Közgazdasági Szemle, LI. évf., 2004. december (1101–1112. o.)

SIMONOVITS ANDRÁS

# Optimális rugalmas nyugdíjrendszer tervezése – biztosításmatematikai semlegesség és hatékonyság

**Rokkantsági nyugdíjrendszereket mérlegelve – aszimmetrikus információ mellett –, *Diamond–Mirrlees* [1978] meghatározta a társadalmilag optimális, érdekeltséget figyelembe vevő járadék–szolgálati idő függvényt, s ez ellentmondott a biztosításmatematikai semlegesség (más szóval: méltányos, tisztesség, korrektség) elvének. *Eső–Simonovits* [2003] ugyanezt a feladatot végezte el öregségi nyugdíjra. Közös modellünkben az egyéneknek (típusoknak) magáninformációjuk van a saját várható élettartamukról. A kormányzat célja: egy olyan nyugdíjmechanizmus (járadék–szolgálati idő függvény) tervezése, amely maximalizál egy társadalmi jóléti függvényt, és az érdekeltségi feltételek mellett kielégít egy társadalmi költségvetési korlátot (második legjobb újraelosztó rendszer). A mostani dolgozat a társadalmi korlát helyett típusspecifikus korlátokat vizsgál, és a második legjobb semleges megoldást határozza meg. Ez a megoldás azonban nem hatékony, hiszen a korábban vizsgált újraelosztó megoldás gyakran Pareto-dominálja a semleges megoldást.***
**Journal of Economic Literature (JEL) kód: D82, D91, H55.**

Annak ellenére, hogy az emberek egyre jobb egészségben egyre tovább élnek, egyre hamarabb mennek nyugdíjba. E jelenség gyakori magyarázata az, hogy a nyugdíjszabályokat rosszul tervezték (*Gruber–Wise* [1999]). Ez a hiba egyebek mellett veszélyezteti a társadalombiztosítási (röviden: tb) rendszerek fenntarthatóságát. Ezért nagyon fontos, hogy e nyugdíjszabályokat úgy javítsuk ki (például a nyugdíjkorhatár emelésével), hogy a tb-rendszer fenntartható maradjon, miközben más célok – biztosítás, semlegesség (tisztesség, korrektség) és az egyéni különbségek figyelembevétele – szintén megvalósuljanak.

Az irodalomban szokásos az a feltevés, hogy a kormányzatnak és az egyéneknek ugyanaz az információ áll rendelkezésre a várható élettartamról, viszont az egyéni munkaáldozat értékét csak az egyén ismeri (aszimmetrikus információ). Ebben az esetben ésszerű az úgynevezett *biztosításmatematikailag semleges* szabály, ahol a járadék az életpálya-járulék és a hátralévő várható élettartam hányadosa. E mellett a járadékfüggvény mellett azok a dolgozók, akik számára fontosabb a szabad idő, korábban mennek nyugdíjba, és kisebb életpálya-járulékukkal arányos, valamint a hosszabb hátralévő élettartamukkal fordítottan arányos életjáradékot kapnak.

A szolgálati idő, pontosabban a nyugdíjazási kor és a járadék összefüggésének elvét és gyakorlati megvalósítását az *1. táblázat* három sora mutatja be, (nyugat)német adatokon. Mindhárom rendszerben 65 év a *normális nyugdíjazási kor*, ahol 100 százalékos járadé-

* Mindenekelőtt az előzményként szolgáló *Eső–Simonovits* [2003] cikk társszerzőjének, *Eső Péternek* mondok köszönetet. Kifejezem még hálámat *Peter Diamondnak, Valentinyi Ákosnak* és különösen *Vincze Jánosnak* értékes tanácsaikért. Kutatásomat az OTKA T 046175 forrása támogatta.

*Simonmovits András* MTA KTK, CEU és BME (e-mail: simonov@econ.core.hu).

kot fizet a kormány. Az első sor az 1972-ben bevezetett gyenge ösztönző rendszert mutatja be, ahol az évi 2,5 százalékos (hol 2, hol 3 százalékra kerekített értéke) kizárólag az életpálya-járulék emelkedését tükrözi. Csupán a 66 és a 67 éves korban veszik figyelembe a csökkenő hátralévő élettartamot. A második sor egy korlátozottan ösztönző-büntető rendszert ábrázol, amely az első rendszert 1992-től kezdve fokozatosan cseréli le. A harmadik sor a már említett semleges rendszer, amelyet később megvilágítandó okokból a *hagyományos* jelzővel illetünk.

*1. táblázat*

Járadék és a nyugdíjazási életkor kapcsolata

| Nyugdíjrendszer | A nyugdíjazási életkor | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 1972-ben bevezetett gyenge ösztönző | 88 | 90 | 93 | 95 | 98 | 100 | 110 | 120 | 123 | 126 | 129 |
| 1992-ben elkezdett korlátozottan ösztönző-büntető | 70 | 76 | 82 | 88 | 94 | 100 | 109 | 117 | 126 | 134 | 143 |
| Hagyományosan semleges | 66 | 72 | 78 | 84 | 92 | 100 | 109 | 120 | 131 | 144 | 159 |

*Forrás: Börsch-Supan* [2001] 21. o. 1.2. táblázat, kerekítve, 3 százalékos leszámítolás, férfi halandóság.

Néhány évvel ezelőtt több országban (Svédország, Lengyelország stb.) bevezették az eszmei tőkeszámlákat. Ezzel a hagyományos semleges szabály lépett életbe, amelyről a hívei azt állítják, hogy az újraelosztás kiküszöbölésével megoldja az ösztönzési kérdést. Ha tényleg nincs aszimmetrikus információ az élettartamot illetően, akkor a hagyományos semleges ösztönzés elfogadható (*Augusztinovics* [2000] és *Börsch-Supan* [2001]). A hagyományos semlegesség logikáját azonban aláássa, hogy az egyéni élettartam és a szolgálati idő között erős pozitív korreláció van: aki tovább él, az tovább is dolgozik. Ezt a pozitív korrelációt *Waldron* [2001] igazolta empirikusan. Ugyanakkor van közvetlen bizonyíték arra, hogy az emberek elég jól előrejelzik saját várható élettartamukat (*Smith és szerzőtársai* [2001]).

Az optimális mechanizmustervezésből, különösképpen *Mirrlees* [1971] által kezdeményezett optimális jövedelemadózásból ismert módszereket alkalmazunk, hogy megtaláljuk a rugalmas nyugdíjösztönzési feladat második legjobb megoldását. Feltesszük, hogy az egyéneknek saját információjuk van a várható élettartamukról.

