

## BERDE ÉVA-PETRÓ KATALIN

*Berde Éva és Petró Katalin a Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem mikroökonómiai tanszékének docensei.*

### A különféle hasznosságfogalmak szerepe a közgazdaságban

---

A hetvenes évekbeli magyar közgazdaságtan számára egyre inkább úgy tűnt, hogy a fogyasztói hasznossággal kapcsolatos kérdések megnyugtató, mindenki számára elfogadható magyarázatot kaptak. A kardinális hasznosságfogalom végleges elvetése, a kardinális és ordinális megközelítés közti viszony egyoldalú kezelése, az ordinális hasznosság életképességét igazoló Debreuféle reprezentáció, majd ennek a gondolatmenetnek mindenfajta kitekintés nélküli átvétele szinte kötelező tantétellé vált a mikroökonómia akkor még nem túlságosan nagy létszámú hazai művelői közt. Az azóta eltelt idő jelentősen megszorította a fenti tudomány gondolatait többékevésbé elsajátítók táborát, de rejtélyes módon az akkor kialakult szemléletet mégsem sikerült gyökeresen áttörni. Pedig ha megmaradunk a szigorúan vett ordinális hasznosság talaján, akkor a társadalmi döntéseket megelőző elemzések eszköztára lényegesen szegényebbé, a bizonytalan körülmények közt bekövetkező közgazdasági döntések értékelése pedig szinte lehetetlenné válik.

A cikk bemutatja a neoklasszikus hasznosságfogalom történeti kialakulását, egymástól nagyon különböző változatait és az egyes változatok felhasználási területeit, valamint a legújabb hasznossági megközelítéseket. Felhívja az olvasó figyelmét arra, hogy a közgazdaságtannak nincsen olyan univerzális eljárása, amely valamennyi felmerülő kérdésre meg tudná adni a választ. A felhasználandó eszközt mindig a probléma jellegének megfelelően kell kiválasztani.<sup>0</sup>

---

A közgazdasági gondolkodás fejlődése mindig is ellentmondásokon keresztül haladt előre. Az egyik ilyen, érvekkel és ellenérvekkel teletűzdelt, rendkívül fontos problémakör a fogyasztók által élvezett hasznosság méréséhez és értékeléséhez kapcsolódik. Cikkünkben összefoglaljuk, hogy ezen a területen hol tart ma a közgazdaságtudomány, és utalunk azokra a nyitott kérdésekre, amelyek egyelőre még megválaszolatlanok. Kiemeljük a téma mérföldköveit, de számos - legalábbis szerintünk - kevésbé fontos részlettől eltekintünk. Célunk, hogy a magyar nyelven már létező mikroökonómiai és elmélet-történeti szakirodalmakat kiegészítve, bővítsük az olvasó látókörét, és segítsünk kialakítani egy logikailag rendszerezett fogalomkört. Fel kívánjuk hívni a figyelmet arra, hogy a közgazdaságtannak nincsen olyan univerzális eljárása, amely minden felmerülő kérdésre meg tudná adni a választ. Az eszközöket a probléma jellegének megfelelően kell kiválasztani. Véleményünk szerint napjaink divatos irányzata, a neoklasszikus közgazdaságtan axiómarendszerének megkérdőjelezése<sup>1</sup> sem több, mint egy lehetőség a valóság bizonyos - de nem valamennyi - összefüggéseinek feltárására. Cikkünkben, mindenfajta előfeltevéstől mentesen szeretnénk megmutatni a neoklasszikus hasznosságfogalom egymástól rendkívül eltérő változatait, és lehetséges felhasználási területeit. Külön figyelmet szentelünk a kardinális hasznosság ismételt térhódításának, amely nélkül a modern, nem kooperatív közgazdasági játékelmélet nem alakulhatott volna ki.

A fogyasztói kosarak, azaz az egyes jószágokból (beleértve a szolgáltatásokat is) vett különböző

mennyiségek hasznosságát a fogyasztói magatartás leírása, esetenként meghatározása szempontjából vizsgáljuk, és nem foglalkozunk az arisztotelészi dogma nyomdokain haladó gondolkodók, például Ricardo és Marx hasznosságfogalmával. Egy jószágkosár valamely fogyasztó szempontjából vett hasznosságát azonosnak tekintjük azzal a kielégültségi szinttel, amelyet a kérdéses jószágkosár biztosít fogyasztónk számára.

Cikkünk szerkezete nagyjából követi a történelmi csomópontokat. Ezek szerint az első két kiemelt téma az 1870-es évek *marginalista forradalma* (Jevons, Walras és Menger), illetve a 20. század első harmadának *ordinális forradalma* (Pareto és Hicks). A marginális elemzés megszületése óta eltelt időszakban e két különböző hasznossági koncepció és a köztük levő vita egyaránt részévé vált a közgazdasági gondolkodásnak. Ugyanakkor valószínű, hogy az utókor két újabb fordulópontot fog említeni, a kiterjesztett hasznossági függvény, valamint a Neumann-Morgenstern-féle hasznossági függvény megkonstruálását, és az azon alapuló Harsányi-féle értékelési rendszert, mindkettőt a 20. század közepétől számítva.

## A legelső hasznossági elmélet

Szinte valamennyi mai mikroökonómiai hasznosságfogalom előfutárának Daniel Bernoulli 1738-as tanulmánya tekinthető.<sup>2</sup> Az úttörő munka egy igen egyszerű játékot ír le. Péter feldob egy érmét, és amennyiben az az első alkalommal fejjel felfelé ér földet, akkor fizet Pálnak egy dollárt. Amennyiben csak a második alkalommal lesz fej az eredmény, akkor már két dollárt fizet, míg a harmadszor kijövő fejért négy dollár jár, az *nedikért* pedig - ha előtte nem volt fej -  $2^{n-1}$  dollár. Addig folytatva a pénzérme feldobását, amíg nem fej az eredmény, annak a valószínűsége, hogy éppen az *nedik* alkalom

az utolsó:  $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ . Ezek szerint Pál várható nyeresége

$$\frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{4} \cdot 2 + \frac{1}{8} \cdot 4 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot 2^{n-1} + \dots =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots = \infty. \text{ Mégis, ha megkérdezzük}$$

Pált, hogy mennyit hajlandó fizetni azért, hogy a fenti játékban részt vehessen, minden bizonnyal egy véges és nem is túlságosan nagy összeget mond. Ennek az az oka, hogy a szubjektíven értékelt várható hasznosság nem egyezik meg a várható nyeresémmel. Bernoulli szerint a vagyon egyegy dollárral való folyamatos növelése egyre kevesebb előnyt jelent Pál számára. A hasznosságot  $U$ -val, növekményét  $dU$ -val, a vagyont  $x$ -szel, a vagyon növekményét pedig  $dx$ -szel jelölve, Bernoulli a következő összefüggés meglétét feltételezte:

$$dU = k \frac{dx}{x}, \text{ ahol } k \text{ egy pozitív konstans.}$$

Így a teljes hasznosság:

$$U = k \ln \frac{x}{c},$$

ahol  $c$  a létezéshez minimálisan szükséges vagyon nagysága,  $\ln(\cdot)$  pedig a természetes alapú logaritmusfüggvény.

Bernoulli ezt a formulát használta arra, hogy megbecsülje a játék reális tétjét. Így például az a személy, akinek a vagyona ezer dollár, legfeljebb hat dollárt hajlandó fizetni a játékban való

részvételért.<sup>3</sup>

Bernoulli Szentpétervári paradoxon játéka két forradalmi gondolatot tartalmazott. Az egyik szerint az egyén vagyonának fokozatos, azonos összegű növelésével egyre kisebb mértékben javul az illető jóléti helyzete. Ezt az összefüggést ma a csökkenő határhaszon törvénye elnevezéssel illetjük. A másik gondolat, mely rokon a Neumann-Morgensternféle hasznossági függvény alapötletével, arra vonatkozott, hogy bizonytalan vagyoni körülmények között az egyén várható helyzetét nem a várható vagyonhoz tartozó egyéni értékelés, hanem az egyes vagyoni helyzetekhez tartozó egyéni értékelések várható nagysága határozza meg. Bernoulli munkája és a benne foglalt felfedezések azonban a közgazdászok számára több mint száz évig ismeretlenek maradtak, feltehetően annak matematikai jellege miatt.

## A kardinális hasznosság I. - a marginalista forradalom<sup>4</sup>

A csökkenő határhaszon összefüggésének őseit Jeremy Bentham 1780 körül újra felfedezte,<sup>5</sup> de Bentham gondolataira sem fordítottak túl nagy figyelmet korának közgazdászai. Hatástalan maradt még ekkor a francia Jules Dupuit és a német Heinrich Gossen munkája is, akik pedig már kifejezetten közgazdasági problémák elemzésére alkalmazták a csökkenő határhaszon összefüggését. Dupuit elsőként kapcsolta össze a csökkenő határhaszon koncepcióját a kereslettel, illetve a keresleti görbével. Gossen, akinek neve ma már az általa megfogalmazott összefüggések, "törvények" révén még a mikroökonómiát alapfokon tanulók számára is ismerős, a róla elnevezett csökkenő határhaszon törvényét (vagy csökkenő élvezetek elvét) az egyének haszonmaximalizáló viselkedésével is összekapcsolta. 1854-es munkájában az optimális jövedelemelköltség szabályát fogalmazta meg, amikor azt írta, hogy az egyén akkor maximalizálja hasznosságát, ha a rendelkezésére álló pénzét úgy osztja el a különböző jószágok közt, hogy az utolsó pénzegység által nyerhető határhaszon minden egyes jószág vonatkozásában azonos (GOSSSEN [1854]). Ezt a gondolatot Gossen 2. törvénye néven tartja számon a közgazdaságtan, és jelentősége túlnő a fogyasztási elmélet keretein, amennyiben a szűkös javakkal való gazdálkodás általánosított törvényének is felfogható.

