Közgazdasági Szemle, XLIV. évf., 1997. szeptember (738–756. o.)

Bródy András

A piac és az egyensúly

A neumanni és a kvázi-hamiltoni rendszer

A piaci szabályozás stabil, de nem aszimptotikusan stabil, nem konvergens, nem tart egyensúly felé. Több számítási eljárás létezik az egyensúly, illetve az egyensúlyi pálya meghatározására, de ezek nem a piac mozgásának egyenletei. Ha létezik ilyen egyenlet, akkor valószínűleg ciklikus és nemlineáris. Az egyensúlyi arányok csak késve és nagy bizonytalansággal ismerhetők fel. Az érdekeltség rendszerének módosításával azonban a mozgás konvergenssé tehető.*

A növekedés minden országban és majdnem mindig döcög. Az Egyesült Államok itt vizsgált növekedési rátái például a hatvanas években közel 40 százalékkal ingadoztak átlaguk körül. Az ingadozás a hetvenes években több mint 80 százalékra nőtt és továbbra is magas.[1] A technikai fejlődés, az ízlés változása és a véletlen hatás elégtelen ennek magyarázatára.

Az új eljárások és termékek terjedése lassú és határozott irányú változást hoz, nem pedig ingadozást.[2] A tisztán véletlen folyamatokban viszont nem találjuk meg azokat a „színképvonalakat" (kiugró és kitüntetett frekvenciákat), amelyek a növekedési ütemek idősoraira jellemzők. Ezenkívül e hatások együttes ereje is eltörpül a gazdasági rendszer tapasztalt kilengéseinek pusztító energiája mellett. A tenger apályát és áradását sem lehet pusztán a változó légköri jelenségekkel magyarázni. A sajátos mozgás mind a tenger, mind pedig a gazdaság esetében mélyebbről ered.

Simább a szokásosnál a stagnálás, azaz egyszerű újratermelés és az újjáépítési szakaszok szép lendülete. A tervgazdálkodás viszont az átlagosnál is hektikusabban viselkedett. Tudjuk ma azt is, hogy a tőkés korszak előtt is egyenetlen a gazdaság menete. A jelenség tehát a munkamegosztás minden nagy rendszerére jellemző, még akkor is, ha a termékek cseréjét nem pénz közvetíti.[3] Az ingadozás menetét és gyakoriságát a munkafolyamat, a termelt termékek előállításának és fennmaradásának időtartama szabja meg. A vasút vagy úthálózat fejlesztése hosszabb lengést mutat, mint a házépítés vagy a születések száma, a mezőgazdaság vagy autóipar periódusa ezeknél rövidebb, és a kifli vagy a

* Az alapgondolatot, a gazdasági egyensúlyhoz vezető folyamat megfogalmazásának szükségességét *Rényi Alfréd* vetette fel. A kutatást az OTKA (T 19588) támogatta. Köszönöm *Molnár György* és *Simonovits András* észrevételeit.

[1] Hasonló ingadozást találunk Anglia és Németország idősorában, és a francia vagy japán adatok is jelentős, sőt növekvő egyenetlenséget mutatnak.

[2] A beruházások hirtelen növekedése (Schumpeter, Kaldor) a ciklus egyik fázisa, de nem kiváltó oka. Éppen azt kell megmagyarázni, miért lüktet (többek közt) az új technika terjedése is.

[3] A krétai agyagtáblák, az elosztás központ számvitele világosan jelzi az ingadozás tényét (különben nem lett volna szükség rá) és az értékrendszer korai kialakulását is (ezt az egymást helyettesítő beszolgáltatások megszilárdult arányai mutatják).

Bródy András az MTA Közgazdaságtudományi Intézetének tudományos tanácsadója.

gyufa „ciklusa” még ennél is gyorsabban lezajlik. Ezért indokolt az összefüggéseket és arányokat leíró matematikai modellek alkalmazása.

A növekedési modellek e szempontból történő spekulatív vizsgálata az egyszerű újratermelés lineáris rendszeréből kiindulva tart a bonyolultabb, a bővítést is leíró és logaritmikus ábrázolás felé.

Az egyszerű újratermelés

Sraffa alapvető, de kézenfekvő gondolata szerint az ár a cserét és a csere fenntartását szolgálja. Ez az axiomatikus feltétel az önmagát helyreállító gazdaság esetében elégséges az egyértelmű és pozitív egyensúlyi árrendszer meghatározásához.

$$p' = p'A, \tag{1}$$

ahol p az árak vektora, A pedig a termékek és szolgáltatások előállításához szükséges és a gyakorlatban éppen érvényesülő folyó ráfordítások együtthatóinak nemnegatív és irreducibilis mátrixa. Ebből már következik, hogy az egyszerű újratermelés mátrixának legnagyobb sajátértéke egységnyi. Az árrendszerrel elvégzett hasonlósági transzformáció olyan mátrixot ad, amelynek minden oszlopösszege 1. Ha az árvektorból a $<p>$ diagonális mátrixot képezzük, a $<p>A<p>^{-1}$ mátrixnak az egységelemekből álló $e' =$ (1, 1, …, 1) vektor a sajátvektora.[4] Erről behelyettesítés révén meggyőződhetünk:

$$e'<p>A<p>^{-1} = p'A<p>^{-1} = p'<p>^{-1} = e'. \tag{2}$$

A mátrix ezért sztochasztikus és egy véges állapotú Markov-folyamat mátrixának tekinthető. Bármekkora az együtthatók tisztán véletlen ingadozása, az árrendszer ebből eredő kimozdulása zérushoz tart a rendszer méretének növekedtével. Ha tehát ingadozást észlelünk, az vagy a rendszer működésének sajátosságaiból, vagy pedig az itt még nem tárgyalt bővülés tényéből, a bővülés ütemének változásából ered.

Az (1) egyenlet következménye egy hasonlóan pozitív jobb oldali sajátvektor létezése is. Ez adja meg a rendszer mennyiségi (fizikai) egyensúlyát,

$$x = A\,x. \tag{3}$$

Most a sorok összegét átalakítjuk egységnyivé az x termelés vektorával a megfelelő hasonlósági transzformáció révén. Ezért a pénz forgalmának Markov-folyamata mellett a termékek forgalmának hasonló, de az előbbivel ellentétes irányú folyamatára is érvényesek az ergodikus állapotot jellemző törvényszerűségek.

Goodwin [1953] első modellje Smith piacelméletének logikus összefoglalásával magyarázta a ciklusok kialakulását. Mivel az egyszerű újratermelés esetén a nyereség normális mértéke zérus, az egyensúly hiánya által okozott nyereség a termelés növelését, a veszteség pedig csökkentését váltja ki. Hasonlóan vezet a túlkereslet (ennek szokásos mértéke is zérus) az árak emelkedéséhez, a túlkínálat pedig csökkenéséhez.

$$\dot{x} = (1 - A')p \;\text{ és }\; \dot{p} = (A - 1)x\,. \tag{4}$$

Ha tehát a $z = (p, x)$ vektort definiáljuk, akkor a piaci mozgást leíró összevont differenciálegyenlet a következő alakot ölti:

$$\dot{z} = Kz\,, \tag{5}$$

[4] A ma már világszerte kidolgozott országos input-output táblázatok koefficienseinek mátrixai közelítőleg éppen ebben a transzformált alakban kerülnek közlésre.

ahol

$$K = \begin{bmatrix} 0 & A-1 \\ 1-A' & 0 \end{bmatrix}. \tag{6}$$

K ferdén szimmetrikus mátrix. Csak tisztán képzetes sajátértéke van, az egyensúlyi vektorokhoz tartozó zérus sajátértéken kívül.[5] Ez nyilvánvaló abból, hogy a tetszőleges x vektorral képezett kvadratikus forma, $z'Kz$, a ferde szimmetria miatt mindig zérust ad, így a sajátértékek valós része szükségképpen zérus. A létrejövő trajektóriák tehát az egyensúlyi helyzet körül ingadoznak. A kezdeti eltérés nem csökken, mert $z'Kz = 0$, tehát $z'\dot{z} = 0$. Ezért a z vektor elemeinek négyzetösszegéből képzett vektor deriváltja is zérus. A négyzetösszeg változatlan, $z'z$ = konstans. A z vektor egy n dimenziós gömb pozitív ortánsán mozog. A leírt pályán az egyensúlyi vektortól való négyzetes eltérés is állandó marad.

Goodwin gondolatmenete logikus, a piac működésének klasszikus, bevált és általánosan elfogadott leírására épül. Bár a piac gyakorlatban észlelt mozgását minőségileg megmagyarázza, mégsem vezet a piac mozgásának igazi és elfogadható képéhez. Az egyenlet spektruma, a létrejövő lengések ciklushossza nem egyezik meg a tapasztalattal. Az A mátrix sajátértékei zérus körül sűrűsödnek, annál kisebb sugarú körben, minél nagyobb a mátrix.[6] A K mátrix tisztán képzetes sajátértékei ezért $\pm i$ körül szóródnak. Ez hozzávetőlegesen $2\pi/i$ = 6,28 éves ciklusoknak felel meg.[7] A valóság hűségesebb leírásához javítani kell a modellt. Ez a kezdeti alak ezenkívül egy csak később nyilvánvalóvá váló hibát is tartalmaz, de ezt áttetsző egyszerűségében még nem árulja el.

