

MISIK SÁNDOR

## Korrelációbecslés a forintpiacon

A tanulmány célja a devizapiaci implicit korreláció előrejelző képességének összehasonlítása az idősoralapú modellekével a hazai devizapiacon. A devizák közti korreláció előrejelzésének különböző megközelítései – és azok megbízhatósága – különös érdeklődésre tarthat számot mind a kockázatkezeléssel, mind pedig a portfóliókezeléssel foglalkozó szakemberek körében. A forintpiacon forint/euró–forint/dollár–dollár/euró viszonylatban egy- és háromhavi előrejelzési időtávon a 2006–2023 közötti 16 év napi adatain végzett számítások megerősítik azokat a nemzetközi eredményeket, amelyek szerint az implicit korreláció önmagában nem tekinthető egyértelműen jobb előrejelzőnek, mint az idősoralapú modellek. További eredmény, hogy a forint–euró–dollár devizatrióban a különböző módszerek közötti sorrend megváltozik annak függvényében, hogy volatilitás- vagy korreláció-előrejelzésről van-e szó. A tanulmány eredményei szerint ennek a látszólagos ellentmondásnak a kulcsa a különböző devizapárok közötti volatilitásarányokban és azok előrejelzésében rejlik.\*  
Journal of Economic Literature (JEL) kód: G13, F31, C53.

### Bevezetés

A különböző pénzügyi eszközök közötti korreláció vizsgálata és előrejelzése évtizedek óta kulcsfontosságú kérdés mind tudományos, mind pedig gyakorlati szempontból. A pénzügyi globalizáció kitágította a portfóliókezelők és a befektetők eszköztárát, újabb és újabb eszközök és eszközosztályok kerültek be a lehetséges portfólióelemek közé. Akár optimális portfóliót szeretnénk összeállítani, akár a megfelelő fedezési eszközt keressük, a korreláció előrejelzése kulcsfontosságú kérdéssé válik, hiszen alapvetően határozza meg a megfelelő eszköz kiválasztását és súlyát a portfólióban. Nincs ez másképpen a devizapiacon sem, legyen szó akár egy devizapiacon befektető derivatív alapról, akár a devizatartalékokat kezelő jegybankról.

---

Misik Sándor az MVM Csoport Pénzügyi Kockázatkezelési Osztály osztályvezetője (e-mail: misik.sandor@mvm.hu).

A kézirat első változata 2023. április 4-én érkezett szerkesztőségünkbe.

DOI: <https://doi.org/10.18414/KSZ.2023.7-8.772>

A lineáris korrelációs együttható mérése és előrejelzése pénzügyi szempontból elsősorban a különböző eszközök hozamai között kulcsfontosságú. A hozamok közötti korreláció előrejelzésének jelenleg két elterjedt módszertana van: a historikus adatokon nyugvó számítás, illetve a piaci árazásokból visszaszámítható, úgynevezett implicit mérték. Míg az előbbi egy valamilyen hosszúságú múltbeli mintára illesztett modellből számítható, addig az implicit mérték az opciós piacokon jegyzett árakból visszaszámított implicit volatilitásból származtatható (lásd a Módszertan című alfejezetet). Bár *Rebonato* [1999] híres mondása szerint „az implicit volatilitás az a rossz érték, amelyet a rossz képletbe írva a helyes árjegyzést kapjuk vissza”, jelenleg az implicit mértéken alapuló korrelációs becslés az egyetlen, amely a piaci várakozásokat tükrözi.

A hetvenes években indult el a korreláció vizsgálata a különböző részvénypiacok között, majd a kilencvenes években a devizapiac kapcsán kezdték el kutatni. A részvénypiacokon belüli – részvények közötti – korrelációt többek között *Longin–Solnik* [1995] és *Karoly–Stulz* [1996] kutatta, a devizapiacra pedig *Bollerslev–Engle* [1993] és *Campa–Chang* [1998] végzett átfogó vizsgálatokat. Mivel a csupán historikus adatokon nyugvó korreláció-előrejelzés nyilvánvaló kétségeket vetett fel a jövőre vonatkozó becslések kapcsán, és a származtatott piacok jelentős bővülése és növekvő likviditása lehetővé tette a piaci várakozásokon alapuló előrejelzések vizsgálatát, egyre több figyelem fordult az implicit mértékek felé. *Bodurtha–Shen* [1995] és *Siegel* [1997] már az opciós ügyletek árazásából visszaszámolt úgynevezett implicit volatilitás segítségével számolt implicit korrelációt.