A kormányzat célja egy olyan nyugdíjmechanizmus (járulékkulcs és a szolgálati időtől függő járadékfüggvény) tervezése, amely maximalizál egy társadalmi jóléti függvényt, és az érdekeltségi feltételek mellett kielégít egy aggregált vagy sok dezaggregált költségvetési korlátot. Mivel különböző típusú (várható élettartamú) egyének az ösztönzési függvény alapján optimalizálják saját szolgálati idejüket, a kormányzatnak figyelembe kell vennie az érdekeltségi korlátokat.

A nyugdíjirodalomban *Diamond–Mirrlees* [1978] volt az első tanulmány, amelynek szerzői mechanizmustervezési módszert alkalmaztak a társadalmilag optimális, érdekeltséget figyelembe vevő járadék–szolgálati idő függvény meghatározására. Jóval később kezdődött el az öregségi nyugdíjösztönzés vizsgálata: *Fabel* [1994], *Diamond* [2003], *Eső–Simonovits* [2003] és *Simonovits* [2003]. Ezek az írások azzal fejlesztették tovább a hagyományos nyugdíjösztönzési irodalmat, hogy új irányba terjesztették ki az optimális járadékfüggvény elemzését: feltették, hogy az egyéneknek magáninformációjuk van saját várható élettartamukról.

Az előzmények közül itt csupán az *Eső–Simonovits* [2003] cikket taglaljuk. A modellben az egyének vagy a *típusok* csak várható élettartamukban különböznek egymástól.

Jelük: $t = S, \ldots, T$, természetes számok. A szokásos módszereket alkalmazva, meghatároztuk az első és a második legjobb optimális járadék–szolgálati idő függvényt. (Az első legjobb megoldásban az információ közös, és az egyének végrehajtják a kormányzat döntését; a második legjobb megoldásban az információ magántulajdon, és az egyéneket érdekeltté kell tenni abban, hogy igazat mondjanak.) Az optimumot adó egyenleteket analitikusan határoztuk meg. Ez a függvény nagyon különbözik a hagyományos semleges szabálytól (amely közelítőleg semleges lenne, ha az egyének nem az élettartamukban, de munkaáldozatukban különböznének egymástól). A társadalmilag optimális (és ösztönzéssel összeegyeztethető) járadékszabály – a hagyományos semleges szabályhoz hasonlóan – újraelosztást hajt végre a várhatóan rövidebb életűektől a hosszabb életűeknek, de tompított mértékben. Az optimális járadékfüggvény tulajdonságai a társadalmi jóléti függvény alakjától függnek: egyenlősítőbb társadalmi célok rugalmasabb járadékszabályokhoz vezetnek. Utilitarizmus esetén (ahol a társadalmi jóléti függvény az egyéni életpálya-hasznosságok súlyozott átlaga) a megoldás egy teljesen rugalmatlan rendszer, amelyben minden egyén egyforma életkorban és egyforma éves nyugdíj mellett vonul nyugdíjba, és meglepő módon a teljes információjú, első legjobb megoldás megvalósítható. Merevsége ellenére vízmértékként fogjuk alkalmazni ezt a szabályt.

A nyugdíjtervezés irodalma az optimális adótervezés megközelítését követve, eleve feladta a semleges járadékfüggvény keresését. Ugyanakkor az ösztönzéselmélet más területein fennmaradt a semlegesség követelménye. Például *Rotschild–Stiglitz* [1976] optimális biztosítási szerződésében mind a jó sofőr, mind a rossz sofőr a „pénzénél marad”, a jó vezető a viszonylag nagy önrészesedés vállalásával igazolja a biztosítónak, hogy ő tényleg kevesebb balesetet csinál, mint a rossz vezető. Itt nem kötelező a részvétel, és a piaci verseny biztosítja, hogy a biztosító közgazdasági profitja nulla legyen.

Ebben a dolgozatban a nyugdíjtervezés területén alkalmazom a semlegességet. Ez a modell jóval egyszerűbb, mint az elődje, hiszen az egyes típusok szolgálati idõit egyértelműen meghatározzák a járadékok.

Két fogalom játszik fontos szerepet eredményeink kifejtésében: a modell diszkretizációs foka (felbontási finomsága) és a minmax hányados. *a)* A várható élettartamokat elvileg számolhatnánk folytonos időben, s ekkor a *modell felbontása* tökéletes lenne. Gyakorlatban azonban e mutatókat alapidőszakokba csoportosítják (diszkretizálás), amelyek közös hossza 1 hónap vagy év, sőt, egyes elméleti közgazdászok hajlamosak nemzedéknyi időszakokban számolni. A modell *diszkretizációjának foka* az alapidőszak hosszának és a $T$ maximális várható élettartamnak a hányadosa, amely független a mértékegységtől. Természetesen, ha az alapidőszak hossza hónap helyett év, vagy év helyett évtized, akkor egyre nagyobb a diszkretizáció foka. *b)* A hagyományos modellekben minden egyénnek ugyanaz a várható élettartama. Az aszimmetrikus információjú modellekben viszont a várható élettartamoknak is van egy eloszlása. Meglepő módon csak a minimális ($S$) és a maximális ($T$) felnőttkori élettartamok arányára, az *$S/T$ minmax hányados*ra lesz szükségünk. Figyelemre méltó, hogy ha a diszkretizáció foka kicsiny, akkor a minmax hányados eléggé közel van 1-hez, de a fordított állítás általánosan nem igaz. Kéttípusú ($S = T - 1$) modellben a diszkretizáció foka + a minmax hányados = 1.

A dolgozat fő eredményei a következők.

1. Létezik egy első legjobb járadék–szolgálati idő függvény: minden típus ugyanazt az időszakos járadékot kapja, és szolgálati ideje arányos várható élettartamával (ezt a fajta rendszert *Eső–Simonovits* [2003] autarknak nevezte).

2. Létezik egy második legjobb megoldás, amely egyúttal korlátozott Pareto-optimális az érdekeltségi feltételeknek eleget tevő semleges szabályok között.

3. Ha a diszkretizáció foka elegendően kicsi, akkor a második legjobb semleges szolgálati idők túlzottan érzékenyek a várható élettartamokra: az élettartam egyévnyi csökkenése több mint egy évvel csökkenti a szolgálati időt. (Számpéldánkban már az 1/3-os

diszkretizációs fok esetén fellép a túlzott érzékenység. Éves felbontásban a legtovább, 79 évig élő személyeknek 3,5 évvel kell tovább dolgozniuk, mint a 78 évig élőknek.) Azt sejtjük, hogy ha a minmax hányados elég közel esik 1-hez, akkor minden típus esetén érzékeny a függés. (Numerikus példánkban ez a felnőttkori élettartamok 52/59 hányadosára valósul meg.)