A piaci keresletnek és a piaci árak a hasznossági elmélet talaján álló magyarázata azonban csak a "nagy hármast", Stanley Jevons, Léon Walras és Carl Menger - egymástól független - munkássága nyomán vált uralkodóvá a közgazdaságtanban (JEVONS [1871], MENGER [1871], WALRAS [1874]). A nevükhöz fűződő *marginális forradalom* az 1870-es években két alapvető ponton is átforgalmazta a közgazdasági gondolkodást. Egyfelől új alapokra helyezte a piaci viszonyok és az árak alakulásának magyarázatát, mert a klasszikus közgazdászoktól eltérően mindhárman az érték forrását az egyének által szubjektíven megítélt hasznosságban keresték, illetve a termelés és elosztás kérdései helyett a cserére összpontosítottak. Másfelől módszertani váltás is elindult, mivel a határelemzés (a marginális gondolkodás) a termelés, az elosztás és a fogyasztás területén egyaránt alkalmazható eszköznek bizonyult. A határhaszonelmélet megalkotói eltérő mértékű matematikai precizitással dolgoztak, sokszor csak szavakban írtak le fontos matematikai hipotéziseket, amit az utókor rendezettebb formában használ.<sup>6</sup>

JWM egyik alaphipotézise a csökkenő határhaszon elméletére vonatkozik. Jelöljük egy bizonyos fogyasztó  $X$  jószágból fogyasztott  $x$  mennyiségéhez tartozó hasznosságát az  $U(x)$  függvénnyel. Az  $X$  jószágból fogyasztott mennyiség kismértékű növekedéséhez,  $\delta x$ hez tartozó hasznónövekedés:  $\delta U(x) = U(x + \delta x) - U(x)$ . A határhaszon az egységnyi fogyasztás növekedésre jutó hasznónövekedés határértéke, amennyiben a fogyasztás növekedése végtelenül kicsi. A határhaszonra az  $MU$  jelölést használva:

$$MU(x) = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta U(x)}{\Delta x}, \text{ ami éppen az}$$

$U(x)$  függvény első deriváltja (feltéve, hogy az  $U(x)$ nek létezik mind az első, mind a második

deriváltja), azaz egyenlő  $U'(x)$  szel. J-W-M csökkenő határhaszon hipotézise szerint  $U'(x)$  a  $x$  csökkenő függvénye, azaz  $U''(x) < 0$ . Az  $U'(x)$  függvény grafikusán is ábrázolható.

Az, hogy az  $x_0$  mennyiséghez tartozó teljes haszon kizárólag az egyváltozós  $U(\cdot)$  függvénytől, és annak argumentumától, az  $x_0$ -tól függ, implicite egy újabb feltevést tartalmaz. Ezek szerint adott jószágmennyiség által adott fogyasztónak biztosított hasznosságot nem befolyásolja, hogy a fogyasztó más jószágokból mekkora mennyiségekhez jut. Ennek a függetlenségi axiómának a következtében az adott jószágmennyiséghez tartozó határhaszon is független a többi jószág fogyasztásától.

J-W-M fenti hipotézisét a későbbiekben más szerzők elvetették, mert a függetlenség axiómája a valóságban nagyon ritkán érvényesül. Nézzük meg, mit is jelentene az axióma fennállása egy fogyasztó által élvezett összes hasznot tekintve! Jelöljük az  $i$ edik fogyasztó  $X_i$  jószágból fogyasztott mennyiségét  $x_i$  val, az  $i$ edik fogyasztó  $k$ adik jószágból származó hasznosságát pedig  $U_k(x_k)$  val. (Igazság szerint az  $U$  függvényhez  $i$  felső indexet is hozzá kellett volna írni, de ha biztosan tudjuk, hogy az  $i$ -edik fogyasztóról van szó, akkor ez az index el is hagyható.) Amennyiben az  $i$ edik fogyasztó az  $X_1, X_2, \dots, X_n$  mennyiségekkel rendelkezik, akkor a függetlenségi axióma értelmében hasznossága:

$$U_1(x_1) + U_2(x_2) + \dots + U_n(x_n).$$

J-W-M a fogyasztói viselkedést a határhaszon segítségével próbálta megmagyarázni. Munkásságuk ezen a területen lényeges különbségeket mutat egymáshoz képest, közös gondolatukat mai szemmel úgy összegezhetjük, hogy a keresleti magatartást mindnyájan Gossen 2. törvényéhez hasonlóan próbálták megmagyarázni. A fogyasztó saját hasznát maximalizálja, melynek eredményeként választását az jellemzi, hogy az egységnyi pénzzel elérhető pótlólagos haszon valamennyi jószág esetében azonos. A fogyasztói magatartás konzisztens leírása azonban nem J-W-M, hanem az utánuk következő közgazdász nemzedék nevéhez kapcsolódik.

## Kardinális hasznosság II. - a közömbösségi görbe

A kardinális hasznosság J-W-M szerinti értelmezésének elvetését elsősorban a függetlenségi axióma idézte elő. Francis Ysidro Edgeworth rámutatott arra, hogy a teljes hasznosság nagyon ritkán bontható fel az egyes jószágok biztosította különkülön vett hasznosságok összegére (EDGEWORTH [1881]). Az előző paragrafus jelöléseivel a hasznossági függvény Edgeworth által definiált formája:

$$U(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Az  $X_j$  jószág határhaszna a hasznossági függvény  $j$ -edik változója szerinti parciális derivált, azaz:

$$MU_j(x_1, x_2, \dots, x_n) = \partial U(x_1, x_2, \dots, x_n) / \partial x_j$$

Egy jószág határhaszna tehát a többi jószágból rendelkezésre álló mennyiségtől is függ. A határhaszon ily módon való értelmezése lehetővé tette a termékek egymás közti kapcsolatainak elemzését, a helyettesítő és kiegészítő termékek elkülönítését. Ha a fogyasztói kosár adott mennyiségéhez tartozóan valamely jószág határhaszna a másik jószág mennyiségének növelésekor csökken - azaz a hasznossági függvény második, vegyes parciális deriváltja negatív -, akkor a két termék egymást helyettesítő, pozitív vegyes parciális derivált esetén pedig kiegészítő.

A fenti hasznossági függvényhez hasonló, egymástól függetlenül, az adott kor több közgazdásza is felvázolt. Az, hogy közülük Edgeworth neve az utókor számára kiemelkedett, valószínűleg annak is köszönhető, hogy a függetlenségi axióma elvetésével használhatatlanná vált régi grafikus eszköz, a

határhaszongörbe helyett olyan új grafikus apparátust konstruált meg, ami ma is a fogyasztói viselkedés elemzésének standard eszköze: megalkotta a közömbösségi térkép ötét. Két jószágot,<sup>7</sup> és egy fogyasztó adott induló készletét feltételezve, egy olyan derékszögű koordináta-rendszert készített, amelynek vízszintes tengelyén a fogyasztó egyik jószágból rendelkezésére álló mennyiségét, a függőleges tengelyén pedig a másik jószágból feláldozott mennyiségét ábrázolta. Ezen a közömbösségi térképen valamely közömbösségi görbe azokat a jószágkombinációkat, az első jószágból birtokolt és a második jószágból feláldozott mennyiségeket mutatja, amelyek a fogyasztó számára azonos hasznosságot eredményeznek. Amennyiben mind a két jószág kívánatos a fogyasztó számára, akkor a fenti közömbösségi görbe pozitív meredekségű, mert adott hasznossági szint mellett a fogyasztó egyik jószág fogyasztását növelve hajlandó a másik jószág fogyasztásából többet feláldozni. Az egyik jószág fogyasztásának azonos nagyságú pótlólagos növelésekor azonban a másik jószágból egyre kevesebb újabb egységről képes lemondani, ezért az Edgeworth-féle közömbösségi görbe alulról konkáv. Edgeworth eredetileg két fogyasztó, pontosabban két kereskedő egymással szembeni viselkedésének leírására alkalmazta a fenti apparátust, amit ma - kis módosítással - Edgeworthdoboz néven használ a mikroökonómia. A két tengely aszimmetrikus kezelése algebrailag megnehezítette a fogyasztói magatartás elemzését. Ezt a problémát először Irving Fisher oldotta meg, aki kitalálta a közömbösségi görbe mai formáját (FISHER [1892]).<sup>8</sup>

Ismét tekintsünk el a történelmi precizitástól, helyette inkább foglaljuk össze, hogy milyen információkat tartalmaz a Fisher-féle közömbösségi görbe! Mindenekelőtt ne felejtjük el, hogy a közömbösségi görbék egy bizonyos fogyasztó szemszögéből értelmezendők, az ő értékítéletét rögzítik. Például az  $X_1$  és  $X_2$  jószágra vonatkozó valamely közömbösségi görbe a két fogyasztási cikkből származó azon mennyiségi kombinációkat, azaz kételemű vektorokat tartalmazza, amelyek mindegyike a fogyasztó számára ugyanazt a hasznossági szintet, mondjuk 5 "utilt" biztosít. Az utilok skálája attól függ, hogy milyen lineáris mércét alkalmazunk. Amennyiben  $U(\mathbf{x})$  - ahol  $\mathbf{x}$  a két jószágból fogyasztott mennyiség vektora - egy Fisher-féle közömbösségi térkép megszerkesztésekor alapul vett hasznossági függvény, akkor ugyanezt a közömbösségi térképet kapjuk a  $W(\mathbf{x}) = \alpha U(\mathbf{x}) + \beta$  hasznossági függvény segítségével is, ha  $\alpha > 0$ ,  $\beta$  konstansok. A két hasznossági függvény közti megfeleltetés olyan, mintha a Celsius hőmérsékleti értékeket számítanánk át Fahrenheit-féle fokokká, így egy adott közömbösségi görbéhez, a  $U(\cdot)$  és a  $W(\cdot)$  más-más utilszámokat rendel.