Közelmúltbeli kutatások is felhasználták az implicit mértékeket, elsősorban a részvénypiacok kapcsán: *Driessen és szerzőtársai* [2009] a részvénypiaci implicit korrelációk segítségével vizsgálta az elvárt hozam és a korrelációs kockázat kapcsolatát az S&P100 részvényindex és összetevői esetén. *Zhou* [2013] az S&P500 implicit korrelációs indexe (ICJ index) és az S&P500 későbbi hozamai közötti statisztikai kapcsolatot vizsgálta. Eredményei alátámasztják az implicit korreláció prediktív erejét.

A devizapiaccal kapcsolatos frissebb munkák nem támasztották alá az implicit mérték felsőbbrendűségét a GARCH-modellekéhez képest.<sup>1</sup> *Chong* [2004] a kockázattörték-becslések (VaR-becslések) kapcsán arra jutott, hogy az implicit korrelációkon alapuló becslések nyugodt időszakokban túlbecslik a VaR-mértékét, turbulens időszakokban ellenben késve reagálnak a piaci változásokra, azaz alulbecslik azt. Bár *Chong* [2004] az implicit volatilitást vizsgálta, következtetései relevánsak az implicit korreláció vizsgálata kapcsán is, hiszen mint látni fogjuk, az implicit korreláció az implicit volatilitás függvénye.

*Campa–Chang* [1998] 1989 és 1995 közötti 1600 kereskedési nap alapján vizsgálta meg az implicit korreláció előrejelző képességét márka–dollár–jen viszonylatban. Eredményei alapján mind egy, mind pedig három hónapos előrejelzési horizonton az implicit korreláció jobban teljesített az idősoralapú [GARCH (1, 1), EWMA<sup>2</sup> és

<sup>1</sup> Általánosított autoregresszív feltételes heteroszkedaszticitás (*Generalised Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, GARCH*).

<sup>2</sup> Exponenciálisan súlyozott mozgóátlag (*exponentially weighted moving average, EWMA*).

historikus korreláció] módszerekhez képest. *Lopez–Walter* [2000] már két devizatrió viszonylatában is megvizsgálta a különböző módszerekkel számolt előrejelzések pontosságát: márka–dollár–jen mellett márka–dollár–svájci frank devizatrión elvégzett kutatásai nem támasztják alá *Campa–Chang* [1998] eredményeit az implicit korreláció felsőbbrendűségével kapcsolatban. További devizákra terjesztette ki vizsgálatait *Castrén–Mazotta* [2005], akik euró, dollár, font, jen, zloty és cseh korona fizetőeszközökből képzett devizatriókra hasonlították össze az implicit korreláció előrejelző képességét a GARCH-, illetve EWMA-módszerekkel. Az 1992–2004 közötti adatokon nyugvó vizsgálat eredményei szerint az implicit korreláció előrejelző képessége devizapáronként és időszakonként eltérő.

Az implicit korreláció alkalmazása nem csupán a korreláció-előrejelzésre terjed ki: *Esposito–Laruccia* [1999] az implicit korrelációs mátrix alapján számolt főkomponens-elemzéssel térképezte fel a dollárárfolyamok mögöttes struktúráját. Az implicit korreláció alkalmazásának másik nagy előnye, hogy az így származtatott korrelációs mátrix minden esetben pozitív szemidefinit lesz, azaz olyan esetekben, amikor sok devizapárból álló korrelációs mátrixot akarunk használni, nem kell mátrixkorrekciós módszerekhez nyúlnunk. Ennek az az oka, hogy a devizatriókban az egyes devizapárok logaritmikus hozamai kifejezhetők a másik két devizapár logaritmikus hozamai összegeként vagy különbségeként (attól függően, hogy a két árfolyam szorzataként vagy hányadosaként kapjuk meg a harmadikat). Ebből tehát az következik, hogy mivel lineáris kapcsolatban álló változókra számolunk korrelációs mátrixot, az így kapott mátrix determinánsa nulla lesz, tehát valid korrelációs mátrixot kapunk.