4. Ha a diszkretizáció foka eléggé kicsi (példánkban 1/26-nál kisebb), és csak két típus létezik, akkor a második legjobb semleges szabály nemcsak jóléti, de Pareto-értelemben is rosszabb az újraelosztó társánál. Azt sejtjük, hogy ha a minmax hányados elég nagy, akkor kettőnél több típus esetén is igaz a korlátozott Pareto-dominancia. (Numerikus példánkban ez is az 52/59 hányadosra valósul meg.) A heurisztikus magyarázat viszonylag egyszerű: a leghosszabb ideig élők járadéka mindkét rendszerben azonos, de a szolgálati idő a semleges rendszerben jóval hosszabb, mint az újraelosztó rendszerben. Ezért az életpálya-hasznosság az előbbiben kisebb, mint az utóbbiban. Az érdekeltségi feltételek megőrzik az egyenlőtlenséget a rövidebb élettartamúak esetére is. (Egyébként hasonló összefüggés érvényes a Rotschild–Stiglitz-modellben is.)

A dolgozat szerkezete a következő. A bemutatását követően levezetjük az első, illetve a második legjobb szabályt, majd összehasonlítjuk a második legjobb semleges és az újraelosztó szabályt. A tanulmányt következtetéseinkkel zárjuk. Bár e cikk az *Eső–Simonovits* [2003] cikk folytatása, önállóan is olvasható.

## A modell

A cikkben a következő modellt vizsgáljuk. Tekintsünk egy (stacionárius) népességet, amelynek tagjai ismerik saját várható élettartamukat, de a kormányzat nem ismeri e mutatókat. Minden egyén 0 évesen lép be a munkapiacra, és egységnyi terméket termel évente. (Ezért a szolgálati idő és a nyugdíjazási kor a modellben azonos.) Feltesszük, hogy a dolgozók nem takaríthatnak meg. (Ez az irodalomban szokásos feltétel, kivétel: *Diamond–Mirrlees* [2005].)

A modell, amelyet mérlegelünk, élethű a következő értelemben. A nyugdíjrendszer első összetevője a $\tau < 1$ járulékkulcs, amelyet a dolgozók fizetnek (más adóktól eltekintünk). Az egyszerűség kedvéért a járulékkulcsot rögzítettnek tekintjük. Amikor a dolgozó nyugdíjba megy, mondjuk $R$ évesen, abbahagyja a termelést, nem fizet többé járulékot, viszont $b > 0$ nagyságú éves életjáradékot kap. A kormányzat alakítja ki a $\tau$ járulékkulcsot, és a $b(R)$ járadékfüggvényt (vö. *Simonovits* [2002]). *Eső–Simonovits* [2003]-t követve, $(b_t, R_t)$ parametrikus szabállyal dolgozunk, ahol $t$ a várható élettartam. Megköveteljük, hogy a rendszer típusonként pénzügyi egyensúlyban legyen (azaz a várható járadékok nem lehetnek nagyobbak a várható járulékoknál). Nem engedjük meg, hogy a járadékok megszűnjenek vagy akár csökkenjenek az életkorral együtt. Kizárjuk, hogy életjáradék helyett a felhalmozott tőkét adják oda a nyugdíjasnak nyugdíjazásakor.

Feltesszük, hogy a legtovább élő dolgozók is korábban mennek nyugdíjba, mintsem meghalnának a legkorábban meghalók: $R_T < S_{\min}$. (Ez egy ésszerű feltevés egy öregségi nyugdíjrendszerben. Nélküle a leghamarabb meghaló egyén halála friss információhoz juttatná a kormányzatot a többiek várható élettartamáról, s ezáltal nagyon bonyolulttá tenné a feladatot.)

Egy egyén $v$ életpálya-hasznosságfüggvénye a dolgozói és nyugdíjas szakasz hasznosságfüggvényének az összege. Ha a $t$-edik típusú egyén $R$ évet dolgozik, akkor $u = u(1 - \tau)$ hasznossághoz jut $R$ éven keresztül és $w(b)$ hasznossághoz $t - R$ éven keresztül, tehát az életpálya-hasznosságfüggvény

$$v = Ru + (t - R)w(b). \tag{1}$$

Megjegyezzük, hogy ha $\mathbf{t}$ jelöli a $t$-edik típus véletlen élettartamát, akkor

$$\mathbf{v} = Ru + (\mathbf{t} - R)w(b) \qquad (\mathbf{1})$$

a véletlen életpálya-hasznosság. Mivel $b$ és $R$ csak $t$-től függ, de $\mathbf{t}$-től nem, várható értékre térve, visszakapjuk (1)-et. Ugyanez elmondható a (3)-ban bevezetendő típusspecifikus egyenlegekre is.

Az egyén szabadidő-preferenciáját $u(\cdot)$ és $w(\cdot)$ éves hasznosságfüggvények különbözősége tükrözi. Egyetlenegy megszorítást teszünk $u$-ra és $w$-re:

$$w(0) - w'(0)\tau < u(1 - \tau) < w(1) - w'(1)(\tau+1). \qquad (2)$$

Erre a feltételpárra szükségünk van ahhoz, hogy a (0, 1) szakaszon létezzen az első legjobb járadék (1. tétel). (Önmagában elegendő volna pozitív járadék létezése, s ehhez gyengébb feltevés is megtenné; de később 1-nél kisebb járadékot tételezünk fel.) Ez a megszorítás elég enyhe. A későbbiekben még azt is feltesszük, hogy $w(0) < u$ [sőt, $w(0) = -\infty$], ezért az alsó korlát tényleg ártalmatlan.

Már említettük, hogy semleges rendszert vizsgálunk, ahol a várható életpálya-járulék és -járadék egyenlő:

$$\tau R = b(t - R), \text{ azaz } b = \frac{\tau R}{t-R}, \text{ azaz } R = \frac{b}{\tau + b}t. \qquad (3)$$

A semleges megoldást hullámmal jelöljük. Behelyettesítve (3)-at (1)-be,

$$\tilde{v} = t\varphi(b), \text{ ahol } \varphi(b) = \frac{ub + w(b)\tau}{\tau + b}. \qquad (4)$$

Diszkrét típusú modellt vizsgálunk. A $t$ várható élettartammal jellemzett típusok $S$-től $T$-ig terjednek (mindegyik természetes szám). A trivialitást elkerülendő, feltesszük, hogy legalább két típus létezik: $S < T$. Legyen $f_t$ a $t$ várható élettartamú egyének relatív gyakorisága: $f_S$, $f_T > 0$ és $\sum_{t=S}^{T} f_t = 1.$ Ekkor az átlagos várható élettartam $m = \sum_{t=S}^{T} tf_t,$ és a hagyományosan semleges járadékfüggvény $b(R) = \tau R/(m - R)$.