A modell mégis megengedi, hogy már itt felvessük a kutatás alapkérdését, nevezetesen azt, hogy a K mátrix helyett miért nem a

$$H = \begin{bmatrix} A'-1 & 0 \\ 0 & A-1 \end{bmatrix} \tag{7}$$

mátrix szerint megy végbe az árak és a mennyiségek adaptálódása. Ez a H mátrix konvergens folyamathoz vezetne, mert belőle a

$$\dot{p}' = p'(A-1) \text{ és } \dot{x} = (A-1)x \tag{8}$$

duális egyenletek adódnak.

Az így meghatározott pályák gyorsan tartanak az egyensúly felé, mert az A mátrix sajátértékeinek kicsinysége miatt az egyensúlyhoz tartozó zérus sajátértéken kívül az (A – 1) mátrixnak csupa negatív valós részű, közel egységnyi sajátértéke van. Ha kizavarjuk a folyamatot az egyensúlyból, az eltérés már a következő évben közel harmadára csökken.

A H mátrix kvázi-hamiltoni rendszert ír le, és a hamiltoni rendszert a fizika és az optimális folyamatok elmélete már behatóan vizsgálta. Ezzel szemben a ferdén szimmetrikus K mátrix mindig ciklikus pályához vezet. Ez utóbbit neumanni rendszernek fogjuk nevezni. A kétféle rendszert a következő fejezetben vizsgáljuk.

[5] A teljesség kedvéért megjegyzendő, hogy a $z=(p,x)$ vektoron kívül a $(p,0)$ és $(0,x)$ vektor is egyensúlyi, ezért az utóbbi két vektor bármilyen konvex lineáris kombinációja is.

[6] Ezt bizonyítja a Leontief-mátrix szubdomináns sajátértékéről szóló dolgozatom (*Bródy* [1997]).

[7] Lehetséges azonban, hogy az ősibb állapotok tekintetében elfogadhatóbb az ilyen ciklus léte. Erre utal a hét sovány és hét kövér tehén bibliai története.

A hamiltoni és a neumanni rendszer

Hamiltoni formának nevezünk minden olyan kétváltozós, $H(p,x)$ függvényt, amelyre teljesülnek a

$$\frac{\partial H}{\partial p} = \dot{x} \text{ és } \frac{\partial H}{\partial x} = -\dot{p} \tag{9}$$

összefüggések. Mint az könnyen belátható, ennek folyományaképp

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial p}\dot{p} + \frac{\partial H}{\partial x}\dot{x} = \dot{x}\dot{p} - \dot{p}\dot{x} = 0\,, \tag{10}$$

tehát a hamiltoniánus konstans értékű marad az általa meghatározott p és x pálya mentén.[8] Ugyanakkor a

$$\frac{d(px)}{dt} = \dot{p}x + p\dot{x} = 0 \tag{11}$$

egyenlőség is fennáll, ha a hamiltoniánus a nyereséget (többletet) kifejező

$$H(p,x) = p'(1 - A)x \tag{12}$$

egyenlet alakjában adott. Ekkor tehát az össztermelés értéke is konstans a leírt pályán.

Ha azonban a termelt mennyiségek szabályozó egyenletében *előjelet váltunk*, akkor éppen a (8) egyenlet duális és gyorsan konvergáló egyenleteihez vezetnek. Ezért nevezhetjük e rendszert kvázi-hamiltoninak, bár az előjel felcserélése következtében módosul a mozgás formája.

Az előjelváltás ugyanis lényeges eltérést okoz. A kvázi-hamiltoniánus értéke nem konstans, nem értelmezhető a rendszer „energiájaként”. Az $(1–A)$ és az $(A–1)$ mátrix között pedig az a különbség, hogy míg az utóbbi biztosítja a (8) egyenlet konvergenciáját, az előbbi általában nem. Az A mátrixnak lehetnek (és gyakorlatilag mindig vannak) negatív sajátértékei, s azok hibás irányba térítik a pályát. Gazdasági értelmezése szerint az $\dot{x} = (A - 1)x$ egyenlet a mindenkori keresletet követő termelési döntést írja le. A túlkereslet a termelés növeléséhez vezet, s ezzel kiegyensúlyozza a termelés arányait. Az eredeti előjel (tehát a tényleges hamiltoni forma) az $\dot{x} = (1 - A)x$ alakot adná, s ez azt jelenti, hogy nem a túlkereslet, hanem az előállított többlet szabná meg a termelés mozgását. Ilyenkor a túltermelés önmagát fokozza, és ez eltérít az egyensúlyi pályától. A tervgazdálkodás ezt a törekvést merevítette dogmává a termelési eszközök „primátusának” tételében. Többek között ez is hozzájárult ahhoz, hogy az ipart a mezőgazdaság és a szolgáltatások rovására és a növekvő veszteségek ellenére is aránytalanul felduzzasztotta.[9]

A K ferdén szimmetrikus mátrixra épülő Smith–Goodwin-féle másik szabályozási formát viszont azért nevezhetjük neumanni rendszernek, mert Neumann modellje másfajta szabályozást nem is tesz lehetővé. Ez ugyanis nem négyzetes, de téglalap alakú mátrixokra támaszkodik. Ennek következtében az árvektor és a mennyiségi vektor[10] elemeinek

[8] A mechanikában a hamiltoni forma a rendszer teljes (potenciális + kinetikus) energiáját fejezi ki, ez a konzervatív rendszerekben a mozgás első integrálja.

[9] A tervhivatalok és általában a gazdasági irányítás által elkövetett elemi hibákra, amelyek képzetlenségből is származtak, még vissza fogunk térni. De látjuk, hogy ezek voltak a „hiánygazdaság” és a „puha költségvetési korlátok” jelenségeinek kiváltói. A gazdaság nem a fogyasztót, hanem a minden áron való növekedés látszólag lelkesítő eszméjét szolgálta.

[10] E vektort Neumann a termelési eljárások intenzitásainak nevezi.

száma eltérő. Általában több az eljárás, mint a termék, mert ugyanazt a terméket több eljárással is elő lehet állítani, bár egy-egy eljárásnak több terméke, úgynevezett ikerterméke is lehet. Az árvektor és a mennyiségi vektor elemszámának eltérése miatt az ilyen gazdaságban *csak* keresztszabályozás mehet végbe. Az eljárás intenzitását nem a befolyásolhatja a kereslet és a kínálat eltérése, mert a téglalap alakú mátrix sorai és oszlopai nem rendelhetők egyértelműen egymáshoz. A túlkereslet egy-egy termék, és nem valamilyen eljárás iránt mutatkozik, ezért csak a termék árát mozgathatja. Egy eljárás költségeinek és bevételének eltérése viszont nem befolyásol közvetlenül semmiféle árat, csak és kizárólag az eljárás intenzitását módosíthatja.

A következőkben ezért a Leontief-féle rendszerhez kötjük a kifejtést. Ebben mindkét fajta szabályozás vizsgálható. A termék és a terméket előállító eljárás azonos, ami a mátrixot kvadratikussá teszi, és ezzel lehetővé válik a szokásos kalkulus alkalmazása. A statisztikai adatok is ilyen rendszerben állnak rendelkezésre.

Ezért már itt megemlíthető, hogy a két mátrix, a H és a K összegezéséből, tehát a két működési forma „keveréséből" olyan új rendszer jön létre, amely ingadozik ugyan, de sajátértékeinek valós része mindig negatív (az egyensúlyi megoldáshoz tartozó zérus sajátérték kivételével). Az így megalkotott mátrix ezért aszimptotikusan stabil, az idő teltével biztosan az egyensúlyhoz tart.

A kevert rendszer mátrixa ugyanis

$$W = \begin{bmatrix} A'-1 & A-1 \\ 1-A' & A-1 \end{bmatrix},$$

és e mátrix negatív szemidefinit. A $z'Wz$ bilineáris forma maximumát az egyensúlyi vektor adja meg, s ez a maximum zérus értékű. Tetszőleges valós vektorral szorozva a mátrix ferdén szimmetrikus része zérust ad, a főátlóban álló elemekkel való szorzás eredménye pedig $p'A'p - p'p$, illetve $x'Ax - x'x$. Mindkét összeg negatív, kivéve a bal, illetve jobb egyensúlyi vektorral való szorzást, amikor maximumát éri el, és ez a maximum zérus értékű. Ez annak következménye, hogy e sajátvektorok éppen a legnagyobb sajátértékhez tartoznak.

Első diszkusszió

Annak belátása, hogy mindig több termelési eljárás van vagy lehetséges mint termék, szükségessé teszi azt, hogy az eddigieknél világosabban megkülönböztessük egymástól a piac két funkcióját. A piac alapvető feladata az, hogy elválassza a gazdaságosan gyakorolható eljárást a gazdaságtalantól. E megkülönböztetés a mindenkori árrendszer segítségével történik. Ezért vakította meg a tervgazdálkodást az árak bürokratikus, tehát rendetlen, ezenkívül a tényleges költségektől szándékosan is eltérő arányrendszerként való meghatározása és rögzítése.