A racionális fogyasztó azt a jószágkombinációt választja, amelyik adott hasznossági függvény mellett a legnagyobb hasznosságot eredményezi számára.<sup>9</sup> Amennyiben a több mennyiség a fogyasztó részére hasznosabb, akkor igyekszik az origótól minél távolabb levő közömbösségi görbére kerülni. Ez a törekvése a két jószág adott ára mellett előbbutóbb jövedelmének korlátjába ütközik, rögzített árak és rögzített fogyasztói nominális jövedelem mellett létezik egy (speciális esetként több) optimális fogyasztói kosár. Az  $X_1$  jószág különböző árai és minden más tényező változatlansága mellett megfigyelve a fogyasztó optimális döntését, majd az  $X_1$  jószág ára és a belőle vásárolt mennyisége közti összefüggést egy másik koordináta-rendszerben ábrázolva, az Alfred Marshall által konstruált keresleti görbéhez jutunk (MARSHALL [1890]).<sup>10</sup> Amennyiben a közömbösségi görbék alulról konvexek, és az optimális választás a közömbösségi görbe belső pontja, akkor az optimumban a következő összefüggés érvényesül:

$$\frac{MU_1^{opt}(x_1, x_2)}{p_1} = \frac{MU_2^{opt}(x_1, x_2)}{p_2}, \quad (1)$$

ahol  $MU_1^{opt}(x_1, x_2)$  és  $MU_2^{opt}(x_1, x_2)$  a két jószág határhaszna az optimális pontban,  $p_1$  és  $p_2$  pedig a két jószág egységára.<sup>11</sup> A (1) egyenlőség látszólag épp Gossen 2. törvénye. Gossen 2. törvénye és a fenti összefüggés azonban mégsem egyeznek teljesen meg. A függetlenségi axióma alapján ugyanis  $MU_1(x_1, x_2)$  nagysága (az  $X_1$  jószág határhaszna) a gossen-i értelmezésben  $x_2$  bármekkora értéke esetén

változatlan, és ugyanez mondható az  $X_2$  jószág határhasznáról is. Ezzel szemben az edgeworthi határhaszon, bár konkrétan számszerűsített, de a számérték függ a másik jószágból birtokolt mennyiségtől is. Mindegy viszont, hogy az  $U(.)$  vagy a  $W(.)$  hasznossági függvénnyel dolgozunk, mivel a határhasznok a két esetben egymás pozitív számszorosai, ezért az (1) összefüggés - a megfelelő határhasznokra - mindkét esetben érvényesül. A függetlenségi és a csökkenő határhaszon-axióma mellett a közömbösségi görbe alulról konvex, míg a függetlenségi axióma elvetésekor a csökkenő határhaszon nem biztosítja a közömbösségi görbe konvexitását.<sup>12</sup>

A közömbösségi görbe kapcsán szükségessé vált egy újabb fogalom, a helyettesítési határráta bevezetése. (Lásd például HICKS [1934].) A helyettesítési határráta a közömbösség térkép egy adott pontjában jelzi a két jószág közti, változatlan hasznosság melletti helyettesítési lehetőséget.

Egy adott pontbeli helyettesítési határrátát  $MRS$ sel jelölve, és a kérdéses ponton átmenő közömbösségi görbét  $x_2(x_1)$  függvényként értelmezve:

$$MRS = \left| \frac{dx_2(x_1)}{dx_1} \right|$$

Egy adott közömbösségi görbe mentén fokozatosan tekintve az egyre nagyobb  $X_1$  értékeket tartalmazó jószágkombinációkat és a jószágkombinációkhoz tartozó helyettesítési határrátákat, általában egyre kisebb számokat kapunk. Minden olyan esetben, amikor a helyettesítési határráta csökken, a (monoton csökkenő) közömbösségi görbe alulról konvex. A függetlenség axiómáját feladva, a helyettesítési határráta csökkenése veszi át a csökkenő határhaszon szerepét a közömbösségi görbék konvexitásának biztosításában.

Belátható, hogy a jószágter (a közömbösségi térkép) tetszőleges pontjában

$$MRS = \frac{MU_1(x_1, x_2)}{MU_2(x_1, x_2)} \quad 13$$

Az (1) egyenletet átrendezve, és az  $MRS$ re most kapott összefüggést felírva az (1)ben szereplő optimális pontra ( $MRS^{opt}$  jelöléssel), a fogyasztó (nem a koordinátatengelyen levő) optimális választását a következőképpen jellemezhetjük:

$$MRS^{opt} = \frac{p_1}{p_2} \quad (2)$$

A (2) összefüggés jelentősége nemcsak a fogyasztói optimum kritériumának meghatározásában van, hanem ez az az egyenlet, mely átíveli a kardinális és az ún. ordinális hasznossági elmélet szemléleti különbségét. Mielőtt azonban rátérnénk az ordinális felfogás bemutatására, tegyünk egy kis kitérőt a termeléselmélet felé. Kitérőnk célja az, hogy érzékeltessük, milyen problémák kapcsolódnak a kardinális hasznossági elképzelésekhez.

### **Kitérő. Az isoquanttérkép**

A közömbösségi térképhez hasonlóan definiáljuk az isoquantok térképét. (Az egyszerűség kedvéért két termelési inputot feltételezünk.) Valamely isoquantgörbe azon inputkombinációkat tartalmazza, melyek mindegyikével azonos kibocsátás állítható elő. Amennyiben ismerjük a termelési függvényt, vagyis azt az összefüggést, amely megmutatja, hogy adott mennyiségű inputokból maximálisan mekkora kibocsátás állítható elő, tetszőleges inputkombinációról egyértelműen el tudjuk dönteni,

hogy melyik isoquanthoz tartozik. Egy adott inputszinthez tartozóan, mindkét inputra számszerűsíthetjük a határtermék nagyságát. Tetszőlegesen kiválasztott isoquant mentén, az inputok egymással való helyettesítésekor, a helyettesítési határrátához hasonlóan bevezetjük a technikai helyettesítési határrátát. Ez utóbbi mutató csökkenése maga után vonja a monoton csökkenő isoquant konvexitását. Adott inputárok mellett egy adott költségkeret teljes felhasználásakor a racionális vállalkozó célja, hogy minél nagyobb termelési eredményt érjen el.

Állítsuk párhuzamba a most bevezetett termeléselméleti, és a korábban felvázolt fogyasztáselméleti fogalmakat!

*1. táblázat*

**Az isoquanttérkép, illetve a közömbösségi térkép kapcsán használt fogalmak párhuzamba állítása**

| Termelés                           | Fogyasztás                      |
|------------------------------------|---------------------------------|
| Felhasznált inputok                | Elfogyasztott jószágmennyiségek |
| Termelési függvény                 | Hasznossági függvény            |
| Isoquantgörbe                      | Közömbösségi görbe              |
| Határtermék                        | Határhaszon                     |
| Technikai helyettesítési határráta | Helyettesítési határráta        |
| Technológiai összefüggés           | ?                               |

Az 1. táblázat utolsó sorában, a termelés oszlopában, a technológiai összefüggés olvasható, amelynek szerepe a termelési függvényben számszerűsödik. A termelési függvény ismeretében (a véletlen befolyásoló szerepétől eltekintve) egyértelműen meghatározható, hogy a termelési tényezők adott nagyságaival mekkora végtermék állítható elő. Nem okoz gondot sem a kibocsátás egy egységének, sem a határtermék egy egységének értelmezése, mert a termék jellegétől függően, kilogrammban, méterben, milliliterben stb. gondolkodunk. (Nehézségek persze ekkor is adódhatnak, ha például valamilyen szolgáltatásról van szó, de végül mindig található olyan mérőszám, mellyel a késztermék mennyisége kifejezhető.) Ha következetesen akarunk maradni, akkor a kérdőjel helyére mondjuk "utiltechnológiai" összefüggést kellene írunk. De értelmezhető az így adódó fogalom?

Meghatározott termelési technológiai összefüggéssel, meghatározott inputnagyságokkal, mindig ugyanakkora a kibocsátás, de ugyanazt a jószágkombinációt a különböző egyének nem biztos, hogy azonos módon értékelik. Míg a termelési függvényben definiált kapcsolat az inputok és outputok között a technológiától függ, addig a hasznossági függvényben a fogyasztás és a hasznosság összefüggését az egyének határozzák meg.<sup>14</sup> Pontosan ilyen jellegű gondolatok vezérelhették Vilfredo Paretót, amikor felrúgva az addigi hagyományokat, szakított a hasznosság konkrét, számszerű mérhetőségének feltételezésével.

## Ordinális hasznosság

Vilfredo Pareto 1906os munkájával nemcsak a hasznossági elméletet forradalmasította, hanem a társadalomtudományokat is új alapokra helyezte, amikor teljességében elvetette a hasznosság mérhetőségének feltételezését.<sup>15</sup> Edgeworth a hasznosság mérhetőségét és a számszerűen értelmezett teljes hasznossági függvény létezését feltételezve, vezette le a közömbösségi görbéket és a fogyasztó ebből következő preferenciáit, Pareto viszont megfordította az eljárást, és a fogyasztó preferenciáiból kiindulva próbálta megkonstruálni az ezen preferenciákat kifejező hasznossági függvényt. Pareto hasznossági elméletét nevezhetnénk akár a bináris választások tanának, eljárása ugyanis azon alapul,

hogy a fogyasztónak a lehetséges jószágkombinációkat páronként össze kell hasonlítani, és el kell döntenie, hogy melyik jelent számára nagyobb hasznosságérzetet. (Vagy esetleg a két jószágkombináció közömbös, vagyis azonos hasznosságú.) A fogyasztó tehát rendelkezik a jószágkombinációkra vonatkozó preferenciarendezéssel. Amennyiben ez a preferenciarendezés bizonyos axiómákat<sup>16</sup> kielégíti, akkor valamennyi jószágkosár rangsorba állítható, és megkonstruálható egy olyan hasznossági függvény, amelynek az egyik jószágkosárra vonatkozó értéke akkor és csak akkor nagyobb egy másik jószágkosárra vonatkozó értékénél, ha a kérdéses jószágkosár a fogyasztó számára hasznosabb a másik jószágkosárnál. A fenti hasznossági függvény létezését először Debreu<sup>17</sup> bizonyította be. A kapott hasznossági függvény azonban nem egyértelmű, mert annak tetszőleges monoton növekvő transzformációja is megfelelő hasznossági függvény lesz<sup>18</sup>. Például ha az  $U(x_1, x_2) = x_1 x_2$  függvény jól reprezentálja a fogyasztó preferenciát, akkor jó lesz az  $(x_1 x_2)^2$ , az  $\ln(x_1 x_2)$  stb. is, hiszen más számértékekkel, de ugyanazt a preferenciasorrendet fejezik ki. A hasznosság kardinális, számszerű mérésére tehát nincs szükség, a fogyasztói magatartás leírása enélkül is megoldható.