A kormányzat egy optimális $\{b_t\}$ nyugdíjrendszert tervez, amely maximalizál egy additív konkáv társadalmi jóléti függvényt $\sum_t \psi(\tilde{v}_t) f_t,$ ahol $\psi$ egy növekvő és konkáv skalár–skalár függvény, amely az egyéni hasznosságokat társadalmi hasznossággá transzformálja. (Vegyük észre, hogy különböző élettartamú egyének életpálya-hasznosságát összeadva, egy korosztály életpálya-jólétét mérjük. Ugyanez elmondható a későbbiekben bevezetendő egyéni és aggregált egyenlegekre is.)

A $t$-edik típusú dolgozó általános életpálya-hasznossága $v_t$, ahol $v_t = [u(S) - w(b_t)]R_t + {}$ $+ w(b_t)t,$ speciális semleges változatban (4′): $\tilde{v}_t = t\varphi(b_t)$.

## Az első legjobb megoldás

Ebben a fejezetben a következő feltevés esetén elemezzük a mechanizmustervezési feladat megoldását: az egyéneknek *nincs* magáninformációjuk saját élettartamukról. Csak azt tesszük föl, hogy minden dolgozó várható élettartama mindenki által megfigyelhető. E mellett a kormányzat szabja meg az egyének szolgálati idejét. Ez a megoldás mérceként szolgál a következő fejezetben vizsgálandó második legjobb megoldás esetén.

A teljes informáltság miatt a társadalmi tervező (a mechanizmusszerkesztő) képes első legjobb nyugdíjtervet készíteni, a $t$-edik típusú dolgozóknak $R_t$ szolgálati időt és $b_t$ éves nyugdíjat rendelve. Feltehetjük, hogy $0 < R_t < t$.

Ekkor a kormányzat egy társadalmi jóléti függvényt maximalizál, azaz

$$\max_{\{b_t\}_t} \sum_{t=S}^{T} \psi(\tilde{v}_t) f_t,$$

feltéve, hogy teljesül

$$\tilde{v}_t = t\varphi(b_t), \quad \text{ahol } t = S, \ldots, T. \tag{4'}$$

Ezt a feladatot hívjuk az *első legjobb optimum feladat*nak.

Az elsőrendű szükséges feltételekből következik az

**1. tétel.** a) *Az első legjobb megoldásban,* $(b_t^*, R_t^*)_{t=S}^T$, *a nyugdíj* független a várható élettartamtól: $b_t^* = b^*$, *és kielégíti a következő egyenletet:*

$$u - w(b^*) + w'(b^*)(\tau + b^*) = 0. \tag{5a}$$

b) *A szolgálati idő arányos a várható élettartammal:*

$$R_t^* = \frac{b^* t}{\tau + b^*}. \tag{5b}$$

**Megjegyzések**. 1. A (2) feltevés miatt az (5*a*) egyenletnek van megoldása. Vegyük észre, hogy $u < w(b^*)$, s a megoldás egyértelmű, hiszen a bal oldali kifejezés deriváltja, $w'(b)(\tau + b)$ negatív.

2. Az *Eső–Simonovits* [2003] cikkben ugyanezt a járadékot kaptuk, továbbá az *utilitarista* társadalmi jóléti függvényhez – amely az egyéni életpálya-hasznosságfüggvények súlyozott összege – tartozó, seregnyi első legjobb újraelosztó szolgálati idők közt szerepel az (5*b*) megoldás is.

**Bizonyítás**. Mindegyik $\psi(\tilde{v}_t)$ a többitől függetlenül is maximalizálható. (4′) értelmében az elsőrendű feltételek mindegyik típusra azonosak:

$$\varphi'(b) = \frac{u - w(b) + w'(b)(\tau + b)}{(\tau + b)^2}\tau = 0.$$

(5*a*)-t behelyettesítve (3)-ba, adódik (5*b*). ■

A nagyságrendek érzékeltetése céljából érdemes számpéldán is bemutatni eredményeinket (*Eső–Simonovits* [2003]). Legyen $S = 49$ és $T = 59$ év. Föltesszük, hogy a kormányzat szempontjából az egyének várható élettartama 49 és 59 év között egyenletesen oszlik el: $f_t = 1/(T - S + 1)$. Legyen a nyugdíjas pillanatnyi hasznosságfüggvénye állandó relatív kockázatkerülési együtthatójú (CRRA), $w(x) = \theta - x^\sigma/\sigma$, $1 - \sigma$ lévén a relatív kockázatkerülési együttható és $\varepsilon$ a munkaáldozat. Vegyük a következő paraméterértékeket: $\theta = 4{,}1$; $\sigma = -0{,}5$ és $\varepsilon = 1{,}398$. Az első legjobb esetben az optimális járulékkulcsnál a dolgozó fogyasztása azonos a nyugdíjaséval. (Ez annak a feltevésünknek a nem kívánt mellékhatása, hogy a dolgozó pillanatnyi hasznosságfüggvénye csupán egy additív állandóban különbözik a nyugdíjasétől.) Legyen $\tau = 0{,}2$, ekkor $b^* = 0{,}8$. Az optimális szolgálati idők (5*b*) szerint a felnőttkori élettartamok 0,8-szeresei.

## Optimális nyugdíjmechanizmus aszimmetrikus információ esetén

A következőkben elejtjük azt a feltevést, hogy a kormányzat ismeri a várható egyéni élettartamokat. Ekkor a második legjobb megoldást keresve, bevezetjük az érdekeltségi feltételeket, és levezetjük a társadalmilag optimális, érdekeltségi feltételt kielégítő járadékfüggvényt.

A $\{\bar{b}_t, \bar{R}_t\}_{t=S}^{T}$ szabály *érdekeltségi feltétele*, ahol $\bar{R}_t$ a (3)-ból adódik, olyan, hogy a $t$-edik típus $\bar{b}_t$-t választja a lehetőségekből.

Intuitíve természetes, hogy elegendő a szomszédos „lefelé néző” érdekeltségi feltételeket tekinteni: a ($t$ + 1)-edik típus előnyben részesíti, hogy $\bar{R}_{t+1}$ ideig dolgozzon $\bar{b}_{t+1}$ életjáradékért, mintsem $\bar{R}_t$ ideig dolgozzon $\bar{b}_t$ életjáradékért, amelyet a kormányzat által vártnál tovább élvezne. (A „felfelé néző” érdekeltségi feltételekről * Eső–Simonovits* [2003] megmutatta, hogy teljesülnek, hiszen senki sem akar úgy tenni, mintha tovább élne a valóságosnál, csakhogy tovább dolgozhasson – még ha emelt járadékért is.)