A piac e kiválogatás feladatát nyilván annál jobban látja el, minél nagyobb méretű és minél rugalmasabb, tehát minél gyorsabban alkalmazkodik a mindig változó körülményekhez. A piac második feladata éppen ez az alkalmazkodás s ebben találkoztunk elméleti és gyakorlati nehézségekkel. A piaci árrendszer ingadozó, nem ad elégségesen szilárd támpontot a válogatáshoz, mert nem konvergál az egyensúlyi árakhoz. Ez a hiányosság azonban, az egyszerű újratermelés szintjén és elméletileg, áthidalhatónak bizonyult.

Meg kell tehát vizsgálni a bővítés kérdéseit, s azután azt, hogyan lehet piaci automatizmusként (és nem csupán elméletben) konvergenssé tenni a folyamatot. Az egyszerű újratermelés persze mindig része, mégpedig döntő – minden egyes évben mintegy 80-97 százalékra rúgó – része a tendenciájában bővülő folyamatnak. A bővítés egyensúlyát az elmélet éppen olyan pontosan megszabja, mint az egyszerű újratermelés folyamatát. Más dolog azonban az egyensúly definíciója, más az egyensúly számszerű megközelítése, és ismét más az egyensúly gyakorlati érvényre jutása. Mind ez ideig nem ismerünk olyan valóságos folyamatot, amely ténylegesen elvezetne az egyensúlyi helyzethez.[11]

E folyamat és ismeretének hiányában azonban az állami beavatkozás sem áll szilárd alapokon. A gazdaságpolitika megfigyeli és elemzi a piaci mozgást és azt közelebb próbálja hozni az egyensúlyhoz. Ennek definíciója elméletileg szabatos lehet, de valóságos helye, a piac mozgása miatt soha nem világos. Általában még az sem tudható, ezért mindig vitatható, hogy merre keresendő az egyensúly. A tervszerűnek nevezett vagy vélt gazdálkodás negyven éve éppen arra tanított meg, hogy még jó modellekkel, igényes és gyors adatszolgáltatással is csak jelentős *késéssel* és akkor is csak *hozzávetőlegesen* lehet az egyensúly (nem pontos és nem biztos) helyét kiszámítani. S még ez is olyan ideális követelménynek bizonyult, amelyet a valóságban soha nem sikerült kellően kielégíteni.

A késés mindig legalább egy-két éves elmaradást jelent, amíg az adatok összegyűjtése után, az ellentmondások kiküszöbölésével egy többé-kevésbé ellentmondásoktól mentes összkép kialakul. A közelítés még e „végső" formában is igen pontatlan és torz marad. A statisztikai adatok akkor kezdenek pontosak lenni, amikor a hivatal a statisztikai eltéréseket is közli. Ezek összgazdasági szinten ritkán szoríthatók 1-2 százalék alá. Az eltérést nem közlő adatszolgáltatások ennél általában pontatlanabbak. Ezért a legkifinomultabb és legkorszerűbb számítás is csak elemzésre és előrejelzésre való. Nem alapozhat meg semmiféle beavatkozást, s ha mégis erre szolgál, akkor csak más érdekeken alapuló előzetes döntések áltudományos alátámasztásáról van szó. Mérnöki értelemben nem lehet szó tervezésről az ismeretek nagyfokú bizonytalansága miatt.

A piacnak tehát egy olyan „vonzási központhoz" kell alkalmazkodnia, amely nem ismeretes és kívülről nem adható meg. Helytelen is előírni, ismerve a tudás és az egyáltalán megismerhető dolgok korlátait. Ha viszont egyensúly helyett csak egyensúly körüli ingadozás észlelhető, akkor – eltekintve az ingadozás és súrlódás okozta vélhetően nem csekély anyagi károktól – örökké félelmek és reménységek között fogunk hányódni.

Kérdéses mégis, hogy egy műszaki értelemben is optimális és a leggyorsabb alkalmazkodást biztosító szabályozást kell-e keresni. Van érv ellene, mivel az így kialakított rendszer merev és könyörtelen lenne. A piac mindenkori önmozgása nemcsak az egyes embereknél, hanem az emberek összességénél is nagyobb erővel tör utat magának. Ha ezt a mozgást még következetesebbé alakítjuk, akkor mindent legázolhat. Megfontolandó, hogy az így állandó egyensúly állapotába kerülő rendszer nem csak a mérés és elemzés elvégzését nehezíti, de nem ösztönözne, vagy csak kevés ösztönzéssel szolgálna. Új megoldásokat csak új problémákra válaszolva kezdünk keresni, probléma nélkül maga a fejlődés válhat kérdésessé. A fejlődés hajtóereje mindig az egyensúly hiánya volt. Kérdéses azonban, hogy szükséges és elkerülehetetlen-e a ma tapasztalható roppant ingadozás. Ezért a piac működésének javítása ésszerű feladat, de ne tűzzük ki utópikusan valamiféle tökéletes piac megvalósítását.

A bővített újratermelés

A gazdasági ingadozás első matematikai feldolgozása, Kalecki modellje a beruházásokra irányította a figyelmet, mint a gazdasági rendszer legingadozóbb részére. A bővített újratermelés s ezzel a beruházások egyensúlyát Marx majd Neumann elméleti munkái

[11] A piaci folyamatok aszimptotikus stabilitásának eddigi bizonyításai vagy hibásak, vagy pedig csak átfogalmazzák a konvergencia kritériumait, de érvényesülésüket nem teszik sem biztossá, sem valószínűvé.

után Leontief fogalmazta meg valóságos statisztikai adatokkal kitölthető formában. Az egyensúly követelménye azt jelenti, hogy az $(1 - A)x$ többlet fedezi a $B\dot{x}$ beruházásokat. Itt $\dot{x}$ a termelés növekedése, a termelés idő szerinti deriváltja, B pedig a tőkeráfordítások együtthatóinak mátrixa.[12] Leontief szerint a bővített újratermelés anyagi egyensúlyát a

$$B\dot{x} = (1 - A)x, \text{ azaz } \lambda B x = (1 - A)x \tag{13}$$

egyenlet határozza meg, ahol λ a termelés növekedésének rátája.

A modell logikusan és részletesen írja le az egyensúly követelményeit, de megint nem értelmezhető mozgásegyenletként, mert a nemegyensúlyi állapotban vagy nem áll fenn, vagy téves következtetéshez vezet. A B mátrix gyakorlatilag mindig szinguláris vagy nagyon rosszul kondicionált, mert a beruházások struktúrája az egyes ágazatokban csak igen kevéssé tér el egymástól. Matematikailag ezért nehéz vagy lehetetlen x deriváltját e képletből meghatározni. De gazdaságilag sem a mennyiségi többlet összetétele a mérvadó, mert ez nem szabja meg a tényleges beruházást. A létrejött többlet persze korlátozza a lehetőségeket. Ha nincs többlet, ha az A mátrix legnagyobb sajátértéke továbbra is egységnyi, akkor nincs és nem is lehet növekedés. Ha viszont lehet többletet termelni, akkor az éppen szükséges termékeket biztosítani lehet a beruházás folyamán, még ha az adott pillanatban nem állnak is rendelkezésre. A beruházás igazi gazdasági korlátja pénzügyi, nem pedig fizikai természetű.

Az árakra vonatkozó duális egyensúly egyenlete viszont

$$\lambda B'p = (1 - A')p, \tag{14}$$

és λ értelmezése itt eltér az iméntitől. Ott növekedési ráta volt, de itt nem a p árvektor növekedését jelenti, hanem a profitrátát határozza meg. A két ráta dualis egyenlősége már Marxnál felmerül, és a bővített újratermelés egyensúlyának harmadik, burkolt feltétele. A két ráta furfangos egyenlőségét Neumann bizonyította. A növekedési ráta *maximuma* a profitráta *minimumával* esik egybe. A nem egyensúlyi helyzetben a profit nagyobb lehet, mint amekkora tartós növekedésre a gazdaság képes. Ez a fura tény fejezi ki a növekedés ingadozásának, nemegyensúlyi voltának elvi lehtőségét. Matematikailag egy nyeregpont adja meg az egyensúlyt, és ezt most nehezebb megtalálni, mint az egyszerű szélsőértéket. Ez a sajátos feladat új matematikai felfogást és eszközöket kíván.[13]

Önmagában a (14) egyenlet sem lehet mozgásegyenlet. Ezt már az is mutatja, hogy még ha a B mátrix invertálható is volna, és a λp vektor helyett ennek deriváltját szerepeltethetnénk, akkor a megoldás az $(1 - A)B^{-1}$ mátrix legnagyobb sajátértékéhez tartana. Az egyensúlyi árak vektora azonban éppenséggel a legkisebb sajátértékhez tartozik, ez a rendszer egyetlen teljesen poztív sajátvektora. Az egyenletből ugyan levezethetők az egyensúlyi termelési árak számítási eljárásai, de ezeket csak a számítógép tudja végrehajtani, és nem a piac.[14] Hogy magatartási egyenlethez jussunk, Goodwin szellemében felírjuk a keresztszabályozást. Ezzel a

$$\dot{p} = B\dot{x} + Ax - x \quad \text{és} \quad \dot{x} = p - A'p + B'\dot{p} \tag{15}$$

[12] Ezt a B mátrixot Lange és ten Raa munkássága nyomán az élettartamok segítségével össze tudjuk ma kapcsolni a folyó ráfordítások A mátrixával.