Pareto felhasználta az Edgeworth és Fisher által megkonstruált közömbösségi görbéket arra, hogy saját fogalomrendszerében elemezze a fogyasztói magatartást. A közömbösségi görbékben rejlő ilyen jellegű lehetőségeket azután HICKS [1934] és ALLEN [1934] még tovább fejlesztette, és a fogyasztói kereslet elemzésére alkalmazta. A preferenciarendezés axiómáin alapuló közömbösségi görbék látszólag teljesen megegyeznek a Fisherféle közömbösségi görbékkel, de semmifajta utilitáris nem rendelhető hozzájuk, kizárólag a sorrendiségük állapítható meg. A határhaszon fogalma nem értelmezhető, tényleges közgazdasági tartalommal csak a helyettesítési határráta bír. Formailag ugyan minden egyes deriválható ordinális hasznossági függvényhez létezik határhaszonfüggvény, de két jószág határhaszonfüggvényeinek aránya, a helyettesítési határráta, úgy is csökkenhet, hogy közben mindkét határhaszonfüggvény növekszik<sup>19</sup>. A (2) összefüggés azonban nem veszíti el értelmét, és továbbra is iránymutató a fogyasztó optimális választásának meghatározásában, sőt segítségével a Marshallféle keresleti függvény is megkonstruálható.

A fogyasztói viselkedés leírása tehát nem szenved igazán csorbát, ha ordinális hasznosság függvénnyel dolgozunk. A bizonytalan körülmények közti egyéni választások előrebecslése azonban megköveteli, hogy az egyes véletlen eseményeket a biztos kimenetekhez tartozó kardinális hasznosság (és a hozzájuk tartozó előfordulási valószínűség) alapján értékeljük. Ekkor a hasznossági mutató "annak a relatív egyéni fontosságának a mértéke, amit a fogyasztó a lehetséges közgazdasági (és nem közgazdasági) alternatívákhoz rendel" (HARSÁNYI [1977]). Az ordinális hasznosság talaján a különböző egyénekre vonatkozó helyzetek összehasonlítása és az aggregált társadalmi jólét meghatározása is komoly akadályokba ütközik<sup>20</sup>. A Paretoféle társadalmi optimum definíciója ugyanis nem mond többet, mint azt, hogy a társadalom Paretooptimalis állapotban van, ha egyik tagjának helyzetén sem javíthatunk úgy, hogy közben egy másik helyzetén ne rontanánk. Amennyiben a társadalom helyzete nem Paretooptimalis, akkor a jólét egyértelműen javítható. A Paretoféle gondolatrendszer - legalábbis eredeti formájában - azonban nem tud rangsorolni két különböző Paretohatékony állapotot, még akkor sem, ha az egyik például az a szélsőséges helyzet, hogy minden jószágot a társadalom egyetlen tagja birtokol. Az egyének helyzetének összehasonlíthatatlansága lényegében a közgazdasági problémák elemzésének pozitívista módszerével kapcsolódik össze, amely szerint nincsen semmiféle tudományos alapunk arra, hogy a különböző egyének helyzetét egymással összevetve, értékítéletet mondjunk arról, hogy az egyik egyén hasznosságát - vagy annak növekedését - a társadalmi jólét szempontjából többre vagy kevesebbre értékeljük a másik egyén hasznosságánál.<sup>21</sup>

Valószínűleg a fenti problémák is az egyik előidézői annak, hogy az 1950-es évektől kezdve ismét egyre népszerűbbé vált a kardinális hasznossági megközelítés, valamint annak egy újabb formája, és napjainkban a kardinális "hívők" csapata tovább növekszik.<sup>22</sup> Az újfajta kardinális hasznosság ismertetése előtt azonban azt az irányzatot is bemutatjuk, amely még az ordinális hasznossági megközelítéshez nélkülözhetetlen feltételek szükségességét is tagadja.

## A kinyilvánított preferencia



Pareto alap gondolata, miszerint a jószágok hasznossága nem mérhető, csak rangsorolható, olyannyira lenyűgözte közvetlen szellemi örököseit, hogy ők még egy lépéssel tovább mentek a korábbi elképzelések elvetésében. Tagadták, hogy lehetőség lenne arra, hogy egy fogyasztó valamennyi jószágkosárra vonatkozó preferenciáit megismerjék.

SAMUELSON [1948] bebizonyította, hogy ilyen körülmények közt is meg lehet szerkeszteni - illetve közelíteni - a fogyasztó közömbösségi görbéit, a fogyasztói választások megfigyelése révén. Amennyiben ugyanis a racionálisan viselkedő fogyasztó az  $x'=(x'_1, x'_2, \dots, x'_n)$  jószágkosarat választja akkor, amikor anyagi lehetőségei megengednék, hogy az  $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)$  jószágkosarat válassza, akkor ezzel kinyilvánítja, hogy számára az  $x'$  legalábbis nem rosszabb, mint az  $x$ . Feltéve a választások unicitását, az  $x'$  biztosan jobb, mint az  $x$ , azaz az  $x'$  a közvetlen kinyilvánított szigorú preferencia állapotában van az  $x$ -hez képest. A kinyilvánított preferencia gyenge axiómája értelmében a fenti közvetlen kinyilvánított szigorú preferencia mellett sohasem fordulhat elő, hogy a fogyasztó az  $x$ et válassza akkor, amikor az  $x'$  is elérhető számára. A kinyilvánított preferencia erős axiómája szerint pedig akkor, amikor az  $x'$  közvetlenül kinyilvánítva szigorúan preferált az  $x$ sel, és az  $x'$  az  $x^s$ val szemben, elképzelhetetlen, hogy a fogyasztó az  $x^s$ et válassza, ha az  $x'$  is elérhető számára. Megfigyelve a fogyasztó jó néhány választását, egy adott ponton átmenő közömbösségi görbét "be lehet szorítani" egy egyre kisebb területű tartományba, vagyis egyre nagyobb területen lehet meghatározni olyan jószágkombinációkat, amelyek biztosan jobbak, illetve amelyek biztosan rosszabbak, mint a kérdéses fogyasztói kosár.

A kinyilvánított preferencia eljárásához kapcsolódóan AFRIAT [1967] bebizonyította, hogy véges számú fogyasztói árvektor és a hozzá kapcsolódó kiválasztott jószágkosár ismeretében több olyan egyenértékű feltétel létezik, melyek megléte esetén a kinyilvánított preferencia eljárásával meg lehet szerkeszteni a fogyasztó közömbösségi görbéit. Ezek közül az egyenértékű feltételek közül külön jelentőséggel bír a kinyilvánított preferencia általánosított axiómája. Az általánosított axióma szerint, ha az  $x'$  akár közvetlenül, akár láncolatán keresztül (a láncolat: az  $x'$  közvetlenül kinyilvánítottan preferált az  $x^s$ hez képest, az  $x^s$  az  $x^t$ hoz képest stb, a sorozat végén pedig  $x^r$  áll) preferált az  $x^r$ hez képest, akkor nem fordulhat elő, hogy az  $x^r$  közvetlenül kinyilvánítva szigorúan preferált az  $x'$ vel szemben.<sup>23</sup>

### **Kardinális hasznosság III. - az egyének hasznossági szintjének összehasonlítása**

Két egyén jólétét - az általuk élvezett hasznossági szintet - elméletileg kétféleképpen is össze lehet hasonlítani. Egyrészt a két egyén által élvezett hasznosságok közti nagyságrendi relációval, másrészt a hasznosságok különbségével. Az ordinális hasznosságfelfogás hívei - a továbbiakban ordinalisták - természetesen elvetik a differenciák értelmezhetőségét, és a különböző egyének hasznossági szintjei közti nagyságrendi relációt is csak rendkívüli esetben értelmezik. A kardinális hasznosságfelfogás hívei - a továbbiakban kardinalisták - mindkét megközelítéssel dolgozhatnak.

Tegyük fel, hogy a vizsgálandó két egyén hasznossági függvénye teljes egészében megegyezik, azaz az első egyén hasznossági függvényét  $U_1(x)$ szel, a másodikét  $U_2(x)$ szel jelölve (ahol  $x$  a szóba jöhető jószágokból fogyasztandó mennyiségek vektora), ugyanannak az  $x$  jószágkosárnak a vonatkozásában  $U_1(x)=U_2(x)$ . Ebben az esetben nem okozhat problémát a hasznosságok közti reláció megállapítása.

Az egyes egyének hasznossági függvénye azonban a legritkább esetben egyezik meg, mert az embereknek különböző az ízlésük, és különböző az ugyanabból a jószágkosárból származó hasznosszerzési képességük. Jelöljük az  $i$ edik egyén körülményeinek vektorát  $r_i$ vel, és ezeket a körülményjellemzőket használjuk fel arra, hogy megmagyarázzuk, miért különböznek az emberek hasznossági függvényei. Az  $r_i$  nagyon sok jellemzőt magában foglalhat, olyanokat, mint például a képzettségi szint, a genetikai felépítés, az adott ország közbiztonságának mértéke stb.<sup>24</sup> A

körülményváltozók segítségével definiáljuk az ún. kiterjesztett hasznossági függvényt.<sup>25</sup> Jelöljük  $U^i$ -vel az  $i$ -edik egyén hagyományos hasznossági függvényét, és  $V$ -vel az összes egyén számára azonos alakú kiterjesztett hasznossági függvényt. Ezek szerint az  $i$ -edik egyén  $x$  jószágkombinációihoz tartozó hasznossági függvénye:

$$U^i(\mathbf{x}) = V(\mathbf{x}, \mathbf{r}_i),$$

ahol az  $r_i$  az  $i$ -edik egyén körülményjellemzőinek vektora.<sup>26</sup>

Sajnos általában nagyon keveset tudunk az ún. körülményjellemzőkről, hisz köztük például számos kimondottan pszichológiai jellegű változó is előfordul. Ezért jobb híján csak a  $V$  személyekre, esetleg lakossági csoportokra vonatkozó becslésével tudunk dolgozni, és nem a  $V$  egészen pontos alakjával. Mégsem mondhatunk le erről a lehetőségről, mert számos társadalmi probléma megítélésében nincsen más eszközünk.