Képletben:

$$v_{t+1} \geq [u - w(b_t)]R_t + w(b_t)(t+1) = v_t + w(b_t),$$

azaz

$$v_{t+1} \geq v_t + w(b_t), \quad \text{ahol } t = S, \ldots, T-1. \tag{6}$$

Könnyű belátni, hogy $b_t \leq b_{t+1}$ (amelyből következik, hogy $R_t \leq R_{t+1}$).

A társadalmi tervező feladata a következő:

$$\max_{\{b_t\}_t} \sum_{t=S}^{T} \psi(\tilde{v}_t) f_t,$$

feltéve, hogy

$$\tilde{v}_{t+1} \geq \tilde{v}_t + w(b_t), \quad t = S, \ldots, T-1.$$

Ezt a feladatot a társadalmi tervező *második legjobb semlegességi feladat*ának nevezzük.

Figyeljük meg, hogy az első legjobb megoldás nem elégíti ki az érdekeltségi feltételt. Másképpen kifejezve: a társadalmi tervező képtelen megvalósítani ezeket a nyugdíjazási szabályokat, tudakolván az egyének várható élettartamát és ennek megfelelően különböző szolgálati időt írva elő számukra.

Behelyettesítve $\tilde{v}_t = t\varphi(b_t)$-t, a következő variánshoz jutunk:

$$\max_{\{b_t\}_t} \sum_{t=S}^{T} \psi(t\varphi(b_t)) f_t$$

feltéve, hogy

$$(t+1)\varphi(b_{t+1}) - t\varphi(b_t) - w(b_t) \geq 0, \quad \text{ahol } t = S, \ldots, T-1. \tag{7}$$

A (2) feltevés bal oldalát megerősítjük: az egyének inkább hajlandók valamennyi ideig dolgozni $1 - \tau$ nettó keresetért, mintsem hogy nulla nyugdíjat kapjanak: $u > w(0)$. Következmény: létezik a $w(b_o) = u$ egyenletnek megoldása, azaz a $b_o$ járadék esetén a nyugdíjas időszakos hasznossága megegyezik a dolgozóéval.

Egy elemi megfigyelésből következik a

**2. tétel.** *Létezik a második legjobb semleges szabály, ahol a járadéksorozat kielégíti a következő implicit differenciaegyenletet:*

$$(t+1)\varphi(\bar{b}_{t+1}) - t\varphi(\bar{b}_t) - w(\bar{b}_t) = 0, \quad \text{ahol } t = S, \ldots, T-1; \; \bar{b}_T = b^*. \tag{7'}$$

*Sőt*, $\bar{b}_T > \bar{b}_{T-1} > \cdots > \bar{b}_S > b_o$.

**Megjegyzések**. *1.* Az *Eső–Simonovits* [2003]-féle második legjobb újraelosztó megoldással ellentétben, a semleges optimum független a társadalmi jóléti függvénytől. Nem csoda, hogy a semleges megoldás Pareto-optimális, azaz bármely más semleges megoldásban, amely kielégíti az érdekeltségi feltételeket is, legalább az egyik típus hasznossága kisebb, mint a megfelelő második legjobbé.

*2.* A megoldás sajátos vonása, hogy a korosztályhoz hozzávéve egy még rövidebb élettartamú ($S$ – 1 évig élő) típust, az új megoldás tartalmazza a régit: $(\bar{b}_t)_S^T$ független $\bar{b}_{S-1}(S)$-től.

**Bizonyítás**. Mivel $\varphi$ a $w(b)$ és $u$ súlyozott átlaga [lásd (4)], $\varphi(b_o) = w(b_o)$. Ezért $b_t \equiv b_o$ kielégíti a (7′)-t, a megoldások halmaza nem üres. Mivel $\varphi(\cdot)$ nő a $[b_o, b^*]$ szakaszon, és a jóléti függvény additív, mindegyik $\bar{b}_t$ növelhető a feltételes maximumáig, amelyet követője, $\bar{b}_{t+1}$ határoz meg (7′)-on keresztül. Minél nagyobb $\bar{b}_{t+1}$, annál nagyobb lehet $\bar{b}_t$. Mivel $\bar{b}_T$-nek nincs követője, feltétel nélküli maximuma: $b^*$ választható.

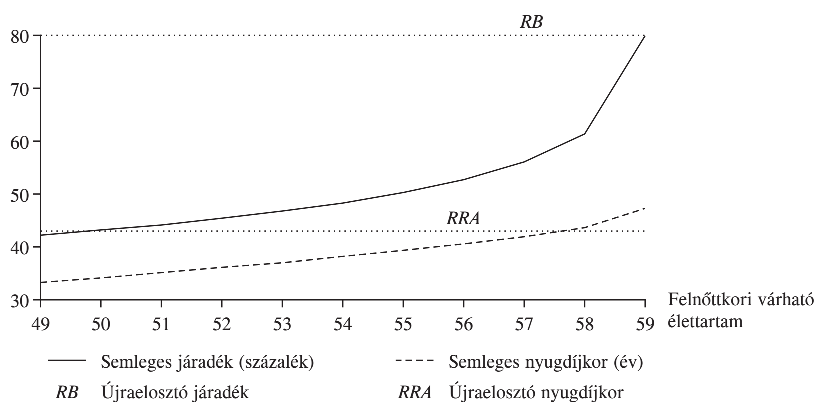
Teljes indukcióval igazolható, hogy $b^* = \bar{b}_T > \bar{b}_{T-1} > \cdots > \bar{b}_S (> b_o)$. ■

A második legjobb esetben a megoldást lépésről lépésre végezhetjük, de időben visszafelé haladva. Érdemes a számszerű eredményeket a *2. táblázat*ban és az *1. ábrán* bemutatni. (Az RB és az RRA jelzésű egyenesek jelentését később adjuk meg.)