Az implicit korreláció devizapiaci vizsgálata némileg háttérbe szorult az utóbbi időkben, illetve a forintpiaccal kapcsolatos elemzések egyelőre teljes mértékben hiányoznak. Mint az a későbbiekben ki fog derülni, a devizapiaci korrelációs becslés majdnem egyenértékű probléma a devizapiaci volatilitás becslésével (a devizapiaci volatilitás szakirodalmának összefoglalása önálló tanulmányt igényelne). Jelen írás – követve a piaci várakozásokat tükröző implicit volatilitás/korreláció irányvonalat – *Derman és szerzőtársai* [1999] és *Carr–Madan* [2002] alapján kiterjeszti az ATM-opciók árazásán alapuló implicit korrelációs becslést a teljes megfigyelhető volatilitásmosolyra,<sup>3</sup> azaz az implicit korrelációs becslés két alternatíváját is felsorakoztatja a korrelációs becslések összehasonlítása során. A *Derman és szerzőtársai* [1999] alapján számolt korrelációbecslésre varianciaswap- (VS) alapú becslésként hivatkozunk a továbbiakban.

## Módszertan

Mind az implicit, mind az idősoralapú korreláció jól kidolgozott módszertannal rendelkezik, amelyet korábbi kutatások is használtak. E cikk ezeket alkalmazza a forintpiaci adatokra.

<sup>3</sup> A volatilitásmosolyról lásd *Zsembery* [2003] 520. o.

*Implicit ATM-korreláció*

Három devizából alkotott devizapárok hármass determináltsága azzal a következménnyel jár, hogy két devizapárból mindig kiszámítható a harmadik – arbitrázsmentes – spot árfolyam. Ez a forint–euró–dollár trió esetén az  $USD/EUR = \frac{HUF/EUR}{HUF/USD}$  összefüggésben manifesztálódik, azaz az euró dollárban kifejezett ára mindig megegyezik az euró forintban, valamint a dollár forintban kifejezett árának hányadosával. Minden más esetben az arbitrázsörök kockázatmentes profitra tehetnének szert. Ezek alapján nemcsak a spot árak fejezhető ki egyértelműen, hanem a devizapárok közötti implicit korrelációk is (*Campa–Chang* [1998]).

Jelölje  $S_1 = HUF/EUR$ ,  $S_2 = HUF/USD$ ,  $S_3 = USD/EUR$  spot árfolyamokat. Ekkor  $S_3$  kifejezhető az  $S_1/S_2$  hányadossal, tehát  $USD/EUR = \frac{HUF/EUR}{HUF/USD}$ . Jelölje  $s_1, s_2, s_3$  a három devizaárfolyam  $t$ -edik napi loghozamát, melyek az  $i$ -edik devizapárra vonatkozóan az alábbi módon számíthatók ki:

$$s_i = \ln \left( \frac{S_t}{S_{t-1}} \right).$$

Ekkor az  $s_3 = s_1 - s_2$ , ami levezethető az árfolyamok logaritmusain keresztül.<sup>4</sup> Fennáll továbbá a – csereopciók árazásánál is felhasznált – két korrelált valószínűségi változó különbözetéből képzett harmadik valószínűségi változó varianciájára az (1) összefüggés (*Medvegyev–Szász* [2010]):

$$\sigma_{3,t,T}^2 = \sigma_{1,t,T}^2 + \sigma_{2,t,T}^2 - 2\rho_{1,2,t,T} \sigma_{1,t,T} \sigma_{2,t,T}, \tag{1}$$

ahol  $t$  a megfigyelés kezdő,  $T$  a megfigyelés utolsó időpontja,  $\sigma_i$  az  $i$ -edik devizapár implicit volatilitása,<sup>5</sup>  $\rho_{1,2}$  az első és a második devizaárfolyam loghozamának korrelációja az adott időszakra vonatkozóan. Ezekből tehát kifejezhető a korreláció:

$$\rho_{1,2,t,T} = \frac{\sigma_{1,t,T}^2 + \sigma_{2,t,T}^2 - \sigma_{3,t,T}^2}{2\sigma_{1,t,T} \sigma_{2,t,T}}. \tag{2}$$

Ha a (2) összefüggés jobb oldalát a megfelelő devizapárok – jelen esetben  $S_1 = HUF/EUR$ ,  $S_2 = HUF/USD$ , illetve  $S_3 = USD/EUR$  – implicit ATM volatilitásaival helyettesítjük, akkor a  $HUF/EUR$ , illetve  $HUF/USD$  közötti implicit korrelációt számíthatjuk ki.