[13] Ebből bontakozott ki később a programozás és a játékelmélet kérdésfeltevése és módszere.

[14] Az első direkt módszer. A Leontief inverz $Q = (1 - A)^{-1}$ kiszámítása után (ez mindig létezik és pozitív) a BQ szorzat (szintén pozitív) baloldali sajátvektorát számítjuk, amely a legnagyobb sajátértékhez tartozik. Ez a sajátérték az átlagprofitráta reciproka. A másik lényegében a Marx javasolta számítás az értékek termelési árrá való konvertálására. Ez iteratív eljárás, előnye hogy minden lépésében az eredeti adatokkal dolgozik. A profitráta közelítését szolgáló $\lambda_k = p'_k(1 - A)x/p'_kBx$ hányados kiszámítása után a $p'_{k+1} = p'_kA + \lambda_k p'_k B$ iterációt végezzük el. Az eljárás nagy mátrix esetében különösen gyors, egy-két lépése kielégítő pontosságot eredményez. (x tetszőleges pozitív vektor, az egyensúlyi x alkalmazása már az első lépésben megadja a pontos profitrátát.)

alakú duális differenciálegyenlethez jutunk. A második egyenletben a tőkén és készleteken elért árnyereség $B'\dot{p}$ [a papírosprofit *(windfall gain)*]; a p vektor deriváltja most tényleges ármozgást jelent] pozitív előjellel szerepel. A z vektort használva így az

$$S\dot{z} = Kz \tag{16}$$

alakot nyerjük, ahol K az előbbiekben már leírt ferdén szimmetrikus, S pedig szimmetrikus mátrix:

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -B \\ -B' & 1 \end{bmatrix}. \tag{17}$$

Ha feltennénk, hogy e mátrix pozitív szemidefinit, akkor a (16) egyenletnek ismét csak tisztán képzetes sajátértékei lennének az egyensúlyi pályához tartozó zérus sajátértéken kívül. A maximális sajátértéket ugyanis a két bilineáris forma hányadosával meghatározva

$$\lambda = z'Kz/z'Sz \tag{18}$$

valós z esetében a számláló valós része zérus, s ha a nevező pozitív, akkor a sajátérték valós része is csak zérus lehet. A fent felírt formában azonban S nem pozitív definit, hisz diagonálisa nyilvánvalóan nem dominál. Az egyenletet integrálva tévútakra jutunk, mértéktelen növekedés és negatív elemű pálya egyaránt felmerül. A modell pályája, legalábbis ebben a formában, ismét eltávolodott a valóságos mozgástól.

Ha gondosabban szemügyre vesszük a (15) egyenletrendszert, az meggyőz arról, hogy a két egyenlet összekapcsolásakor dimenziós hibát követtünk el. Ezt hibát azonban már az eredeti Goodwin-féle (4) modellben is észre kellett volna vennünk. Az ár és a termelés vektorai, bár egyaránt számok fejezi ki nagyságukat, nem azonos „térben" mozognak. Ezért a két egyenlet csak közvetítő megfontolások révén és módosított alakban kapcsolható össze.

A logaritmikus modell

A munkamegosztás természeti, mintegy fizikai kapcsolatrendszere jól leírható az abszolút mennyiségek és lineáris modellek segítségével. A piacon és az üzleti életben viszont már arányok alapján döntenek, mint ezt a profitráta és a növekedési ráta fogalmának felmerülése is mutatja. E ráták arányokat fejeznek ki a termelés és növekedése, illetőleg a tőke és növekedése közt. Ezek logaritmikus deriváltak.

Goodwin második és híresebb modellje [1967] már nem lineáris. A ciklusok keletkezését egy azóta széles körben terjedő biológiai-ökológiai modell segítségével, a Volterra–Lotka-modellel írja le. Sokat fáradozott azon, hogy a csak két változót (a foglalkoztatottságot és a reálbért) tartalmazó modellt többszektoros, azaz tetszőlegesen részletezhető ágazati struktúrává bontsa. A matematika mai állása mellett ez nehéz feladat. A nemlineáris modellben a ciklusok összeadása, szuperpozíciója nem oldható meg, mert a ciklusok amplitúdója függ a lengés tartamától s.i.t. Olyan speciális nemlineáris formát kell keresni, amely mégis megengedi a lineáris közelítést az egyensúlyi pálya környezetében.[15]

A profit nemcsak általában ösztönzi a termelést, de nagysága megszabja a termelés bővítésére fordítható pénzügyi eszközök nagyságát is. Ám (15) második egyenlete azt

[15] Ilyen modellt ír le *Bródy* [1980]. Alakja axiómákból vagy optimáló, vagy behaviorista elvekből egyaránt levezethető. Itt egy negyedik, a helyes dimenziók figyelembevételére támaszkodó kifejtés következik. Ez áttekinthetőbbé teszi a a modell és a ciklus működését.

állítja, hogy az egységnyi termelésre jutó nyereség egyenlő a termelés bővülésével. Ez így nyilván téves, hisz a nyereségnek a tőkéhez és nem a forgalomhoz viszonyított nagysága bizonyult a döntő gazdasági rátának. A bővítés mértékét ugyanis a profitnak a tőkéhez viszonyított nagysága szabja meg. Ha a profitráta 3 százalék, ez éppen a tőke (és így a termelés) 3 százalékos növelésének pénzügyi eszközeit teremti elő. Az indokolható és elfogadható csatolás érdekében az egyenlet bal oldalát x, jobb oldalát pedig $B'p$ értékével kell elosztani, hogy a helyes aránypárt megkapjuk.

Hasonló megfontolás mutatja, hogy a túlkereslet abszolút mértéke nem tehető közvetlenül egyenlővé az áremelkedéssel. Az egységnyi túlkereslet nem emeli egy egységgel a termék árát. Itt is aránypár kormányozza a kapcsolatot, amely logikus és indokolható formájában csak az árak emelkedésének százalékos nagyságát kötheti össze a túltermelés szintén százalékokban számított mértékével.[16] Itt azt is figyelembe kell venni, hogy tőkés termelés esetén az előállított és még el nem fogyasztott termelés egésze, tehát a teljes tőkemennyiség a piacon van, és ezért nemcsak elvileg, de gyakorlatilag is eladó. A tőke részei gyakran valóban eladásra is kerülnek. A piacon nemcsak az újonnan termelt termékről, de az összes létező termékről döntenek. Most tehát a bal oldalt p, a jobb oldalt pedig Bx értékével kell osztani, hogy a megfelelő arányokhoz jussunk.

Az eddig ismert B tőkemátrixoknak azonban gyakran hiányzik néhány sora, s ez esetben Bx megfelelő eleme zérus, tehát nem oszthatunk vele. A megoldás nyilván az, hogy nemcsak az álló, de a forgótőkét is számításba kell venni a mátrixban. Minden piacon kapható termékből, éppen mert kapható, kell valamelyes készletnek lennie. Még ha ez a készlet eltörpül is a termelés mennyisége mellett, zérussá mégsem válhat. Elméleti gondot itt csak az elektromos áram „készlete” jelent, de itt amúgyis olyan hálózaton szétosztott termékről van szó, ahol már maga a hálózathoz kapcsolódás is „fogollyá” teszi a fogyasztót. Ez mindenütt arra vezetett, hogy az ilyen termékek árának mozgását nem piaci jellegű szabályoknak vessék alá.

A forgótőke-típusú, elhanyagolható készletű termékeknek az ára egyébként mindig hevesen, termelése viszont sokkal kevésbé ingadozik a rövidebb ciklusok folyamán, mint arra *Mills* [1946] részletes vizsgálatai már felhívták a figyelmet.

Mindezek következtében az (16) egyenlet S mátrixa megtartja szimmetriáját, hiszen a módosítás csak a fődiagonálisban álló elemeket érinti, de S a (17) egyenletben leírt forma helyett az

$$S = \begin{bmatrix} <\dfrac{Bx}{p}> & -B \\ -B' & <\dfrac{B'p}{x}> \end{bmatrix} \tag{19}$$

alakot ölti. Ennek két fontos következménye van. Az első, hogy a differenciálegyenlet bal oldali mátrixának átlós elemei maguk is az áraktól és a termelt mennyiségektől függő változók, hányadosok. Az egyenletrendszer nemlineárissá és ezzel bonyolultabbá lett.

A második az, hogy az S mátrix most valóban pozitív szemidefinitté vált. A $z'Sz$ kvadratikus forma értéke zérus, ha a mátrixban is szereplő p és x vektorokból képezzük a z vektort. A szorzat ekkor két pozitív és két negatív $p'Bx$ értéket ad, és ezek összege nyilván zérus. Minden más vektor esetében azonban a szorzat pozitív. A $<z>S$ mátrix diagonálisa ugyanis $<Bx>$, illetve $<B'p>$ és ezek már dominálók. Az S mátrix szingularitása tehát nem gátja az egyenlet megoldásának. A sajátértékek tisztán képzetesek, és így a z vektor mindenkori deriváltja merőleges magára az egyensúlyi vektorra.