*2. táblázat*
A második legjobb semleges (és újraelosztó) megoldás jellemzői

| Várható élettartam $t$ | Semleges járadék $\bar{b}_t$ | Semleges szolgálati idő $\bar{R}_t$ | Semleges életpálya-hasznosság $\tilde{v}_t$ | Újraelosztó életpálya-hasznosság $\hat{v}_t$ |
|---|---|---|---|---|
| 49 | 0,424 | 33,3 | 31,7 | 30,9 |
| 50 | 0,433 | 34,3 | 32,7 | 32,8 |
| 51 | 0,443 | 35,1 | 33,7 | 34,7 |
| 52 | 0,455 | 36,1 | 34,8 | 36,5 |
| 53 | 0,468 | 37,1 | 36,0 | 38,4 |
| 54 | 0,484 | 38,2 | 37,2 | 40,3 |
| 55 | 0,504 | 39,4 | 38,4 | 42,1 |
| 56 | 0,528 | 40,6 | 39,7 | 44,0 |
| 57 | 0,562 | 42,0 | 41,0 | 45,9 |
| 58 | 0,614 | 43,7 | 42,4 | 47,7 |
| 59 | 0,800 | 47,2 | 44,0 | 49,6 |

*1. ábra*
Semleges második legjobb megoldás



A második legjobb semleges megoldás legmeglepőbb vonása az, hogy a leghosszabb ideig élő típusnak 3,5 évvel tovább kell dolgoznia, mint a következőnek (aki csak 1 évig él rövidebb ideig). Másrészt sokkal nagyobb nyugdíjat kap, mint szomszédja. A többi típus esetén a szolgálati idő–nyugdíj-páros elfogadhatónak tűnik, bár a várható élettartam évenkénti csökkenése egészen a $t = 52$ típusig több mint 1 évvel csökkenti a szolgálati időt: a szolgálati idők túlzottan érzékenyek a várható élettartamokra.

A számítások egyszerűsítése miatt föltesszük, hogy a járulékkulcs első legjobb: a dolgozó és a nyugdíjas jövedelme azonos: $\tau = 1 - b^*$. A következő tétel kimondása előtt vissza kell térnünk a diszkretizáció fokához. Diszkrét idővel dolgozva, a maximális várható élettartam, $T$ numerikus értéke függ a típus szélességétől (például 59 év = 5,9 évtized). Általában az azonos (tan)évben született egyéneket soroljuk egy típusba, de lehetséges hónapokban vagy akár évtizedekben számolni. Rögzítve a maximális várható élettartam természetes hosszát, $\xi = 1/T$ a modell *diszkretizációs foka*. Például $T = 59$ évvel számolva, a diszkretizáció foka 1/59. Először megadjuk annak pontos feltételét, hogy a leghosszabb várható élettartamú típus szolgálati ideje érzékenyen függ az élettartamtól.

**3. tétel.** *Tegyük föl, hogy $v(0) = -\infty$. A második legjobb semleges megoldásban, a két leghosszabb szolgálati idő közti különbség akkor és csak akkor nagyobb, mint* 1: $\overline{R}_{T-1} < \overline{R}_T - 1$, *ha a diszkretizáció foka eléggé kicsi: $\xi = 1/T < \xi_*$, ahol $\xi_*$-ot a következő egyenlet határozza meg:*

$$\xi_* u + (1 - b^*)w(b^*) = (1 - b^* + \xi_*)w(b^* - \xi_*). \tag{8}$$

**Bizonyítás**. Meg akarjuk mutatni, hogy $\overline{R}_{T-1} < \overline{R}_* = \overline{R}_T - 1$. Felhasználva, hogy $\xi = 1/T$ és $\overline{R}_T = b^* T$, ez ekvivalens a következő egyenlőtlenséggel:

$$\overline{b}_{T-1} < b_* = \frac{\tau R_*}{T - 1 - R_*} = \frac{\tau(b^* T - 1)}{T - b^* T} = b^* - \xi. \tag{9}$$

(7′) és (9) értelmében

$$ub^* + w(b^*)(1 - b^*) = \varphi(b^*) = (1 - \xi)\varphi(\overline{b}_{T-1}) + \xi w(\overline{b}_{T-1}) < (1 - \xi)\varphi(b_*) + \xi w(b_*).$$

Behelyettesítve a (4)-et az egyenlőtlenségbe, felhasználva, hogy $1 - b^* + b_* = 1 - \xi$, és rendezve:

$$u\xi + w(b^*)(1 - b^*) < w(b^* - \xi)(1 - b^* + \xi). \tag{10}$$

Végül be kell látnunk, hogy létezik a (8)-nak egy megengedett megoldása, amelyből következik a (10) a $0 < \xi < \xi_*$ szakaszon. Legyen $F(\xi) = (1 - b^* + \xi)w(b^* - \xi) - \xi u - (1 - b^*)w(b^*)$. A $\tau = 1 - b^*$ és $\varepsilon = u - w(b^*)$ felírásával, $F(\xi) = (\tau + \xi)w(b^* - \xi) - \xi[w(b^*) - \varepsilon] - \tau w(b^*)$. $F(0) = 0$, $F(1 - \tau) = -\infty$, $[w(0) = -\infty]$; $f'(\xi) = w(b^*) + (\tau + \xi)w'(b^* - \xi) - w(b^*) + \varepsilon$, azaz $F'(0) = \tau w'(b^*) + \varepsilon > 0$. Tehát létezik legalább egy $\xi_*$, amelyre (8) és (10) áll. ■

Számpéldánkban $\xi_* = 0{,}4$, azaz ha a diszkretizáció foka legfeljebb 1/3 ($T \geq 3$), akkor legalább a legnagyobb szolgálati idő érzékenyen függ a várható élettartamtól.

Számítási tapasztalataink alapján megkockáztatjuk a következő sejtést:

**1. sejtés.** *Ha a 3. tétel feltevései teljesülnek, és az S/T minmax hányados eléggé közeli* 1-*hez, akkor a második legjobb semleges szolgálati idők mindegyike érzékenyen függ a várható élettartamtól:* $\overline{R}_{t-1} < \overline{R}_t - 1$, $t = S + 1. \ldots, T$.

**Megjegyzés**. Vegyük észre, hogy $\overline{R}_{t-1} < \overline{R}_t - 1$ nem állhat fönn az összes $t$-re, $S = 0$-ig bezárólag, hiszen $0 < R_t < t$. Ennek ellenére, az egyenlőtlenség a 10-ből 7 típusra fennáll a 2. táblázatban.