<sup>4</sup>  $\ln(S_{3,t}/S_{3,t-1}) = \ln(S_{3,t}) - \ln(S_{3,t-1}) = \ln(S_{1,t}/S_{2,t}) - \ln(S_{1,t-1}/S_{2,t-1}) = \ln(S_{1,t}) - \ln(S_{1,t-1}) - [\ln(S_{2,t}) - \ln(S_{2,t-1})] = \ln(S_{1,t}/S_{1,t-1}) - \ln(S_{2,t}/S_{2,t-1}) = s_1 - s_2$ .

<sup>5</sup> Az implicit volatilitásról lásd bővebben *Zsembery* [2003].

### Varianciaswap- (VS) alapú korreláció

*Derman és szerzőtársai* [1999] intuitív levezetését adja annak, hogy miképpen lehet adott lejárat mellett egyre nagyobb számú különböző lehívási árfolyamú opciós pozíció segítségével olyan kitettséget előállítani, amely nem érzékeny az alaptermék árváltozására, viszont replikálja a későbbi realizált varianciát: ATM alatti/feletti lehívási árfolyamú eladási/vételi (*put/call*) opciók megfelelő súlyozása a kötési ár (*strike*) inverzének négyzetével arányos ( $1/K^2$ ). Felhasználva, hogy az  $1/K^2$  súlyozású, ATM alatti/feletti lehívási árfolyamú eladási/vételi opciókból álló portfólió lejáratkori, valamint mai értéke közötti különbséget a fél variancia ragadja meg (i. m. 9. o.), valamint azt, hogy az árfolyam negatív loghozamának megfelelő kifizetés szintetikusán előállítható opciós és forward pozíciók felhasználásával (i. m. 18. o.), a szerzők a (3) összefüggést vezetnek le a variancia mai piaci árára vonatkozóan (i. m. 19. o.):

$$K_{\text{var}} = \frac{2}{T} \left[ rT - \left( \frac{S_0}{S_*} e^{rt} - 1 \right) - \log \left( \frac{S_*}{S_0} \right) + e^{rt} \int_0^{S_*} \frac{1}{K^2} P(K) dK + e^{rt} \int_{S_*}^{\infty} \frac{1}{K^2} C(K) dK \right], \quad (3)$$

ahol  $r$  a lejáratig számított kockázatmentes kamat logaritmus,  $S_*$  az az önkényesen választott árfolyamszint, amelynél a vételi opciók magasabb, az eladási opciók alacsonyabb lehívási árfolyammal rendelkeznek, valamint  $P(K)$  és  $C(K)$  a  $K$  lehívási árfolyamú eladási és vételi opció aktuális értékét jelzi.

Ez az összefüggés a valóságban nem alkalmazható, hiszen nincs olyan termék, amelyben nullától végtelen árfolyamig rendelkezésre állnak opciós árjegyzések. A szerzők a (4) diszkrét megközelítést javasolják (i. m. 20. o.):

$$\pi_{CP} = \sum_i w(K_{ip}) P(S, K_{ip}) + \sum_i w(K_{ic}) C(S, K_{ic}), \quad (4)$$

ahol  $w$  jelöli az  $i$ -edik lehívási árfolyamú eladási és vételi opciókhoz rendelendő súlyokat,  $K_{ip}$  és  $K_{ic}$  jelöli az  $i$ -edik kötési árú eladási és vételi opciókat. E súlyok meghatározása (i. m. 38–39. o.):

$$w_c(K_0) = \frac{f(K_{1c}) - f(K_0)}{K_{1c} - K_0}, \quad (5a)$$

$$w_c(K_1) = \frac{f(K_{2c}) - f(K_{1c})}{K_{2c} - K_{1c}} - w_c(K_0), \quad (5b)$$

általánosan:

$$w_c(K_{n,c}) = \frac{f(K_{n+1,c}) - f(K_{n,c})}{K_{n+1,c} - K_{n,c}} - \sum_{i=0}^{n-1} w_c(K_{i,c}), \quad (6a)$$

$$w_p(K_{n,p}) = \frac{f(K_{n+1,p}) - f(K_{n,p})}{K_{n,p} - K_{n+1,p}} - \sum_{i=0}^{n-1} w_p(K_{i,p}). \quad (6b)$$

Azonos megközelítést alkalmaz többek között *Carr–Madan* [2002], a szerzők a volatilitáskereskedés három alternatíváját sorakoztatják fel, amelynek során

alternatív variancia-előrejelzést vezetnek be az adott futamidőre jegyzett valameny-nyi belső értékkel (*moneyness*) rendelkező opció figyelembevételével (azaz a teljes volatilitásmosoly figyelembevételével).