[16] A helyesbítés alapgondolata úgy fogalmazható meg, hogy csak *invariáns* egyenlet fejezhet ki törvényszerűséget, olyan egyenlet tehát, amely a mértékegységek más megválasztása esetén is ugyanarra az eredményre vezet.

A számítás és illusztrációja

Vegyük észre, hogy az egyensúlyi megoldás és az egyensúlyi pálya, amelyet Leontief (13) és (14) egyenlete szab meg, megoldása maradt az új egyenletrendszernek is. A λ rátával exponenciális ütemben növekvő x egyensúlyi termelési mennyiség és a változatlan p ár kielégíti a nemlineáris mozgásegyenletet is. Ezek a meghatározások gazdaságilag megszokottak, de matematikailag felemásak. Olyan z vektor adja az egyensúlyt, amelynek első, p vektora *változatlan*, $\dot{p} = 0$, második, x vektora azonban *növekszik*, $\dot{x} = \lambda x$.

Ez a kettősség nehezíti a megoldás tárgyalását és számítását, de ez a zavaró sajátosság kiküszöbölhető. Az egyenletek transzformálhatók olyan modellé, amelyben az egyensúly világosan és egyértelműen a matematikailag megszokott zérus sajátértékhez tartozik. Ehhez az exponenciálisan növekvő x vektor helyett a

$$q = xe^{-\lambda t}, \text{ azaz } qe^{\lambda t} = x \tag{20}$$

vektort használjuk, ezt az egyensúlyi növekedési ráta létezése miatt mindig megtehetjük. Ez esetben $\dot{q}/q = \dot{x}/x - \lambda$, tehát az egyensúlyi növekedés esetében a derivált zérus. A $z = (p,q)$ vektor most már a szokásos értelemben vett egyensúlyi vektor. Változatlan, tehát a zérus sajátértékhez tartozó egyensúlyi helyzet, deriváltja „eltűnik". A fenti helyettesítés és némi számolás után az S és K mátrixok az

$$S = \begin{bmatrix} <\dfrac{Bq}{p}> & -B \\ -B' & <\dfrac{B'p}{q}> \end{bmatrix} \tag{21}$$

és

$$K = \begin{bmatrix} 0 & \lambda B + A - 1 \\ 1 - A - \lambda B' & 0 \end{bmatrix}$$

alakot öltik. Az S szimmetrikus mátrix átlójában q került x helyére, a másik, K ferdén szimmetrikus mátrixban pedig az egyensúlyi bővítést meghatározó mátrix ismert alakja merül fel. Mindkét mátrix zérus sajátértéket rendel az egyensúlyi pálya most pontként meghatározott vektorához. Ezért a számításban a bal oldali S mátrixnak csak pszeudo- és nem valódi inverzével dolgozunk.

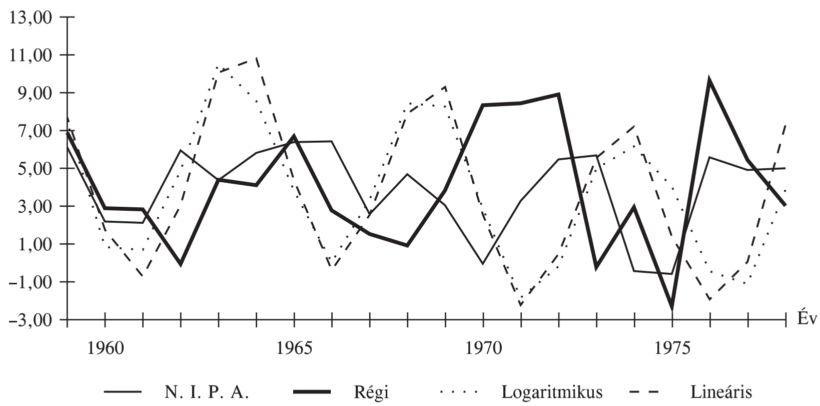
Mindez nem jelenti azt, hogy a piac ne tudná végrehajtani azt a számításmenetet, amelyet e bonyolultnak tűnő matematikai forma és számítógépes megoldása diktál. Valóban decentralizáltan működő, tehát valóságos mozgásegyenletről van szó. Szempontunkból a tényleges adatok mellékesek. A forma minőségi tulajdonságai a fontosak. A szimmetria, illetve ferde szimmetria, ami nem módosul, bárhogy változzanak is az adatok. Gondolatmenetünk éppen erre a minőségi meghatározottságra, nem pedig a mátrixok valóságos, de esetleges és változó számértékeire támaszkodik.

Meg kell most mutatni, hogy a számítás, amely egy decentralizáltan működő piaci mechanizmus által létrehozott trajektóriát közelít meg, az adatok részletessége és pontossága által megszabott korlátok közt, valóban végre is hajtható, és a valóságban tapasztalthoz hasonlító mozgáshoz vezet. Illusztrációként a már idézett könyvben közölt számítás kétfajta megismétlését mutatom be.[17] Az első számítás a nemlineáris modell Runge–Kutta-módszerrel történő integrálása, a második e számítás lineáris közelítése. Ez a közelítés az S mátrix átlójában szereplő változók egyensúlyi értékének *rögzítésével* történt. Az utóbbi esetben a differenciálegyenlet állandó együtthatójúvá, tehát lineárissá válik. Ha e lineáris rendszer pályája az előbbi logaritmikus rendszer szabatos pályáját elég jól közelíti, akkor részben megoldottuk Goodwin problémáját. A megoldás nem lehet teljes, mert a logaritmikus modellnek nincs zárt megoldása. A kiválasztott lineáris rendszer azonban a Goodwin-modellt képviseli.[18]

A gazdasági ingadozás ismert mértéke mellett e lineáris közelítésnek elvileg jól kell működnie. A logaritmikus derivált helyettesítése az egyszerű deriválttal kisebb lengések tetőpontján sem okozhat nagy torzulást. Mivel pedig a pályák éppen ciklikusságuk miatt vissza-visszatérnek az egyensúly közelébe, ezért a torzítás kicsi marad. Az egyensúly közvetlen közelében a lineáris közelítés biztosan jó, mert hibája elhanyagolható. A ciklusok lengésideje tehát meghatározható, amíg a kilengés kicsi vagy közepes marad.

Az elvégzett számításokat az *1. ábra* foglalja össze:

1. ábra
A növekedési ráta és három közelítése



Az átlagos növekedési rátát mindhárom számítás tizedszázalékig pontosan közelíti.[19] Az ingadozás mértéke szintén elfogadható. A mozgás egésze, tehát a ciklusok fordulópontjai és tényleges alakulása azonban csak az első három évben simul jól, aztán az idő folyamán fokozódó mértékben eltér.

A tényleges adatok erősödő lengése jelzi az anticiklikus intézkedések csődjét. Vélhető

[17] A számítást a hetvenes évek elején a lusakai egyetem IBM 1130 masztodonja végezte. Pontosság 8 bit, input lukkártya, output traktor-lármájú nyomtató. Az akkor Fortran nyelven írt eljárást, bár nagynehezen működőképessé tettem, ma rossznak és nehézkesnek látom, mert a számítási hibák halmozódásához vezetett. De a rend kedvéért az akkori számítás összefoglaló eredményét is feltüntetem „Régi” címkével. Annak idején nem álltak még rendelkezésre azok a végleges adatok, amelyekkel az eredményeket össze tudtam volna vetni.

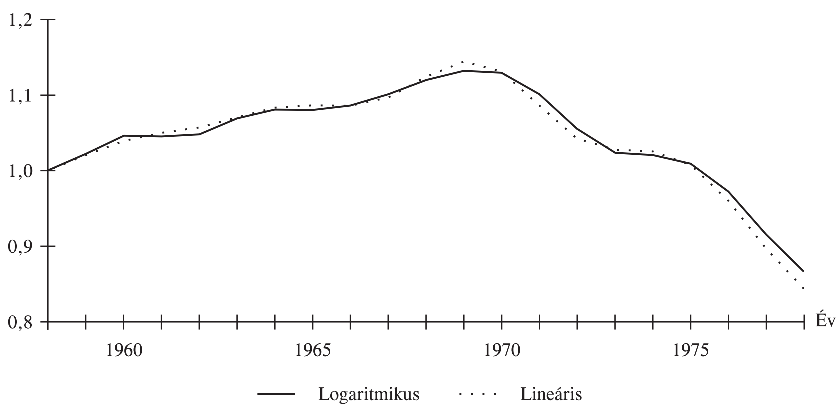
[18] Itt nem a számítási eljárás hatékonysága a fő kérdés. A számítógépi programok fejlődése következtében ma már sokszektoros nemlineáris modellek is gyorsan integrálhatók. Az a fontos, hogy a lineáris forma elmélete fejlettebb, több *következtetés* levonását teszi lehetővé.