## Összehasonlítás az újraelosztó megoldással

Ebben az fejezetben belátjuk, hogy a második legjobb semleges megoldás gyakran nem hatékony: sokszor dominálja *újraelosztó* megfelelője, amelyet *Eső–Simonovits* [2003] elemzett. Ez utóbbi megoldásban nincs szoros kapcsolat a $b_t$ járadék és az $R_t$ szolgálati idő között, megengedett a típusok közti újraelosztás. Ezért be kell vezetni a *t*-edik típus *életpálya-egyenlegét*: $z_t = \tau R_t - b_t(t - R_t)$. A típusspecifikus $z_t = 0$ korlátok ($t = S, \ldots, T$) helyére aggregált egyenleg lép: $Z = \sum_{t=S}^{T} z_t f_t = 0$. Az első és második legjobb megoldások definíciója hasonlít a semleges megfelelőjükhöz. Könnyen belátható, hogy az első legjobb újraelosztó járadékok szintén függetlenek a típustól, és közös értékük $b^*$. A második legjobb semleges megoldással ellentétben, az újraelosztó optimum függ a társadalmi jóléti függvénytől. A tárgyalás egyszerűsítése céljából az *utilitarista* esetre szorítkozunk, $V = \sum_{t=S}^{T} v_t f_t$, ahol $v_t$-t a speciális semleges (4′) helyett az általános redisztributív (1) adja. Könnyű belátni, hogy létezik egy típusfüggetlen szolgálati idő, $\hat{R}_t \equiv mb^*/(\tau + b^*)$ (az *m* az átlagos várható élettartam), amely $\hat{b}_t \equiv b^*$ egyenjáradékkal együtt olyan első legjobb megoldás, amely kielégíti az érdekeltségi feltételeket, tehát második legjobb optimum is (*Eső–Simonovits* [2003], 0. és 1. tétel). Vízmértékül fogjuk használni ezt a megoldást. Az *1. ábrán* az *RRA* (újraelosztó nyugdíjkor) és az *RB* (újraelosztó járadék) jelű vízszintes vonalak képviselik az újraelosztó $\hat{R}_t$ és $\hat{b}_t$ optimumot.

Nyilvánvaló, hogy a második legjobb semleges megoldásban a leghosszabb életűnek sokkal tovább kell dolgoznia, mint az újraelosztó megoldásban. Ez a különbség éppen az utilitarista esetben a legnagyobb. (Az ellenkezője igaz a legrövidebb életűre.) Mivel a járadékok azonosak, a leghosszabb életű életpálya-hasznossága sokkal nagyobb az újraelosztó esetben, mint a semlegesben.

A *2. táblázat* utolsó oszlopa a legjobb újraelosztó megoldás életpálya-hasznosságait tartalmazza az utilitarista esetben. Vegyük észre, hogy a legrövidebb élettartamú típust leszámítva, az életpálya-hasznosságok nagyobbak az újraelosztó megoldásban, mint semleges társában (lásd még a *2. ábrát*). Más szavakkal: az újraelosztó megoldás egy típus kivételével korlátozott Pareto-dominálja a semlegest. A várhatóan rövidebb életűek hozzájárulásainak egy részéből fedezve a várhatóan hosszabb életűek járadékainak egy részét (amely a 4 évi teljes keresetet is eléri), sokkal nagyobb aktivitás érhető el az egyéni érdekeltségi feltételek szorításában. Például a második legjobb újraelosztó megoldásban mindenki 43,2 évet dolgozik. Ennél csak a leghosszabb életűek dolgoznak lényegesen többet, 47,2 évet a semleges megoldásban. Ugyanakkor a legrövidebb életűek csupán 33,3 évet dolgoznak.

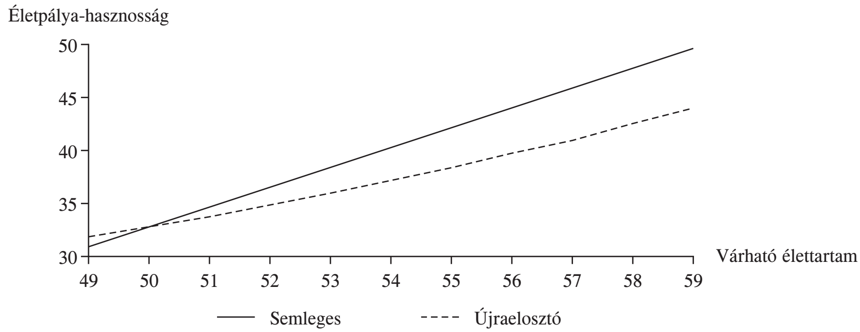
Rögzítve a maximális várható élettartamot: $T = 59$ év, egy további szimulációból kiderül, hogy növelve a minmax hányadost – megnövelve a minimális várható élettartamot $S = 49$ évről 52 évre –, megvalósul a korlátozott Pareto-dominancia. (Figyeljük meg, hogy $S = 49$ esetén $\tilde{v}_{50} < \hat{v}_{50}$, és $\tilde{v}_{50}$ ugyanaz $S = 49$ vagy 50 évre, de $\hat{v}_{50}$ függ *S* értékétől.)

A hátralévő részben olyan feltevéseket keresünk, amelyek biztosítják az újraelosztó megoldás korlátozott Pareto-dominanciáját a semlegessel szemben $\tilde{v}_t < \hat{v}_t$, $t = S, \ldots, T$.

A legegyszerűbb, kéttípusú esettel kezdjük az elemzést, amikor a népesség két korosztályra van osztva: $S = T - 1$. Megismételjük, hogy nem szükséges, hogy az időegység évben legyen adva, lehet évtized vagy hónap is vagy bármi más. Most azt sem kell feltennünk, hogy *S* és *T* természetes szám, lehetséges például, hogy $S = 4{,}9$ és $T = 5{,}9$ évtized.

A rövidség kedvéért legyen $f_{T-1} = p$, $0 < p < 1$. Belátjuk, hogy igaz a

*2. ábra*
Pareto-dominancia




**4. tétel**. *A kéttípusú esetben* ($S = T-1$) *a második legjobb újraelosztó megoldás akkor és csak akkor korlátozott Pareto-dominálja a semleges megoldást, ha a diszkretizáció foka elegendően kicsi:* $\xi < \xi_o$, *ahol*

$$\xi_o = \min\left[\frac{\varphi(b^*) - \varphi(\bar{b})}{w(b^*) - \varphi(\bar{b})}, \frac{1}{2}\right], \tag{11}$$

*valamint* $\bar{b}$-t ($b_o < \bar{b} < b^*$) *a következő implicit egyenlet határozza meg:*

$$w(\bar{b}) = pb^*u + (1 - pb^*)w(b^*). \tag{12}$$

**Megjegyzés**. Numerikus tapasztalatok szerint $p = 1/2$ esetén $\xi_o$ értéke kicsi, sokkal kisebb, mint a (11)-beli triviális 1/2 felső határ. Viszont eléggé nagy $p$ esetén $\xi_o = 1/2$.