A kiterjesztett hasznossági függvény értelmezése mind az ordinalisták, mind a kardinalisták számára elfogadható. Az ordinalisták azonban megállnak az egyének közti hasznossági szintek sorba rendezésénél, míg a kardinalisták tovább mennek olyan normatív területekre, mint az elosztási kérdések, a jövedelemegyenlőtlenség, a szegénység stb. A kiterjesztett hasznossági függvényen alapuló újfajta kardinális szemlélet híveinek véleménye szerint a paretói forradalom "beszűkítette" a hasznossági vizsgálódást az emberek fogyasztói választásának leírására. (PRAAG [1991]). Ezzel szemben az újkardinalisták megpróbálnak állást foglalni olyan területeken, ahol egyébként másoknak, például a politikusoknak, tőlük függetlenül is sokszor dönteniük kell. Jó volna előre feltérképezni például azt, hogy bizonyos tervezett gazdaságpolitika mennyire fogja módosítani az egyes társadalmi rétegek hasznossági helyzetét, vagy hogy az egészségügyi ellátás különböző módozatai milyen jóléti következményekkel bírnak stb.

Az újkardinalisták (és amennyiben a kiterjesztett hasznossági függvényt használják, akkor az újordinalisták is) eltávolodtak a keresleti elmélettől, abban az értelemben, hogy nemcsak azokat az adatokat használják fel, amelyek a fogyasztók keresleti viselkedésének megfigyeléséből származnak. Módszerük általában az, hogy egy "ideálisnak" tartott hasznosságifüggvényformához megfigyelik - statisztikailag összegyűjtik - a szignifikánsnak tartott keresleti és körülményváltozókat, majd ökonometriai módszerekkel megbecslik az egyenlet paramétereinek konkrét értékeit. A számításokat igyekeznek minél alaposabb lakossági bontásban elvégezni. Az újkardinalisták egyes irányzatai az alkalmazott kiterjesztett hasznossági függvény formájában, illetve a szignifikánsnak tartott változók körében különböznek egymástól. TINBERGEN [1991] a gyakorlati számításokat is végző újkardinalisták közt megkülönbözteti az amerikai (JORGENSEN ÉS SZERZŐTÁRSAI [1980]), a holland (PRAAG [1991]), és a francia (ALLAIS [1970]) irányzatot, a kizárólag elméleti kérdések területén pedig kiemeli a brit iskolát. A holland újkardinalisták például a logaritmikus alakú kiterjesztett hasznossági függvényt kedvelik, és a körülményváltozók között a jövedelemnek tulajdonítanak elsődleges szerepet. Emellett Tinbergen olyan új környezetváltozók bevezetését is javasolja, mint például a potenciális katonai ellenfelek fegyverkészlete vagy a nemzetközi biztonság nem militáris eszközei. A kiterjesztett hasznossági függvényben számos olyan nem közgazdasági jellegű változó van, amelyek erősen megihlették más tudományágak művelőinek fantáziáját is, elsősorban a pszichológusokét és a szociológusokét.

A kiterjesztett hasznossági függvénnyel való gyakorlati számítások más közgazdasági területek kérdéseire is alternatív választ nyújtanak: ilyen például az életszínvonal alakulása, az adózási holtteher,<sup>27</sup> a társadalmi egyenlőtlenség nagysága stb.<sup>28</sup> Erről az oldalról közelítve a kiterjesztett hasznossági függvényt, ugyanolyan jellegű mérési problémák merülnek fel, mint például az életszínvonal számítása kapcsán. A nehézségek azonban nem jelenthetik azt, hogy a kiterjesztett hasznossági függvényt mint a valóság leírásának és normatív megítélésének eszközét el kellene vetnünk. Sőt bizonyos esetekben, mint például az egyensúlyi helyzetek megítélésében, a játékelméleti

modellekben, egyenesen nélkülözhetetlen a most definiált általánosított mutató használata. Egyetértünk PRAAG [1991]gyel, amely szerint számos közgazdász számára jóléti területen csak az tekinthető tudományos módszerekkel megoldható problémának, amire a Paretooptimalitás fogalma használható. Pedig ezen az úton haladva a közgazdászok eltérnek a többi tudományban természetes irányzattól, miszerint a valóságot kell követni, és nem szabad figyelmen kívül hagyni a tényeket.

## A Neumann-Morgensternféle hasznossági függvény

A cikk elején szereplő Bernoulliféle példa, a Szentpétervári paradoxon egy olyan játék, amelynek a kimenetele a véletlentől függ. A valóságban az ilyen "játékok", azaz a bizonytalan kimenetelű fogyasztási helyzetek sokkal gyakoribbak, mint a biztosan meghatározott döntési lehetőségek. A választás előtt álló egyénnek fontos, hogy mekkora hasznosságra számíthat. Bernoulli példájában a pénzfeldobás eredményére fogadást kötő emberek a játék várható hasznosságával kalkulálnak, és legfeljebb annyi pénzt hajlandók a részvételért kifizetni, amennyinek a hasznossága megegyezik a nyereség várható hasznosságával.

A várható hasznosság elméletét modern formájában először Frank P. Ramsey dolgozta ki (RAMSEY [1931]). Munkája azonban elkerülte John von Neumann és Oskar Morgenstern figyelmét, akiket ma a várható hasznosság megalkotóinak tekintünk.<sup>29</sup> 1944-es tanulmányukban az emberi viselkedés játékelméleti leírásával foglalkoztak, és mintegy mellékesen vezették be a várható hasznosság fogalmát.<sup>30</sup> Lineáris hasznossági reprezentációjukat az emberi magatartást jellemző bizonyos axiómákra alapozták, de csak a 2. kiadás függgelékében bizonyították be, hogy ezek az axiómák valóban a szóban forgó lineáris hasznossági reprezentációt biztosítják. Azóta ezeknek az axiómáknak több ekvivalens megfogalmazása is napvilágot látott, több szerző tollából.

Az axiómák leírásához szükségünk lesz a következő fogalomrendszerre. Adottak az egyének lehetőségei. Egy ilyen lehetőség vagy azt a választást jelenti, amely egyértelműen egy bizonyos fogyasztói kosárra vonatkozik, vagy lutrit<sup>31</sup> takar, amely ismert valószínűségeloszlás szerint valamelyik fogyasztói kosarat - valamelyik kimenetet - eredményezi. Egy biztos fogyasztói kosarat olyan lutrinak tekintünk, melynek kimenete 1 valószínűséggel a kérdéses kosár. A továbbiakban az axiómák ismertetését MARSCHAK [1950]re alapozzuk.<sup>32</sup>

*1. axióma:* Bármely egyén lutrijai teljesen rendezettek, azaz tetszőleges két lutri közt jósági (esetleg közömbösségi) reláció értelmezhető. Ez a jósági reláció tranzitív abban az értelemben, hogy ha az  $A$  lutri preferált a  $B$  lutrihoz képest, a  $B$  pedig jobb, mint a  $C$ , akkor az  $A$  lutrit a fogyasztó többre értékeli, mint a  $C$  t.

*2. axióma:* Amennyiben az  $A$  lutri preferált a  $B$ hez képest, és a  $B$  lutri jobb, mint a  $C$ , akkor létezik egy 0 és 1 közötti  $p$  valószínűség, úgy, hogy a  $p$  valószínűséggel bekövetkező  $A$  lutri és az  $1-p$  valószínűséggel bekövetkező  $C$  lutri, amelyet a  $[pA+(1-p)C]$  kifejezéssel jelölünk,<sup>33</sup> közömbös (tehát ugyanolyan jó) a  $B$  lutrihoz képest. Vagyis egy rosszabb, egy jobb és egy köztük levő lutrihoz található két olyan valószínűség, melynek összege 1, és a két szélső lutri ezen számokkal vett konvex lineáris kombinációja kiadja a köztes lutrit.

*3. axióma:* Tetszőleges  $A$  lutrihoz és 0 és 1 közti  $p$  valószínűséghez található olyan  $B$  lutri, hogy  $A$  a fogyasztó számára nem közömbös a  $[pA+(1-p)B]$  lutrihoz képest. Például ha  $A$  10 dollár biztos megszerzése, és  $p=1/2$ , akkor található olyan pénzösszeg, hogy 50-50 százalékos valószínűséggel a kérdéses pénzösszeg, illetve 10 dollár elnyerése a fogyasztó számára jobb, és olyan is, amelyik rosszabb, mint a 10 dollár biztos kézhezvétele. Az axióma következtében az olyan lutri, mely 1-hez közeli, de nem egészen 1 valószínűséggel tartalmaz egy kimenetet, nem tekinthető egyenértékűnek a biztosan a kérdéses kimenetet adó lutrival.

*4. axióma:* Ha az  $A$  lutri preferált a  $B$  lutrihoz képest, és  $p$  tetszőleges 0 és 1 közötti szám, akkor

bármely  $C$  lutri segítségével képzett  $[pA+(1-p)C]$  lutri is preferált a  $[pB+(1-p)C]$  lutrihoz képest.

Amennyiben az 1-4. *axiómák* teljesülnek, akkor létezik egy olyan  $u$  hasznossági függvény, a Neumann-Morgensternféle (továbbiakban N-M) hasznossági index, amely a fogyasztói kosarakat - az egyes kimeneteket - vetíti a valós számok terére, és amelynek segítségével kiszámítható a lutrik várható hasznossága, azaz a lutri eloszlásához tartozó N-M várható hasznossági függvény  $V$  értéke:

$$V(A) = \sum_{x \in \text{supp}(A)} u(x)A(x), \quad (3)$$

ahol  $x$  az  $A$  lutri egy kimenete,  $A(x)$  az ehhez a kimenethez tartozó valószínűség,  $\text{supp}(A)$  az  $A$  lutri összes lehetséges kimenete.<sup>34</sup> Az így értelmezett  $V$  függvény olyan, hogy egy  $A$  lutri akkor és csak akkor jobb egy  $B$  lutrinál, ha  $V(A)$  értéke nagyobb a  $V(B)$  értékénél. A bizonyítás menete azon alapszik, hogy konstruálunk egy megfelelő tulajdonsággal rendelkező  $u(\cdot)$  N-M hasznossági indexet. Amennyiben a lehetséges kimenetek közt van legjobb és legrosszabb, akkor például a következő eljárással kaphatjuk meg a hasznossági indexet: a legjobb kosárhoz 1-et, a legrosszabbhoz 0-at rendelünk hasznossági mutatóként. Ezek után minden kimenethez meghatározzuk azt, az axiómák miatt egyértelműen létező  $p$  és  $1-p$  valószínűséget, hogy a kérdéses kimenet mint biztos esemény és az a lutri, mely  $p$  valószínűséggel adja a legjobb és  $1-p$  valószínűséggel a legrosszabb kimenetet éppen egyenértékűek (közömbösek) legyenek. Belátható,<sup>35</sup> hogy az  $x$  kimenethez az így meghatározott  $p(x)$  jó lesz  $u(x)$ nek.