[19] Ez a százalék a mátrix adataiból következik. Amerikai tanulmányutamon az 1947. és 1958. évi mátrixokból számítható középtávú növekedési rátát már publikáltam (*Bródy* [1966]). A tényleges növekedést a N.I.P.A. (National Institute of Public Administration) ma Interneten elérhető adattárából vettem. Ezt és az A folyó ráfordítási mátrix, valamint a becsült élettartamok adatait (amelyek a B mátrix képzéséhez szükségesek) adatait a Függelék tartalmazza. Forrásukat az idézett publikáció és a már idézett könyvem is részletezi.

hatásukra a későbbiekben még visszatérünk. Már ebben a miniatűr modellben is a ciklikus mozgás lehetőségeinek széles spektruma mutatkozik meg. A mátrix hét sajátértéke az egyensúlyi megoldás mellett rendre egy-egy kereken 4 hónapos, valamint 5, 7, 18 és 27 éves ciklust válthat ki a maximális és 65 évnek adódó lengés mellett.

A tényleges növekedés idősorának spektruma csak az 5, 7 és a 18 év körüli ciklust igazolja. De a negyedéves (itt nem vizsgált) növekedési adatok ingadozása a 4 hónapos ciklus létezését is valószínűvé teszi. A Kondratiev-hullám vizsgálata viszont a 65 év körüli érték mellett hozott fel érveket. A modell ciklushosszai tehát jellemzőnek bizonyultak. A kilengésük időzítését azonban, a később részletezendő okok miatt, a modell rosszul és az idő múltával egyre pontatlanabbul közelíti meg. A nemlineáris Goodwin-féle modell mozgásának lineáris közelítése a nagy ingadozások ellenére is jól követi a logaritmikus számítást. Jól mutatja ezt például a gépek és berendezések árának két számítása. Mindkettő csak enyhén hullámzik, és a kezdeti lassú növekedés után a hetvenes években folyamatosan süllyedni kezd. A *2. ábrát* itt finomabban kellett megrajzolni, oly kicsi az eltérés a két számítás, illetőleg pálya között. Megmutatkozott tehát, hogy a lineáris közelítés hűsége még nagyobb ingadozások esetén is kielégítő.

2. ábra
A gépek és berendezések áindexe



Az előrejelzés egészének pontossága korlátozott, s ha a fenti érvek helytállók, akkor az ilyen központi számítások soha sem lesznek, mert nem is lehetnek elég szabatosak. Az ábrázoltnál nagyobb pontosságot is csak akkor remélhetünk, ha az adatokat javítjuk, ha a modell szektorainak számát megnöveljük, és ha a központi gazdasági intézkedések hatását is nyomon tudjuk követni.

Második diszkusszió

Az újonnan számított pályák szabályosabbak a valóságosnál. Három és fél, egymáshoz sokban hasonlító hullámot vetnek a húsz év folyamán. Látszólagos ciklushosszuk valamivel 6 év alatt marad. Ha a valóság is ilyen szabályosan viselkedne, akkor nem volna közgazdász, aki kételkedne a ciklusok létezésében. De a valóságos ingadozások nem ismétlődnek ilyen rendszeresen. A növekedési ráta hullámzása látszólag véletlen, nem ismert szabály kormányozza. A régi számítás esetében a szabályosságot eltakarta a számítási hibák halmozódása. A régi és új pályák összevetése vezetett el a az adatmátrix és az általa vezetett pálya hibáinak megkülönböztetéséhez, és ezzel a kétfajta perturbáció elválasztásához.

Ugyanis a szabálytalan mozgás nem a mátrix adatainak vélhető változásaiból ered. Ismereteink szerint a Leontief-mátrixok változása rövid és középtávon, egyik évről a másikra és 10-20 év folyamán egyaránt csekély.[20] Az alapadatok, a technikai összefüggések változása lassú és kicsi. A mátrix spektruma pedig nem változhat jobban vagy gyorsabban, mint maguk a kiinduló adatok. Az adatok 1-2 százalékos bizonytalansága vagy változása legfeljebb 1-2 százalékos változást okoz a lehetséges frekvenciákban. Ezen belül is a kisebb sajátértékek, tehát a hosszú ciklusok változnak jobban, a rövidebb ciklusok és maga a növekedési ráta nem változékonyak, húsz év tartamára közel konstansnak tekinthetők.

A valóság zavaros és rosszul előrejelezhető mozgása, a szabályosság hiánya tehát máshonnan ered. Van a mozgásegyenlet megoldásának egy lépése, ami különösen érzékeny a perturbációkra. A ciklusok léte és hossza nem változékony, de az egyes ciklusok kilengésének mértéke érzékenyen válaszol a kezdeti értékek változására. A mozgás (lineáris közelítésben) az egyes ciklikus komponensek összege. Ha az egyes komponensek súlya az idő folyamán változik, akkor az eredő mozgás sem lehet szabályos. Ilyenkor magából az idősorból nem is lehet az egyes komponensek súlyát pontosan megállapítani. Az ismert számítási módszerek azt feltételezik, hogy ez a súly változatlan. Az ökonometriai számítások, mivel eltekintenek a komponensek időben változó összetételétől, csak az egyes komponensek átlagos súlyát adják meg, ezért aztán gyakran eltérő eredményre is vezetnek az idősor egyes szeleteiben.

A differenciálegyenlet megoldásakor a komponensek súlyát úgy állapítjuk meg, hogy a sajátvektormátrix inverzét szorozzuk a kezdeti értékekkel. Ez az inverz azonban képzetes számokból áll és rosszul kondicionált. A pálya kezdeti értékeinek (vagy a pálya bármely közbenső értékének) igen kis, 1-2 százalékos változása is két-háromszorosra növelheti vagy csökkentheti egy-egy ciklus súlyát. Ezért viselkedik a gazdaság látszólag szabálytalanabbul, „puhábban”, mint a fizikai rendszerek.

Hasonló probléma azonban fizikai rendszerekben is adódik, csakhogy ott ma már vigyáznak arra, hogy például a hidak vagy a felhőkarcolók statikai szerkezetének ne is legyenek olyan sajátfrekvenciái, amiket a szél vagy a föld mozgása hirtelen veszélyes mértékűvé növelhet. Amennyiben nem ez történt, mint számos középkori katedrális esetében, akkor az össze is omlott. Csak azok a kupolák és hidak csodálhatók meg, amiket helyesen méreteztek.

Különbséget kell hát tenni a rendszer struktúrájának és pályájának változása között. Az előbbivel itt még nem foglalkozom, hatása rövid és közepes távon kevéssé érezhető. Ezzel nem a rendszer módosításának fontossága és esetenkénti szükségessége válik kétségessé, hiszen a cél a hatékonyabb, az egyensúlyhoz konvergáló piac lehetőségének vizsgálata. E megszorítás csupán az elemzés menetére vonatkozik.

A pálya változásának legfőbb forrása rövid távon tehát nem a véletlen, amely csak kis és elhanyagolható módosulást okoz, hanem az állami beavatkozás. Az állam – fiskális, monetáris és minden megengedett, sőt megengedhetetlen eszközözzel – mindig is jelentősen befolyásolta az árak, a bérek, az adók, a vámok és a termelés piacainak alakulását. A modell eszközt kínál az intézkedések kihatásának és a hatás időbeli alakulásának mérésére.[21] Ez rövid és középtávon kizárólag a ciklikus komponensek súlyának módosulását

[20] Az input-output mátrixból számított 1947. évi spektrum például közel azonos, mint az 1958. évi.

[21] A tisztán monetáris befolyások leírásához persze a szokásosnál jobban és másként kellene tagolni a modellt, ez azonban nem vet fel új és a modelltől idegen problémát.

okozhatja, és nem befolyásolja a gazdaság hosszú távú növekedését, bár heves ingadozást okoz a növekedés évi rátájában.

Ez abból ered, hogy a rendszer mátrixának az egyensúlyhoz tartozó zéruson kívül csak tisztán képzetes, tehát cikluskeltő sajátértékei vannak. Ebből már következik midenfajta beavatkozás sajátos meddősége és korlátozottsága. Az állami gazdaságpolitika elvileg képes volna ugyan az ingadozás enyhítésére, de gyakorlatilag csak a ciklusok relatív súlyát változtatja meg. Amikor egy pillanatnyilag zavaró és kényelmetlen ciklust csillapít, akkor annak súlyát áttereli egy másik, más fázisú ciklusra. Közben általában még növeli is a ciklikus mozgás egészének kilengését. Éppen a vizsgált időszakban növekedett meg majdnem kétszeresére a kilengés a ciklusenyhítő intézkedések ellenére, vagy éppen ezek következtében. Ha a második világháború óta eltelt éveket nézzük, akkor majdnem minden országban növekvő kilengéseket, majd a hetvenes évektől kezdve általános lassulást és fokozódó zavart találunk.

A mainstream komparatív statikára alapozott makroökonómiai előírásai hályogkovács módszerek. Az éppen kellemetlen, mert hanyatló fázisba forduló ciklust tartják az egyetlen létező és lehetséges kilengésnek. Ezzel visznek cseberből vederbe. Holott egyazon intézkedés, ha azt a mozgás más-más időpontjában alkalmazzák, merőben eltérő, sőt teljesen ellentétes eredményekhez vezethet. A képzelt egyensúlyi helyzetek összefűzését tárgyaló komparatív statika nem adja, mert nem is adhatja meg a mozgás helyes profilját. Az összevont makroökonómiai modellek pedig szükségképpen elhanyagolják a mozgás részleteit és gazdagságát, nem mutatják az éppen kezelni kívánt „betegség” mögött megbúvó egyéb „bajokat”.