**Bizonyítás**. $\bar{b}_{T-1}$-et (7′) határozza meg $t = T - 1$-re.

Először belátjuk, hogy a dominancia, azaz $\tilde{v}_{T-1} < \hat{v}_{T-1}$ akkor és csak akkor teljesül, ha $\bar{b}_{T-1} > \bar{b}$. A (7′) értelmében $\tilde{v}_{T-1} = T[b^* + w(b^*)(1 - b^*)] - w(\bar{b}_{T-1})$ és $\hat{v}_{T-1} = ub^*m + w(b^*)$ $)(T - 1 - b^*m)$. Újrarendezve és felhasználva, hogy $T - m = p$, $\tilde{v}_{T-1} < \hat{v}_{T-1}$ egyszerűsödik:

$$w(\bar{b}_{T-1}) > pb^*u + (1 - pb^*)w(b^*). \tag{12′}$$

(12) szerint (12′) akkor és csak akkor teljesül, ha $\bar{b}_{T-1} > \bar{b}$.

Másodszor, igazoljuk, hogy $\bar{b}_{T-1} > \bar{b}$ ekvivalens $\xi < \xi_o$-val. Mivel $\varphi(b)$ súlyozott közepe $u$-nak és $w(b)$-nek, valamint $u < w(b)$, ezért $\varphi(b) < w(b)$. $\varphi(b^*) = (1 - \xi)\varphi(\bar{b}_{T-1}) + \xi w(\bar{b}_{T-1})$ jobb oldala $\xi$ csökkenő függvénye, azaz $\bar{b}_{T-1}$ is $\xi$ csökkenő függvénye. ■

Még nem találtunk analitikus eredményt az általános, soktípusos esetre, ahol $S \le T - 1$, $S$ és $T$ természetes szám. Csupán egy sejtést kockáztatunk meg.

**2. sejtés**. *Ha a diszkretizáció foka elég kicsi, és a mimmax hányados eléggé közeli* 1-*hez, nevezetesen teljesül* $1 > S/T > 1 - \xi_o$, *akkor a második legjobb újraelosztó megoldás korlátozott Pareto-dominálja a semleges megoldást.*

Hasznos észrevétel, hogy szimulációnkban $\xi_o = 0{,}038$ és $T = 59$ év esetén feltételünk $S = 57$ év értéket adja. Emlékeztetünk arra, hogy korábbi szimulációnk szerint $S = 52$ év az éles korlát.

A jövendő bizonyítás alapötlete a következő lehet: jelölje felülvonás a semleges kéttípusú ($S$, $T$) megoldást, amelynek lineáris interpolációja $\bar{v}_t$,

$$\bar{v}_t = \frac{t - S}{T - S}\bar{v}_S + \frac{T - t}{T - S}\bar{v}_T.$$

Ez a durva újraelosztó megoldás vélhetőleg elkülöníti a finom újraelosztó és a finom semleges megoldást: $\tilde{v}_t < \bar{v}_t < \hat{v}_t$, ha $t = S, \ldots, T$.

*

Ebben a dolgozatban egy lépést tettünk afelé, hogy a mechanizmustervezést alkalmazzuk az optimális nyugdíjjáradék-függvény kiszámítására, amikor az egyének többet tudnak saját várható élettartamukról, mint a kormányzat; és a típusok közti újraelosztás tilos. Elsőrendű szükséges feltételekkel jellemeztük az optimális járadékfüggvényt. Mind a feladat, mind a szimuláció sokkal egyszerűbb, mint az újraelosztásos *Eső–Simonovits* [2003]-ban. Viszont nagyon nyugtalanító, hogy a típusfüggő második legjobb semleges nyugdíj és szolgálati idő nagyon meredeken zuhan a típus várható élettartamának csökkenésekor. Sőt, a második legjobb semleges megoldást gyakran korlátozott Pareto-dominálja a második legjobb újraelosztás, lerontva az előbbi gyakorlati alkalmazhatóságát. A cikk végső tanulsága: aszimmetrikus információ esetén a rugalmas nyugdíjrendszerben a biztosításmatematikai semlegesség megvalósítható, de káros.

## *Hivatkozások*

AUGUSZTINOVICS MÁRIA [2000]: Újraelosztás nyugdíjbiztosítási rendszerekben. Megjelent: *Augusztinovics Mária* (szerk.): Körkép reform után: Tanulmányok a nyugdíjrendszerről. Közgazdasági Szemle Alapítvány, Budapest, 318–339. o.

BÖRSCH-SUPAN, A. [2001]: The German Retirement Insurance System. Megjelent: *Börsch-Supan–Miegel* (szerk.) [2001] 13–38. o.

BÖRSCH-SUPAN, A.–MIEGEL, M. (szerk.) [2001]: Pension Reform in Six Countries. Berlin, Springer.

DIAMOND, P. [2003]: Taxation, Incomplete Markets and Social Security. Munich Lectures, MIT Press, Cambridge, MA.

DIAMOND, P.–MIRRLEES, J. [1978]: A Model of Social Insurance with Variable Retirement. Journal of Public Economics, 10. 295–336. o.

DIAMOND, P.–MIRRLEES, J. [2003]: Social Insurance with Variable Retirement and Private Saving, Journal of Public Economics, megjelenés alatt.

ESŐ PÉTER–SIMONOVITS ANDRÁS [2003]: Optimális járadékfüggvény tervezése rugalmas nyugdíjrendszerre. Közgazdasági Szemle, 2. sz. 99–111. o.

FABEL, O. [1994]: The Economics of Pensions and Variable Retirement Schemes. New York, Wiley.

GRUBER, J.–WISE, D. A. (szerk.) [1999]: Social Security and Retirement Program Around the World, Chicago University Press, Chicago.

MIRRLEES, J. A. [1971]: An Exploration in the Theory of Optimum Income Taxation. Review of Economic Studies, 38. 175–208. o.

ROTSCHILD, M.–STIGLITZ, J. E. [1976]: Equilibrium in Competitive Insurance Markets: An Essay in the Economics of Imperfect Information. Quarterly Journal of Economics, 80. 629–649. o.

SIMONOVITS ANDRÁS [2002]: Rugalmas nyugdíjkorhatár és optimális lineáris járulék- és járadékfüggvény. Közgazdasági Szemle, 9. sz. 713–724. o.

SMITH, V. K.–TAYLOR, D.H.–SLOAN, F. A. [2001]: Longevity Expectations and Death. Can People Predict Their Own Demise? American Economic Review, 91. 1126–1134. o.

WALDRON, H. [2001]: Links between Early Retirement and Mortality. ORES Working Paper, 93. Division of Economic Research, SS Administration.