A különböző fajta hasznossági függvények közti elméleti eltérések értelmezéséhez tekintsünk egy példát. Legyen az  $A$  lutri olyan, hogy 1/2-1/2 valószínűséggel a kívánatosabb  $x$  vagy a kevésbé kívánatos  $x''$  kimenetet adja, a  $B$  lutri pedig biztosan az  $x'$ -t. Először tegyük fel, hogy az  $A$  lutri közömbös a  $B$  lutrival szemben. Ekkor

$$u(x) - u(x'') = 2[u(x') - u(x'')] > 0, \quad (4)$$

ahol  $u$  az N-M hasznossági index. Ha  $u$  kardinális hasznossági függvény lenne, akkor a (4) formula alapján az  $x'$  pontosan fele annyival jobb az  $x''$ -nél mint az  $x$ . Amennyiben az  $u$  ordinális hasznossági mutató, akkor a (4) képletnek semmilyen kvantitatív jelentés nem adható. Mi a helyzet kardinalitás illetve ordinalitás szempontjából az N-M hasznossággal?<sup>36</sup> Az N-Mféle várható hasznosság [jelölésünkkel  $V(A)$  és  $V(B)$ ] annyi információt ad, hogy az  $A$  és a  $B$  lutri milyen hasznossági relációban vannak. Amennyiben  $V(A) > V(B)$  lenne, akkor az  $A$  jobb a  $B$ -nél, de hogy mennyivel, azt nem tudjuk. Az N-M hasznossági index jelölésünkkel  $[u(x)]$  esetében a számértékeknek közvetett jelentőségük van, mint ahogy azt a következő példa is bizonyítja. A 2. táblázat első oszlopában a hasznossági indexek számértéke mellett teljesül a (4) összefüggés, a második oszlop adataival pedig a következő (5) kapcsolat áll fenn:

$$u(x) - u(x'') > 2[u(x') - u(x'')] > 0. \quad (5)$$

2. táblázat

A (4) és az (5) összefüggést teljesítő  
hasznossági indexek  
(mindkét oszlopban az egyes kimenethez  
tartozó hasznossági értékelések azonos  
sorrendjével)

|          | 1. hasznossági index<br>sorozat | 2. hasznossági index<br>sorozat |
|----------|---------------------------------|---------------------------------|
| $u(x)$   | 5                               | 7                               |
| $u(x')$  | 3,5                             | 4                               |
| $u(x'')$ | 2                               | 3                               |

Ordinális megközelítésben a 2. táblázat mindkét oszlopa ugyanúgy rangsorolja az  $x$ , az  $x'$  és az  $x''$  kimeneteket, de N-M hasznossági indexként értelmezve őket, olyan várható hasznosságot eredményeznek, melyek másképp értékelik az  $A$  és a  $B$  lutri hasznossági relációját.

Belátható, hogy a (3) formulában szereplő hasznossági index egy pozitív affin transzformációtól eltekintve egyértelmű (MARSCHAK [1950]). Azaz, ha mind az  $u(\cdot)$ , mind a  $z(\cdot)$  a (3) formula követelményeinek megfelelő hasznossági indexek, akkor létezik olyan  $a > 0$  és  $b$  konstans, hogy

$$z(\cdot) \equiv au(\cdot) + b. \quad (6)$$

A (6)ból tévesen következtetnénk a Neumann-Morgensternféle hasznosság (a várható hasznosság) kardinális jellegére. Az N-M hasznosság alapjául szolgáló N-M hasznossági index esetében azonban, ha nem is jogos olyan következtetések levonása, hogy az egyik biztos kimenet kétszer olyan jó, mint a másik biztos kimenet, az "utilnagyságok" konkrét értéke döntő jelentőségű. Ezt jól szemlélteti a 2. táblázat. A hasznossági számok jelentőségének bemutatására vizsgáljunk meg még egy példát!

Tekintsünk egy olyan fogyasztót, aki vagyona vonatkozásában az  $U_1(x) = x^{1/2}$  hasznossági függvénnyel rendelkezik (ahol  $x$  a fogyasztó vagyona). Ez a fogyasztó többre értékeli, ha biztosan van 1 millió forint vagyona, mintha 1/2-1/2 valószínűséggel 0, illetve 2 millió forint vagyona lenne. Amennyiben  $U_1(x)$  ordinális hasznossági függvényként kezelhető, akkor a fogyasztó értékítéletét az  $U_2(x) = x^2$  függvény is jól leírja. Az  $U_2(x)$  alapján viszont a fogyasztó többre értékeli az 1/2-1/2 valószínűséggel 0, illetve 2 millió forintos vagyont, mint a biztos 1 millió forintot.

Az 1-4. axióma fennállásakor tehát egy pozitív affin transzformációtól eltekintve, egyértelműen meghatározott a hasznossági index. Kérdés azonban, hogy ezek az axiómák valóban fennállnake. A valóságban jó néhány szerző tagadja az 1-4. axióma általános érvényét.<sup>37</sup> A következő példa KAHNEMAN-TVERSKY [1979]ből származik, és az ún. Allaisparadoxont illusztrálja. Egyetemi hallgatóknak kérdések sorozatát tették fel. Az egyik kérdés így szólt: Melyik ingyenes lottószelvényt választaná szívesebben?

A: Amellyel 4000 (izraeli) pénzegységet nyerhet 0,8 valószínűséggel, vagy semmit 0,2 valószínűséggel.

B: Amellyel biztosan 3000 pénzegységet nyer.

A válaszolók 80 százaléka a B lottót részesítette előnyben. A következő kérdés a C és a D lottóra vonatkozott:

C: Amellyel 4000-et nyerhet 0,2 valószínűséggel, és semmit 0,8 valószínűséggel.

D: Amellyel 3000-et nyerhet 0,25 valószínűséggel, és semmit 0,75 valószínűséggel.

Az előző válaszadók 65 százaléka most a C lottót részesítette előnyben.

Amennyiben  $u(0)=0$  (amit az N-M hasznossági indexre megengedett pozitív affin transzformáció segítségével mindig elérhetünk), akkor a B lottószelvény választása az A-val szemben azt jelenti, hogy  $u(3000)/u(4000) > 4/5$ , míg a C-nek a D-vel szembeni preferálása épp az előző egyenlőtlenség fordítottját vonja maga után. Figyeljük meg, hogy a C lottó épp az A lottót jelenti 0,25-ös valószínűséggel, és zérust 0,75-ös valószínűséggel,<sup>38</sup> a D lottó pedig 0,25 valószínűséggel a B lottót, és 0,75 valószínűséggel zérust. A fogyasztók (a megkérdezett egyetemisták) viselkedése nem teljesítette az N-M hasznossági index létezéséhez szükséges 4. axiómát, nem csoda, hogy a várható hasznosság ellentmondásra vezetett. Az irodalom bővelkedik a fenti típusú paradoxonokban.<sup>39</sup> Mindegyik paradoxon arra vonatkozik, hogy ha az axiómák nem teljesülnek, akkor a belőlük levonható következtetések sem helytállóak.

Neumann és Morgenstern hasznossági elméletük kidolgozásakor feltételezték, hogy az egyes lutrik valószínűségeloszlása ismert. Ez a valóságban ritkán van így. A fogyasztó általában valamilyen hipotézissel rendelkezik a különböző helyzetekben elérhető lutrik valószínűségeloszlására vonatkozóan. Ezen feltételezések mellett<sup>40</sup> dolgozta ki Savage saját várhatóhasznossági elméletét (SAVAGE [1954]). Savage rendszerét sokan és sokféleképpen tökéletesítették,<sup>41</sup> de egyelőre még senki sem tudott gyökeresen újat mondani a Neumann-Morgensternféle hasznossági elmélet alap gondolataihoz képest.

## Az elkövetkező száz év

Eddigi ismertetőnk után az következne, hogy személyesen állást foglaljunk az ordinális hasznosság versus kardinális hasznosság kérdéskörben. Nem szeretnénk azonban ilyen irányban elkötelezni magunkat, mert úgy érezzük, hogy mindig az elemezni kívánt probléma jellege határozza meg a szükséges eszközöket. Azzal viszont egyetértünk, hogy nem érdemes visszavonulni a tudomány elefántcsonttoronyába, és bizonyos gyakorlati kérdések megválaszolásáról eleve lemondani pusztán csak azért, mert úgy gondoljuk, hogy a pillanatnyilag rendelkezésre álló eszközök nem alkalmasak a vizsgálatukra. Újból és újból próbálkozni kell, hogy megtaláljuk az alkalmas eszközöket. Nem hallgathatjuk el, hogy a társadalmi kérdések elemzésében egyfajta sokat ígérő kísérleti eszköznek tartjuk a kiterjesztett hasznossági függvény kardinális értelmezését, a bizonytalan körülmények közti események értékelésekor pedig a jelenleg elérhető egyetlen elemzési eszköznek tekintjük a konkrét hasznossági nagyságokra építő várható hasznosságot.

Bizonyára mindenkit izgat, hogy milyen újabb eszközök "megszületésére" számíthatunk a cikkünk által ismertetett témakörben. Erre vonatkozóan teljes egészében Peter Fishburn véleményére támaszkodunk, aki az Economic Journal és az angol Királyi Közgazdasági Társaság együttes centenáriumi ünnepségén fejtette ki ezirányú nézeteit (FISHBURN [1991]).