### Idősoralapú korreláció

Az implicit korreláció előrejelző képességét – a nemzetközi szakirodalommal összhangban – idősoralapú korrelációs együtthatókkal hasonlítottuk össze. *Campa–Chang* [1998] kiváló összefoglalását adja a korreláció idősoralapú modelljeinek. E módszerek a historikus korreláció, az exponenciális súlyozású mozgóátlag (EWMA), valamint a GARCH-modell, amelyekkel a jelen tanulmány is számol.

A historikus korreláció esetén az elkövetkező  $T - t$  hosszúságú időszak előrejelzését a hasonló időtávra visszatekintő realizált korreláció alapján számítjuk ki:

$$\rho_{1,2,t-T}^{HIST} = \frac{\sum_{j=1}^n (s_{1,t} - \bar{s}_1)(s_{2,t} - \bar{s}_2)}{\sqrt{\sum_{j=1}^n (s_{1,t} - \bar{s}_1)^2} \sqrt{\sum_{j=1}^n (s_{2,t} - \bar{s}_2)^2}}, \quad (7)$$

ahol  $s_{1,t}$ , illetve  $s_{2,t}$  az 1., illetve 2. devizaárfolyam  $t$ -edik napi loghozama, míg az  $\bar{s}_1$ , illetve az  $\bar{s}_2$  az adott időszakra jellemző átlagos napi loghozam.

Az EWMA-módszer a JP Morgan RiskMetrics<sup>TM</sup> által kifejlesztett metódus a korreláció-előrejelzésben (*JP Morgan* [1996]), amelynek lényege, hogy a közelmúlt adatai nagyobb súlyt kapnak, és ezek a súlyok exponenciális ütemben csökkennek:

$$\rho_{1,2,t-T}^{EWMA} = \left[ \frac{1}{\sum_{j=1}^n \lambda^j} \right] \sum_{j=1}^n \lambda^j \rho_{1,2,t-j-T}, \quad (8)$$

amely átírható a következő formába:

$$\rho_{1,2,t-T}^{EWMA} = \frac{\sum_{j=1}^n \lambda^j (s_{1,t} - \bar{s}_1)(s_{2,t} - \bar{s}_2)}{\sqrt{\sum_{j=1}^n \lambda^j (s_{1,t} - \bar{s}_1)^2} \sqrt{\sum_{j=1}^n \lambda^j (s_{2,t} - \bar{s}_2)^2}}. \quad (9)$$

A képletben szereplő  $\lambda$  paraméter határozza meg a súlyok csökkenésének ütemét. A szakirodalom tapasztalataival összhangban<sup>6</sup> az egy és a három hónapos előrejelzéshez 0,97-es  $\lambda$  paramétert és  $n = 151$  napos visszatekintést alkalmaztunk.

A harmadik idősoralapú modell a széles körben elterjedt általános autoregresszív feltételes heteroszkedaszticitás (GARCH). A kutatás során a Bloomberg által számított GARCH(1, 1) értéket vettük alapul, amely a (10) modellspecifikációt feltételezi:

<sup>6</sup> Lásd bővebben *JP Morgan* [1996].

$$\begin{aligned}
s_t &= \bar{s} + \varepsilon_t, \\
\sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \sigma_{t-1}^2, \\
\varepsilon_t | \psi_{t-1} &\sim N(0, H_t),
\end{aligned} \tag{10}$$

ahol az  $s_t$  a két devizapár  $t$ -edik napi loghozama, az  $\bar{s}$  a napi loghozamok átlaga,<sup>7</sup> az  $\varepsilon_t$  a  $t$ -edik napi hibtag, a  $\sigma_t$  a  $t$ -edik napi feltételes variancia gyöke ( $t$ -edik napi GARCH-volatilitás), az  $\alpha_0$  a hosszú távú egyensúlyi variancia, az  $\alpha_1$  az ARCH-tag koefficiense, illetve az  $\alpha_2$  a GARCH-tag együtthatója. A  $\Psi_{t-1}$  a  $t-1$ -edik időpontban rendelkezésre álló információkat jelöli. A Bloomberg az egy- és háromhavi volatilitás-előrejelzésnél az adott napot megelőző kétévnyi (ötszáz kereskedési nap) loghozam-idősorára illesztve számítja ki a napi GARCH-volatilitást, amelyből a kapott modellbe történő rekurzív visszahelyettesítéssel kapunk egyhavi volatilitásbecslést a következő módon.