Az input-output modell adatai alapján összeállított mátrixokkal végzett perturbációs számítás, ha nem is pontosan, de közelítőleg (2-3 százalékos hibakorláttal) előre tudná jelezni bármely javasolt intézkedés, azaz perturbáció tényleges hatását és lefolyását a következő években. De ha az eddigi levezetésből csak annyit tanulunk, hogy belátjuk: nincs általános és változatlanul alkalmazható recept a zavaró kilengés, hanyatlás a vélt vagy tényleges egyensúlyhiány központi ellensúlyozására, már akkor is előre léptünk tudományunkban. Mivel itt nem feladatom az állami gazdaságpolitika hatékony elméletének kidolgozása, a kifejtés visszakanyarodik az eredeti tárgyhoz, a rendszer érdemi, szerkezeti megváltoztatásához, a piaci konvergencia feltételeinek biztosításához.

A konvergenciáról

A gazdasági rendszer lehetséges hullámhosszai tehát adottak. Néhány hónaptól mintegy hatvan-hetven évig terjednek, és ha a pénz okozta ciklust is figyelembe vesszük, akkor ehhez még egy mintegy 200 éves lengés is adódik. Nem járhatunk el mérnöki módon, a veszélyes frekvenciák művi kiiktatásával, mert túl sok van belőlük. Mégis gondoskodhatnánk a ciklusok igazi csillapításáról. De lehetséges-e ez egyáltalán?

A bevezetőben már említettük, hogy mikor bizonyulnak enyhébbnek a ciklusok. Az újjáépítési periódus simább menete az összeomlott és tönkrement, éppen ezért viszonylag ciklusmentes állapotból indul ki. A korábbi időszakban felhalmozódott és kielégítetlenül maradt elemi szükségletek világosan jelzik a gazdálkodók és döntéshozók számára, hogy merre tartson a gazdaság. Amíg e periódus el nem ér a hosszú távú trend vonalára, addig a növekedés gyors és viszonylag sima.[22]

A növekedés hoszzú távú ütemét, a gazdasági fejlődés trendvonalát végső fokon a humán tőke elért szintje és összetétele szabja meg. Az újjáépítés körülményei közt az

[22] A részleteket és bizonyítást illetően lásd *Jánossy* [1966].

idejétmúlt kényszerekből kibontakozó rendszer végre szabadabban használja fel a már meglévő emberi erőforrásokat. Ezek a „csodálatos” fellendülések egyszerűen a régi és gátlóvá vált megkötések eltörléséből erednek.[23]

Ezután a fellendülés folytán és miatt jól megerősödött kormányok, a növekedés ütemét fétisként tisztelve, az újjáépítést túltermeléssé alakítják, és ezzel ki is váltják az első nagyobb gazdasági ciklust. Pedig csupán annyi történik, hogy menet közben észrevétlenül átalakul a magatartás, a gazdasági rendszer „irányultsága”. A keresletkövető magatartást, az emberi szükségletek kielégítését felváltja a növekedés és többlet óhajtása. Ez látszólag „általánosabb” célkitűzés az előbbinél.

A „termelj többet, jobban élsz” jelszava a maga megkapóan egyszerű, mégis hamis, sőt káros érvelésével eltakarja az előjel matematikai fordulatát. A folyamatot szabályozó jel a „termelj többet” esetében már nem $(A - 1)x$, a még ki nem elégített kereslet, hanem maga a többlet. A többlet pedig az előbbi egyenes ellentéte, a hiány negatívja, azaz tagadása, $(1 - A)x$.

A kereslet követése által létrehozott folyamat *konvergens*. Éppen ezért a többlet kergetése *divergens*. Ez dolgozatom alaptétele.

Az újjáépítési szakasz szüntével a kormányok hosszú sora küzd rituálisan a sárkánnyal, amelyet maga keltett életre. Egymást váltják a helyzetet lépten-nyomon megmentő miniszterek. Később azonban mindig kiderül, hogy az ügyeletes baj éppen e korábbi megmentésből származik. Az élet azonban konvergens és divergens folyamatok összessége, s éppen itt mutatkozik meg a fejlettebb és tanultabb országok előnye.

Érdekes mármost az, hogy egy cseppnyi keresletkövető magatartás beépítése már konvergenssé teszi a gazdaság menetét. Ha a ferdén szimmetrikus K mátrix átlójába akár csak a legkisebb mértékben is beépítjük a túlkeresletet, tehát a kielégítetlen szükségleteket kifejező $(A - 1)$ mátrixot, illetve ennek a bővített újratermelés feltétlei közti hasonmását, a $(\lambda B + A - 1)$ mátrixot, akkor a folyamat konvergenssé válik. Ebben az esetben megváltozik a mátrix szerkezete, és egy új, K^* mátrixhoz jutunk. A

$$K^* = \begin{bmatrix} 0 & \lambda B + A - 1 \\ 1 - A' - \lambda B' & \lambda B + A - 1 \end{bmatrix} \tag{21}$$

mátrix most már biztosan negatív szemidefinit lesz, még ha a jobb alsó sarokban álló mátrixot bármilyen kis skalárral szorozzuk is meg. A ferdén szimmetrikus rész ugyanis mindig zérust ad eredményül, viszont a $p(\lambda B + A - 1)x$ bilineáris szorzat maximuma az egyensúlyi helyen zérus, tehát különben negatív.

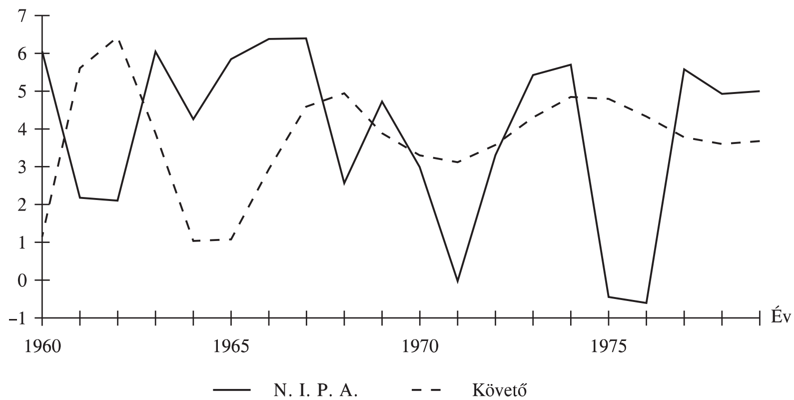
A tájákozódás kedvéért az eredeti adatok mellett bemutatom egy ilyen részben keresletkövető rendszer által leírt pályát. E beruházási döntések alkalmával egyenlő súllyal veszik számba a pénzügyi lehetőségeket és a kereslet jelzéseit.[24] A kisebb ingadozással járó számsor azt is bizonyítja, hogy a növekedésről (vagy profitról) mint kizárólagos célról lemondva, a bejárt útvonal vagy gazdasági eredmény semmiképpen sem rosszabb. Ugyanoda jutunk el, de simábban. A ciklus csak felesleges körutat jelent. Bár a gazdaság mesterséges „fellendítése” lehetséges, mégsem ingyenes. A növekedés ösztönözése csak átmeneti hatást érhet el. Előbb vagy utóbb, de a számlát mindenképpen meg kell fizetni.

[23] Mivel a rendszerváltás és privatizáció nálunk a várt fellendülés helyett hosszú és mély megtorpanást okozott, vagy legalábbis kimélyítette a stagnálást, felszabadító jellege eddig nem mutatkozott meg. Korai volna tehát az új ciklusokba torkolló túltermelés veszélyéről értekezni, habár a gazdasági vezetés a „transzformációs válság” szüntének első jelére is azonnal 4 és 5 százalék körüli várható növekedésben kezd reménykedni.

[24] Ez azonban – mint a Neumann-rendszer keresztszabályozásának elemzéséből láttuk – korántsem olyan egyszerű és magától érthető feladat, mint ahogy azt a Leontief-rendszer mutatja.

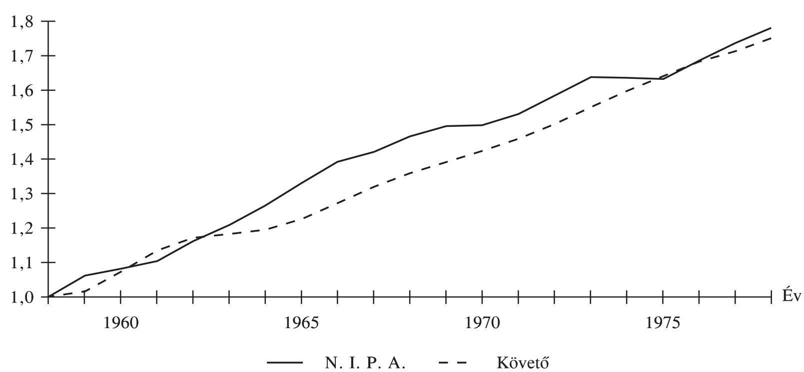
A *3. ábra* tehát a tényleges, már ismert növekedési ráta mellett olyan keresletkövető szabályozás növekedési ütemeit mutatja, amely egyenlő súllyal veszi számba a keresletet és a nyereséget a gazdasági döntéseknél. Az árakra vonatkozó egyenletek tehát nem változtak, és az előbbi modellnek megfelelően alakulnak. Csupán a *K* mátrix jobb alsó részébe kerül be a fent bemutatott mátrix, amely a kielégítetlen keresletet jelzésével a döntéseket a szükséglet kielégítése felé tereli.