A számítógépek a jelenleginél is nagyobb jelentőséggel bírnak majd a következő században. Az adatsűrítés és a nagy sebességű adatelemzés mellett elsődleges feladatuk az lesz, hogy mind bonyolultabb döntési problémákat oldjanak meg. Fishburn szerint a 20. század közgazdasági döntéselméletét<sup>42</sup> úgy fogják leszármazottaink tekinteni, mint az axiomatizálás korát. Igaz, hogy a kutatók a jövőben egyelőre még tovább folytatják az új modelljeiknek megfelelő axiómarendszerek kiépítését, és oly módon próbálják meg módosítani a régi axiómákat, hogy megszűnjön azok gyakorlati tényeken alapuló támadhatósága, az axiómagyártás helyét azonban szép lassan át fogja venni a döntési viselkedés kísérleti megfigyelése. Egyre nagyobb szerepet kap majd az idő, mint a preferenciákat befolyásoló tényező.<sup>43</sup>

Egy darabig még megmarad a pozitív és a normatív döntéelmélet közti különbség, de végül a kettő összeolvad egy holisztikus döntéelméletben, és a mikroökonómia alapvető vizsgálati területévé válik. Nem lesz tehát értelme annak, hogy utódaink késhegyig menő vitákat folytassanak egyegy axióma érvényességéről és a hasznosság mérhető vagy nem mérhető voltáról. Helyette inkább hangyaszorgalommal fogják gyűjteni az adatokat, és azon fognak fáradozni, hogy a számítógépek részére megfelelő formában fogalmazzák meg az egyes felmerülő kérdéseket. Ez a fajta holisztikus leíró és döntési elmélet azonban mindenképpen a várható hasznosság nemrégiben kitaposott útján fog haladni, még akkor is, ha feltételezéseit tekintve a mainál sokkal rugalmasabb lesz.

## Hivatkozások

ALLAIS, M.[1970]: Allais' Restatement of the Quantity Theory. Reply. American Economic Review, 60. No. 3. 447-456. o.

AFRIAT, S.[1967]: The construction of a utility function from expenditure data. International Economic Review, 8. 67-77. o.

ALLEN, R. G. D. [1934]: A Reconsideration of the Theory of Value. Part II. NS.1.196-219. o.

ARROW, K. J. [1951]: Social Choice and Individual Value. New York: Wiley.

ARROW, K. J. [1958J: Utilities, attitudes, choices. Econometrica, 26. No. 1. 1-23. o.

BAILEY, M. J. [1954]: The Marshallian Demand Curve. Journal of Political Economy. June 1954. 255-261. o.

BAUMOL, W. J. [1958]: The cardinal utility which is ordinal. The Economic Journal, 88. No. 272. 665-672. o.

BAUMOL, W. J. [1968]: Közgazdaságtan és operációanalízis. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.

BERDE ÉVA [1994]: Közjavak és potyautasok. Közgazdasági Szemle 5. sz. 431-443. o.

BERDE ÉVA - VÁGI MÁRTON [1993]: A piaci elégtelenségek. Megjelent: *Kopányi Mihály* (szerk.): Mikroökonómia. Műszaki Kiadó és Aula, Budapest.

BERDE ÉVA - PETRÓ KATALIN [1994]: Mikroökonómiafeladatok. BKE - Műszaki Könyvkiadó, Budapest.

BERNOULLI, D. [1738]: Specimen theoriae novae de mensura sortis. Commentarii Academic Scientiarum Imperialis Petropolitanae. Vol. 5. Angol fordítás: Econometrica, 22. January 1954. 23-36. o.

DEBREU, G. [1954]: Preferenciarendezés reprezentálása hasznossági függvénnyel. Megjelent: Debreu, G.: Közgazdaságtan axiomatikus módszerrel. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1987. 187-192. o.

DEBREU, G. [1974]: Excess Demand Functions. Journal of Mathematical Economics, 1974.1. 15-21. o.

EDGEWORTH, F. Y. [1881]: Mathematical Psychics.

ELLSBERG, D. [1961]: Risk, Ambiguity, and the Savage Axioms. Quarterly Journal of Economics,

75. No. 4.

ESŐ PÉTER - LÓRÁNT GYÖNGYI [1993]: A racionalitás közgazdasági értelmezéséről. *Közgazdasági Szemle*, 4. és 5. sz.

FISHBURN, P. C. [1991]: Decision theory: The next 100 years? *The Economic Journal*, 101., január.

FISHBURN, P. M. [1989]: Foundations of Decision Analysis: Along the Way. *Management Science*, 35. No. 4. 387-405. o.

FISHER, I. [1892]: *Mathematical Investigation in the Theory of Value and Prices*.

FRIEDMAN, M. [1949]: The Marshallian Demand Curve. *Journal of Political Economy*. December 1949. 463-474. o.

GOSSSEN, H. [1854]: *Entwicklung der Gesetze des menschlichen Verkehr*.

GÖMÖRI ANDRÁS - KOPÁNYI MIHÁLY - PETRÓ KATALIN - TRAUTMAN LÁSZLÓ [1993]: *Fogyasztói magatartás és kereslet*. Megjelent: Kopányi Mihály (szerk.): *Mikroökonómia*. Műszaki Kiadó és Aula, Budapest.

HAMMOND, P. J. [1976]: Dual Interpersonal Comparisons of Utility and the Welfare Economics of Income Distribution. *Journal of Public Economics* 7. 51-71. o.

HARBERGER, A. C. [1971]: Three Basic Postulate for Welfare Economics: An Interpretive Essay. *Journal of Economic Literature*, 9. No. 3. 785-797. o.

HARSANYI, J. C. [1975]: Can the maximum principle serve as a basis for morality? A critique of John Rawl's theory. *American Political Science Review*, 69. 594-606. o.

HARSANYI, J. C. [1977]: Morality and the theory of rational behavior. *Social Research*, téli szám, Vol. 44, No. 4. Megjelent: *A. Sen-B. Williams* (szerk.): *Utilitarianism and beyond*. Cambridge University Press, 1982.

HICKS, J. R. [1934]: A Reconsideration of the Theory of Value. Part I. *Economica*, NS 1. 52- 76. o.

JENSEN, N. E. [1967]: An Introduction to Bernoullian Utility Theory. I. Utility Functions. *Swedish J. Economics*, 69.163-183. o.

JEVONS, S. [1871]: *Theory of Political Economy*.

JORGENSON, D. W - LAU, L. J. - STOKER, T. M. [1980]: Welfare comparison under Exact Aggregation. *The American Economic Review*, 70. No. 2. 268-272. o.

KAHNEMAN, D. - TVERSKY, A. [1979]: Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk. *Econometrica* 47. No. 2. 263-291. o.

MACHINA, M. J. [1982]: "Expected utility" analysis without the independent axiom. *Econometrica* 50. No. 2.

MANTEL, R. [1974]: On the Characterization of Aggregate Excess Demand. *Journal of Economic Theory*, 1974. március 7. 348-353. o.

MARSCHAK, J. [1950]: *Rational Behavior, Uncertain Prospects and Measurable Utility*.



Econometrica, 9. No. 2.111-141. o.

MARSHALL, A. [1890]: Principle of Economics.

MENGER, C. [1871]: Grundsätze der Volkswirtschaftslehre in Austria.

MORGENSTERN, O. [1976]: The Collaboration Between Oskar Morgenstern and John von Neumann on the Theory of Games. Journal of Economic Literature, 14. No. 3. 805-816. o.

NEUMANN, J. VON - MORGENSTERN, O. [1944]: Theory of Games and Economic Behavior. Princeton University Press, Princeton.

PARETO, V. [1906]: Manual of Political Economy.

PRAAG, B. M. S. VAN [1991]: An integration of the two dimensions of the welfare concept. Journal of Econometrics, 50. 59-89. o.

PRATT, J. W - RAIFFA, H. - SCHLAIFER, R. [1964]: The foundations of decision under uncertainty: An elementary exposition. American Statistical Association Journal, június, 353-375. o.

RAMSEY, F. P. [1931]: Truth and Probability. Megjelent: The Foundations of Mathematics and Other Logical Essays. Routledge and Kegan Paul, London.

ROBBINS, L. [1935]: An Essay on the Nature and Significance of Economic Science. Második kiadás, MacMillan, London.

ROBBINS, L. [1938]: Interpersonal Comparison of Utility: A Comment. The Economic Journal, 48. No.192. 635-641. o.

SAVAGE, L. J. [1954]: The Foundation of Statistics. John Wiley and Sons, New York.

SAMUELSON, P. [1948]: Consumption theory in terms of revealed preference. Econometrica, 15. 243-253. o.

SCHLEE, E. E. [1992]: Marshall, Jevons and the Development of the Expected Utility Hypotheses. History of Political Economy, 24. 3. 729-744. o.

SONNENSCHNEIN, H. [1973]: Do Walras' Identity and Continuity Characterize the Class of Community Excess Demand Functions? Journal of Economic Theory. 1973. augusztus 6. 345- 354. o.

STIGLER, G. J. [1950]: The development of utility theory I-II. Journal of Political Economy, 58. 4-5. sz. 307-327. o. és 373-396. o.

SZÉKELY J. GÁBOR [1982]: Paradoxonok a véletlen matematikájában. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1982.

TINBERGEN, J. [1991]: On the measurement of welfare. Journal of Econometrics, 50. 7-13. o.

TVERSKY, A. - SLOVIC, P. - KAHNEMAN, D. [1990]: The Causes of Preference Reversal. The American Economic Review, vol. 80, No. 1.

VARIAN, H. [1982]: The nonparametric approach to demand analysis. Econometrica, 52. 579- 597. o.

WALRAS, L. [1874]: Eléments d'économie politique pure.

---

<sup>0</sup> Köszönetünket fejezzük ki *Trautmann Lászlónak* értékes megjegyzéseier. Az esetleges téves gondolatokért kizárólag mi vagyunk hibásak.

<sup>1</sup> Erre vonatkozóan magyar nyelven lásd ESŐ-LÓRÁNTH [1993]at, illetve a Neumann-Morgenstern-féle hasznossági függvény kapcsán mi is utalunk majd rá.

<sup>2</sup> BERNOULLI [1738] a mai kardinális és a várható hasznosságnak megfelelő fogalmakat mutat be. A Szentpétervári paradoxon néven ismertté vált játékot először tulajdonképpen unokabátyja, Nicholas Bernoulli vetette papírra egy francia matematikussal való levelezése során. A Szentpétervári paradoxon leírását magyar nyelven lásd például SZÉKELY [1982]ben.