Egynapos volatilitásbecslés:

$$\sigma_{t+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \sigma_t^2 + \alpha_2 \sigma_t^2, \tag{11}$$

azaz

$$\sigma_{t+1}^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \alpha_2) \sigma_t^2. \tag{12}$$

Egy hónapos volatilitásbecslés:

$$\sigma_{t+m}^2 = \frac{\alpha_0 - \alpha_0 (\alpha_1 + \alpha_2)^m}{1 - \alpha_1 - \alpha_2} + (\alpha_1 + \alpha_2) \sigma_t^2, \tag{13}$$

ahol  $m$  az egy és a három hónapos futamidő kereskedési napjainak száma.

A paraméterek becsléséhez a (14) log-likelihood függvényt maximalizálják:

$$\ln L(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \sigma_0) = -\frac{T}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \sum_i \ln(\sigma_i^2) - \frac{1}{2} \sum_i \frac{(s_i - \bar{s})^2}{\sigma_i^2}, \tag{14}$$

ahol  $T$  a megfigyelt napok száma. A maximalizálásnál a függvény zérushelyét Newton–Raphson-módszerrel keresik, amelynek lényege, hogy mindig a függvényhez húzott érintő zérushelyénél számított függvényértékhez húzzunk újabb érintőt, és ezen érintő-zérushelyek konvergálnak a függvény zérushelyéhez.

Ezen a ponton fontos megjegyezni, hogy tanulmányunk elsődleges célja az implicit korreláció forintpiaci értékelése, nem pedig az idősoralapú modellek legkörültekintőbb kiválasztása. Feltehető, hogy a Bloomberg által specifikált egyváltozós GARCH(1, 1) modell nem minden árfolyam és minden időtáv esetén (beleértve a mintaperiódust és az előrejelzési periódust is) optimális, ugyanakkor gyakorlati felhasználás szempontjából könnyen elérhető.

<sup>7</sup> Megjegyzendő, hogy a GARCH-modell illesztésénél a legjobban illeszkedő várhatóérték-egyenlet konstansa nem feltétlenül egyezik meg a napi loghozamok átlagával, de a Bloomberg modellspecifikációja alapján nevezhetjük átlaghozamnak.

## Adatok és vizuális megközelítés

Tanulmányunk a 2006. január 5. és 2023 január 27. közötti 4452 kereskedési nap adataira támaszkodik. Az időszak választásának indoka: 2006 elejétől állnak rendelkezésre széles körű opciós adatok. Az adatok forrása a forint/euró, dollár/euró és forint/dollár Bloomberg BGN (*Bloomberg generic composite rate*) spot napi utolsó devizaárfolyamok (Px\_Last), az egy és a három hónapos forward ATM-, valamint a 35-ös, 25-ös és 10-es  $\delta$ -jú vételi és eladási opciókból álló pillangó (*butterfly*) és *risk reversal* stratégiák implicit volatilitásainak napi utolsó jegyzései. Ezekből zárt képlettel kiszámolható a különböző belső értékkel (*money*) rendelkező opciók implicit volatilitása (a 25-ös  $\delta$ -jú opciók példáján):

$$\sigma_{25RR} = \sigma_{25\Delta CALL} - \sigma_{25\Delta PUT}, \tag{15a}$$

valamint

$$\sigma_{25BF} = \frac{\sigma_{25\Delta CALL} + \sigma_{25\Delta PUT}}{2} + \sigma_{ATM}, \tag{15b}$$

ahol *RR* a *risk reversal*, *BF* pedig a pillangó (*butterfly*) pozíciót jelzi.

A GARCH-alapú becslések forrása a Bloomberg egy- és háromhavi GARCH-volatilitások napi jegyzései (EURHUFG1M, EURUSDG1M és USDHUFG1M egy hónap esetén, illetve EURHUF3M, EURUSDG3M és USDHUF3M három hónapos időtávon). Ezen a ponton fontos megjegyezni, hogy a piaci konvenció a dollár/euró árfolyamjegyzést alkalmazza, viszont tanulmányunk ennek inverzét (euró/dollár) is, 4. devizapárként jelölve, azaz  $S_4 = \text{euró/dollár}$  és

$$s_4 = \ln \left( \frac{S_{4t}}{S_{4t-1}} \right).$$

Ennek az a magyarázata, hogy a devizatriókra felírt korrelációs mátrixok háromszög-összefüggése ebben a felírásban teljesül:

$$\arccos(\rho_{1,2}) + \arccos(\rho_{2,4}) + \arccos(\rho_{1,3}) = \pi, \tag{16}$$

azaz  $\rho_{1,2} = \rho_{(HUF/EUR-HUF/USD)}$ ,  $\rho_{2,4} = \rho_{(HUF/USD-EUR/USD)}$ ,  $\rho_{1,3} = \rho_{(HUF/EUR-USD/EUR)}$ .