3. ábra
A keresletkövető szabályozás éves növekedési üteme



Hangsúlyozni kell, hogy ez gyakorlatilag megvalósítható útvonal lett volna. Ez egyébként látható is az ábrából, mert a bekövetkező növekedés csak a második és harmadik évben haladja meg a valóságosat, az első évben viszont jelentősen alatta maradt.[25]

4. ábra
A növekedési pályák



[25] 1958 áprilisa válságmély volt, a növekedés 1959-ben tetőzött, és 1961 februárjára ismét mélypontra jutott. A termelés ezután már csak 1969 és 1973 végén tetőzött a vizsgált időszakban. A beavatkozás valószínű hibája a recessziók miatti 1959. és 1961. évi túlösztönzés, a hatvanas évektől kezdve azután tartósan ls nagymértékben deficites lett a költségvetés.

Bár a *4. ábra* és az új mátrix sajátértékei azt mutatják, hogy a hosszabb ciklusok csak lassan csillapulnak, a gazdaság pályája sokkal simább lehetett volna és látszólagos lustasága ellenére 1975-re mégis utólérte volna a tényleges növekedés útvonalát.

Itt azt az ellenvetést lehet tenni, hogy a két növekedési görbe által határolt terület elmaradt termelést jelez. Ennek értékével az ország tehát szegényebb lett volna. Az elmaradt termelés alaposabb elemzése nélkül nem lehet jól megválaszolni ezt az ellenvetést. Ha azonban az ország kisebb felhalmozással is ugyannyit tudott volna termelni és azonos növekedést tudott volna elérni 1975-ben, akkor biztos, hogy gazdaságosabban működött volna.

Ezért az a valószínű, hogy ez az elmaradt termelés nélkülözhető lett volna. Ha mégis előállították, akkor csak a ciklusok okozta felesleges elosztás tette előállítását kívánatossá. Attól, hogy a két görbe által bezárt terület pozitív, még nem következik, hogy előállításának elmaradása veszteség. Lehet, hogy éppenséggel nyereségnek kellene tekinteni, mint ahogy a kövér ember többletsúlya is inkább hátrány, mintsem előny.

Le lehet-e mondani a növekedési őrületről, ha azt tapasztaljuk, hogy más szabályozási forma jobb és még a növekedést is jobban szolgálja, mint a növekedés hajszolása? Úgy vélem igen, sőt korunk változásait elemezve, talán ez lassan történőben is van. Az ellenségképek halványodása a külső kényszer enyhülését hozza, s a nacionalizmusok is tán kisebb lánggal fognak tüzelni az egységesebb Európában és a „globalizálódó” világban. A „két rendszer vetélkedése”, egymás elleni lázas fegyverkezése, a vezérkari vágyak sokban felelősek mind a növekedési kényszerért, mind pedig a hadiipar keltette ciklusokért.

Összefoglalás

Adam Smith óta tudjuk, hogy a piac szereplői saját érdeküket követik. Az „érdek” egyszerre mozgatóerő, *causa efficiens* és cél, azaz *causa finalis*. A döntések oka és célja egyaránt anyagi, *causa materialis*, de a változó struktúra, *causa formalis,* és az erről beszerzett, helyes és hibás *információ* módosítja az objektív érdeket és szubjektív érzetét.

Az a nézet tehát, amely szerint a profit vagy haszon maximálására való törekvés elégséges nemcsak a gazdaság napi működésének magyarázatára, hanem helyes és célszerű működtetéséhez is, nemcsak szegényes és félrevezető, de téves ítéletekhez és elméletekhez is vezet. Hiába ábrázolja a modell a valóságot, ezzel még nem magyarázta meg. Soha nem fogja megmondani, miért alakulnak a számítás alapjául szolgáló számok, az „adatok” úgy, ahogyan ez éppen történt. És még a tökéletes piac modellje is mind az árakra, mind a mennyiségekre vonatkozó döntésekben két-két, összesen tehát négy tudatosan élesen eltérő magatartás lehetőségét mutatja meg, a kereslet és a költség követését, illetőleg a többlet és a haszon maximálását.

Ezek eltérő, sőt ellentétes mozgásformákhoz vezető magatartások és korántsem „természetes” vagy „magától értetődő” sem az egyik, sem a másik. Maguk az alapul szolgáló fogalmak is viszonylag újkeletűek. A profit a 16. század olasz városállamaiban kezd felmerülni mint a viselkedés istennel egyenrangú, de parancsával gyakran feleselő szabálya. A fogyasztó haszna viszont a 19. század késői gyermeke. Mértéke még ma sem ismeretes.

A mindennapi döntéseket azonban nem csak a tudat, és nem is csak az e mögött megbúvó és alighanem régibb tudattartalmakból kialakult automatizmusok szabják meg. Az embereket és gondolkodásukat kormányzó megszokás, a *habitus* még mélyebbről ered. Évszázadok felhalmozódott és csak lassan változó bevált tevékenységei és a rájuk vonatkozó gondolati sablonok kormányozzák. Ezért vélik azt sokan, hogy az ember nem mindig racionális, mert láthatóan más minták szerint dönt, mint ami a kialakult új helyzetből a gazdaságtan szürke logikájából következne.

Ha tehát oly elvont matematikai viselkedési szabályt találtunk, amely az érdekek érvényesülését másképp és ésszerűbben intézi, akkor először is nem biztos, hogy valóban jobb az eddiginél. Másodszor, nem válik önmagától viselkedési automatizmussá. S még ha meg is találjuk annak módját, hogy betartását bizonyos már elfogadott viselkedési formák erősítésével önműködővé tegyük, akkor is csak évszázadok múltán válhat habitussá.

A megoldás, hiába létezik és helyes, nem fog szaporán általánossá válni. Ettől azonban még nem utópikus. Csupán oly célkitűzés, amely az eddiginél messzebbre mutat, de azért kicsiben is kipróbálható és megkísérelhető. Terjedésének kétségtelen elősegítője csak az lehet, hogy aki alkalmazza, az jobban járjon, mint aki ezt nem teszi. Ez pedig, hosszabb távra tekintve, kétségtelenül bekövetkezhet. Ámde a hosszabb táv tapasztalata csak még egy ennél is sokkal hosszabb távon válhat meggyőzővé és gyakorlattá. A ciklusok tehát kiküszöbölhetők vagy legalábbis csökkenthetők volnának, de azért még soká fognak jelentős kényelmetlenségeket okozni.

Hivatkozások

Bródy András [1966]: A Simplifed Growth Model. The Quarterly Journal of Economics. Vol LXXX, február, 137–146. o.

Bródy András [1980]: Ciklus és szabályozás. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.

Bródy András [1997]: The Second Eigenvalue of the Leontief Matrix, Economics Systems Research, Vol. 9. No. 3.

Goodwin, R. [1953]: Static and Dynamic Linear General Equilibrium Models. Megjelent: Input-Output Relations, Proceeeding of a Conference on Inter-Industrial Relations, Driebergen, Holland (Leiden, Stenfert Kroese), 54–87. o.

Goodwin, R. [1967]: A Growth Cycle. Megjelent: *Feinstein* (szerk.) Socialism, Capitalism and Economic Growth című kötetben. Cambridge, Cambridge University Press, 54–58. o.

Jánossy Ferenc [1966]: A gazdasági fejlődés trendvonala és a helyreállítási periódusok. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.

Mills, F. C.[1946]: Price-Quantity Interaction in Business Cycles. NBER, New York.

Függelék

Az Egyesült Államok 1958. évi folyó ráfordítási koefficiensmátrixának adatai

1. Mezőgazdaság , élelmiszer és textil
2. Vegyi, mű-, fém- és gumianyagok
3. Gépek és fémtermékek
4. Építkezés, cement, tégla, üveg, kerámia
5. Fűtőanyag és elektromos energia
6. Szállítás, szolgáltatás és elosztatlan
7. Munkaerő és háztartások

0,4014	0,0319	0,0168	0,0662	0,0149	0,0619	0,2778
0,0294	0,3024	0,1420	0,0716	0,0191	0,0226	0,0177
0,0232	0,0495	0,2521	0,1300	0,0487	0,0576	0,0022
0,0112	0,0240	0,0141	0,0913	0,0546	0,0403	0,0006
0,0152	0,0497	0,0101	0,0247	0,3311	0,0346	0,0571
0,1244	0,2479	0,1112	0,2081	0,1070	0,2142	0,6117
0,3269	0,1837	0,2451	0,3809	0,0526	0,4511	0,0000

Az években kifejezett élettartamok

1	2,5	15	50	0,1	0,1	0,01