISZTINA [2001]: A pénz mint általános cseereeszköz modellezése. *Közgazdasági Szemle*, 4. sz. 307–329. o.
- ODOM, M.D.–SHARDA, R. [1990]: A Neural Network Model For Bankruptcy Prediction. Megjelent: *Proceeding of the International Joint Conference on Neural Networks*, San Diego, június 17–21. Volume II. IEEE Neural Networks Council, Ann Arbor, 163–171. o.
- OHLSON, J. [1980]: Financial ratios and the probabilistic prediction of bankruptcy. *Journal of Accounting Research*, Vol. 18. No. 1. 109–131. o.
- OLMEDA, I.–FERNANDEZ, E. [1997]: Hybrid Classifiers for Financial Multicriteria Decision Making: The Case of Bankruptcy Prediction. *Computational Economics*, Vol. 10. Issue 4. 317–352. o.
- OOGHE, H.–CLAUS, H.–SIERENS, N.–CAMERLYNCK, J. [1999]: International Comparison of Failure Prediction Models from Different Countries: An Empirical Analysis. Department of Corporate Finance, University of Ghent, Gent.
- PIRAMUTHU, S.–RAGHAVAN, H.–SHAW, M. [1998]: Using feature construction to improve the performance of neural networks. *Management Science*, Vol. 44. No. 2, 416–430. o.
- PLATT, H. D.–PLATT, M. B. [1990]: Development of a Class of Stable Predictive Variables: The Case of Bankruptcy Prediction. *Journal of Business Finance and Accounting*, Vol. 17. No. 1. 31–44. o.
- SALCHENBERGER, L.–CINAR, E.–LASH, N. [1992]: Neural networks: A new tool for predicting thrift failures. *Decision Sciences*, Vol. 23. No. 4. 899–916. o.
- SHACHMUROVE, Y. [2002]: Applying Artificial Neural Networks to Business, Economics and Finance. Departments of Economics, The City College of the City University of New York and The University of Pennsylvania, New York.
- SHLENS, J. [1999]: Time series prediction with artificial neural networks. Computer Science Program. Swarthmore College, Los Angeles.
- TAM, K.–KIANG, M. [1992]: Managerial applications of the neural networks: The case of bank failure predictions. *Management Science*, Vol. 38. No. 7. 416–430. o.
- TAN, C. N. W. [1999]: An Artificial Neural Networks Primer with Financial Applications Examples in Financial Distress Predictions and Foreign Exchange Hybrid Trading System. School of Information Technology, Bond University, Ausztrália.
- VIRÁG MIKLÓS [1996]: Pénzügyi elemzés, csődelőrejelzés. Kossuth Kiadó, Budapest.
- VIRÁG MIKLÓS–HAJDU OTTÓ [1996]: Pénzügyi mutatószámokon alapuló csődmódellem számítások. *Bankszemle*, XV. évf. 5. sz. 42–53. o.

- WERBOS, P. [1974]: Beyond regression: new tools for prediction and analysis in the behavioural sciences. Ph.D Thesis, Harvard University, Cambridge M.A.
- YANG, Z. [2001]: A new method for company failure prediction using probabilistic neural networks. Department of Computer Science, Exeter University, Exeter.
- ZHANG, G.–HU, M.–PATUWO, B. [1999]: Artificial neural networks in bankruptcy prediction: General framework and cross-validation analysis. *European Journal of Operational Research*, Vol. 116. 16–32. o.
- ZMIJEWSKI, M. E. [1984]: Methodological Issues Related to the Estimation of Financial Distress Prediction Models. *Journal of Accounting Research*, Supplement to Vol. 22. 59–82. o.