<sup>3</sup> STIGLER [1950] gondolatmenetét követve az a nagyságú induló vagyonnal rendelkező egyén szubjektíven értékelt várható hasznossága:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2}k \ln \frac{a+1}{c} + \frac{1}{4}k \ln \frac{a+2}{c} + \frac{1}{8}k \ln \frac{a+4}{c} + \dots = \\ &= k \ln \left( \frac{a+1}{c} \right)^{1/2} \left( \frac{a+2}{c} \right)^{1/4} \left( \frac{a+4}{c} \right)^{1/8} \dots = \\ &= k \ln \frac{v}{c} \end{aligned}$$

ahol  $v=(a+1)^{1/2}(a+2)^{1/4}(a+4)^{1/8} \dots$  annak a pénznek a nagysága, melynek hasznossága megegyezik a nyereség és a vagyon összegének szubjektívan értékelt várható hasznával.

<sup>4</sup> A *kardinális hasznosság* elnevezés HICKS [1934] és ALLEN [1934]ből származik, akárcsak a későbbiekben ismerttetendő ordinális hasznosság elnevezése.

<sup>5</sup> Lásd részletesebben STIGLER [1950]ben.

<sup>6</sup> A Jevons, Walras és Menger nevével fémjelzett eredményekre J-W-M utalással hivatkozunk.

<sup>7</sup> A két dimenzióbeli ábrázolás korlátozott voltát szükség esetén úgy oldhatjuk fel, hogy az egyik tengelyen a vizsgálni kívánt jószág mennyiségeit, a másikon pedig az összes többi jószág univerzális egységeit tüntetjük fel.

<sup>8</sup> A ma használatos közömbösségi görbék tulajdonságairól magyar nyelven lásd GÖMÖRI ÉS SZERZŐTÁRSAI [1993].

<sup>9</sup> A neoklasszikus mikroökonómia gondolatrendszerének tagadásakor éppen ez az egyik "kidobott" axióma.

<sup>10</sup> Marshall fejtegetése nem mindenütt teljesen egyértelmű, az utókor azonban leginkább fent leírtaknak megfelelően értelmezi a Marshallféle keresleti görbét. Lásd bővebben FRIEDMAN [1949], BAILEY [1954].

<sup>11</sup> A feladat:  $U(x_1, x_2) \xrightarrow{x_1, x_2} \max$  a  $p_1 x_1 + p_2 x_2 = I$  feltétel mellett, ahol  $I$  a fogyasztó pénzbeli jövedelme. A Lagrange-féle multiplikátorok módszerével az

$U(x_1, x_2) - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - I) \xrightarrow{x_1, x_2} \max$  problémát kell megoldani. A  $\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_1} \frac{1}{p_1} = \lambda$  és a  $\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_2} \frac{1}{p_2} = \lambda$  egyenleteket egymással összehasonlítva épp az (1) összefüggéshez jutunk.

<sup>12</sup> Mint ahogy speciális esetekben a közömbösségi görbe nem is konvex! (Lásd GÖMÖRI ÉS SZERZŐTÁRSAI [1993]).

<sup>13</sup>

<sup>13</sup> Egy tetszőlegesen kiválasztott közömbösségi görbe mentén  $U(x_1, x_2(x_1)) = U_0$ , ahol  $U_0$  konstans. Mindkét oldalt deriválva  $x_1$  szerint:

$$\frac{\partial U(x_1, x_2(x_1))}{\partial x_1} + \frac{\partial U(x_1, x_2(x_1))}{\partial x_2} \frac{dx_2(x_1)}{dx_1} = 0.$$

Ez utóbbi egyenlet átrendezésével épp a kérdéses összefüggést kapjuk.

<sup>14</sup> A későbbiekben szó lesz a kiterjesztett hasznossági függvényről, amelyet tulajdonképpen tekinthetünk újabb változók segítségével értelmezett, és az általános "utiltechnológiából" következő hasznossági függvénynek.

<sup>15</sup> Pareto szerepének meghatározását és munkásságának értékelését lásd STIGLER [1950]ben.

<sup>16</sup> Ezek az axiómák a következők: a preferenciarendezés teljes, tranzitív, reflexív és folytonos. A neoklasszikus mikroökonomia ellenzöi tagadják, hogy ezek az axiómák mindig teljesülnek.

<sup>17</sup> Lásd DEBREU [1954]. Az ordinális hasznossági függvény reális tartalmára utal DEBREU [1974], MANTEL [1974], valamint SONNENSCHNEIN [1973] eredménye, miszerint minden (bizonyos könnyen elvárható feltételeket kielégítő) túlkeresleti és ezen keresztül keresleti függvényhez található bizonyos számú fogyasztó, megfelelő hasznossági függvény, jövedelemelosztás és arányok úgy, hogy a fogyasztók optimalizálási stratégiája épp a kérdéses túlkeresletet eredményezze.

<sup>18</sup> Formálisan felírva, amennyiben  $U(x)$  (ahol  $x$  a fogyasztói jószágkosár vektora) megfelelő hasznossági függvény, akkor megfelelő lesz az  $f[U(x)]$  is, ahol  $f$  egy tetszőleges, monoton növekvő függvény.

<sup>19</sup> Ennek illusztrálását lásd BERDE-PETRÓ [1994] 10. o. 7. feladat megoldásában.

<sup>20</sup> Ezekkel a kérdésekkel eddig azért nem foglalkoztunk, mert a kardinális hasznosság magától értetődően - a hasznossági értékek összehasonlításával, illetve összeadásával, esetleg más függvénykapcsolatával - válaszol rájuk.

- <sup>21</sup> A fenti típusú megközelítést jól összefoglalja ROBBINS [1935] és ROBBINS [1938].
- <sup>22</sup> Kissé leegyszerűsítve azt mondhatjuk, hogy az elméleti kérdésekkel foglalkozó hagyományos szemléletű mikroökonómusok inkább az ordinális, a gyakorlati problémákat és a játékelméleti kérdéseket tanulmányozók pedig inkább a kardinális felfogás hívei.
- <sup>23</sup> A kinyilvánított preferencia modern megközelítésének összefoglalását lásd VARIAN [1982].
- <sup>24</sup> TINBERGEN [1991] öt nagy csoportra osztja az ilyen típusú mutatókat.
- <sup>25</sup> Lásd HARSÁNYI [1975] extended utility meghatározását. A kiterjesztett hasznossági függvény gondolatának csirái már ARROW [1951]ben is megtalálhatók.
- <sup>26</sup> A kiterjesztett kardinális hasznosság alkalmazása, ha nem is tudatosan, a jóléti közgazdászok körében régóta él. Lásd erre vonatkozóan HARBERGER [1971] és HAMMOND [1976].
- <sup>27</sup> Az adózási holtteher definícióját lásd. BERDE-VÁGI [1993]-ban.
- <sup>28</sup> Lásd ezzel kapcsolatban HARBERGER [1971] és HAMOND [1976].
- <sup>29</sup> Neumann és Morgenstern együttműködéséről lásd: MORGENSTERN [1976].
- <sup>30</sup> A lineáris hasznossági reprezentáció megszületéséről lásd FISHBURN [1989] és SCHLEE [1992].
- <sup>31</sup> Angolul a *gamble*, a *lottery*, a *prospect*, vagy a *probability distribution* kifejezést használják. BAUMOL [1888]ban a fordító a lottószelvény elnevezést alkalmazta, ESO-LÓRÁNTH [1993]ban pedig lutri szerepel.
- <sup>32</sup> Egy modernebb változatot lásd például JENSEN [1967]ben.
- <sup>33</sup> A  $[pA+(1-p)C]$  lutri alatt egy olyan lutrit értünk, melynek lehetséges kimenetei az  $A$  és a  $C$  lutri lehetséges kimenetei. Amennyiben az  $x$  egy lehetséges fogyasztói kosár az  $A$  lutriban, és ott  $\alpha$  valószínűséggel következik be, akkor a  $[pA+(1-p)C]$  összetett lutriban a bekövetkezésének valószínűsége:  $p\alpha$ .
- <sup>34</sup> Arra az esetre írtuk fel a várható hasznossági formuláját, amikor a kimeneték diszkrét vektorokkal jellemezhetők. A folytonos kimenetekhez tartozó várható hasznosságot integrálformával kell felírni.
- <sup>35</sup> A tétel bizonyítását lásd MARSCHAK [1950]ben.
- <sup>36</sup> Ezzel kapcsolatban lásd még BAUMOL [1958] és BAUMOL [1968]at.
- <sup>37</sup> Lásd például KAHNEMAN-TVERSKY [1979], TVERSKY ÉS SZERZŐTÁRSAI [1990], ESO-LÓRÁNTH [1993], valamint a Neumann-Morgensternaxiómákhoz hasonló Savageaxiómákkal kapcsolatban ELLSBERG [1961]. Habár az N-M hasznossági függvény léteéhez szükséges axiómák elvetése beleillik a neoklasszikus axiómarendszer tagadásának irányvonalába, mégis annál többet jelent, hisz a véletlen körülmények közti fogyasztói viselkedés vizsgálata minőségileg más, mint a determinisztikus döntések elemzése.
- <sup>38</sup> Azaz  $0,25 \cdot 0,8$  valószínűséggel 4000 pénzegységet, és  $0,25 \cdot 0,2 + 0,75$  valószínűséggel zérus

pénzegységet.

<sup>39</sup> A paradoxonok széles körű összefoglalását lásd MACHINA [1982].

<sup>40</sup> Frank P. Ramsay is hasonló feltételezésekkel dolgozott.

<sup>41</sup> A Savageféle elmélet megalapozását és lehetséges elágazási irányait lásd. PRATT ÉS SZERZŐTÁRSAI [1964].

<sup>42</sup> A döntéelméletet Fishburn fogalomrendszerének megfelelően olyan értelemben használjuk, hogy az magában foglalja a preferenciákra, a hasznosságra és értékre, a biztos és bizonytalan körülmények között hozott döntésekre vonatkozó valamennyi közgazdasági elképzelést.

<sup>43</sup> Az időbeliség szerepéről a társadalmi döntésekben lásd BERDE [1994].