A (16) összefüggés alapján három devizapárból képzett korrelációs együtthatók megfeleltethetők egy háromszög belső szögeinek koszinuszaként, ahol a háromszög oldalhosszai az egyes devizapárok implicit volatilitásával arányosak (1. ábra).

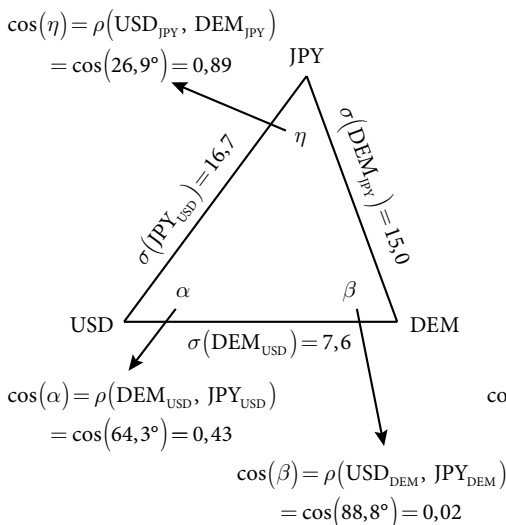
Mivel az implicit volatilitás a devizapárok napi loghozamaira vonatkozik, és egy adott devizapár inverzének loghozama megegyezik a devizapár loghozamának mínusz egyszerűsével, ezért a számolt volatilitásuk meg kell hogy egyezzen (azaz a dollár/euró és euró/dollár jegyzésre számolt volatilitás ugyanaz). Ugyancsak belátható, hogy bármely két devizapár közötti korreláció ellentettjét kapjuk, ha az egyik devizapár inverzét vesszük, és úgy számolunk korrelációt (azaz  $\rho_{2,4} = -\rho_{2,3}$ , vagyis  $\rho_{(HUF/USD-EUR/USD)} = -\rho_{(HUF/USD-USD/EUR)}$ ).



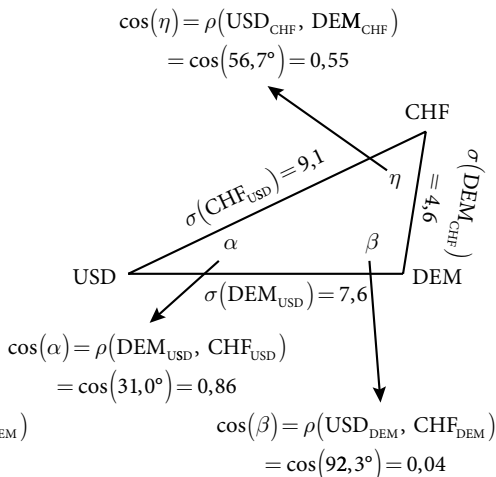
## 1. ábra

Devizapiaci korrelációk háromszög-összefüggése, 1998. szeptember 8.

A) Volatilitás és a dollár–márka–jen korrelációs háromszög



B) Volatilitás és a dollár–márka–svájci frank korrelációs háromszög



Forrás: Lopez–Walter [1999].

A spot árakból számolt 4452 napi loghozam képezte a historikus és EWMA-alapú korrelációk számítási alapját, míg az implicit volatilitásokból számoltuk a (2) összefüggés alapján az implicit korrelációkat. Adott napon az egy/három hónapos volatilitásokból számolt implicit korrelációt tekintettük az egy/három hónapos implicit korreláció előrejelzésének.

A napi loghozamok időbeli alakulását megvizsgálva látható (2. ábra), hogy a forint/euró piacon jellemző a volatilitás klasztereződése, azaz helyénvaló lehet az EWMA- és a GARCH-modellek alkalmazása. (Az itt nem ábrázolt forint/dollár és dollár/euró idősorok hasonló képet adnak.)

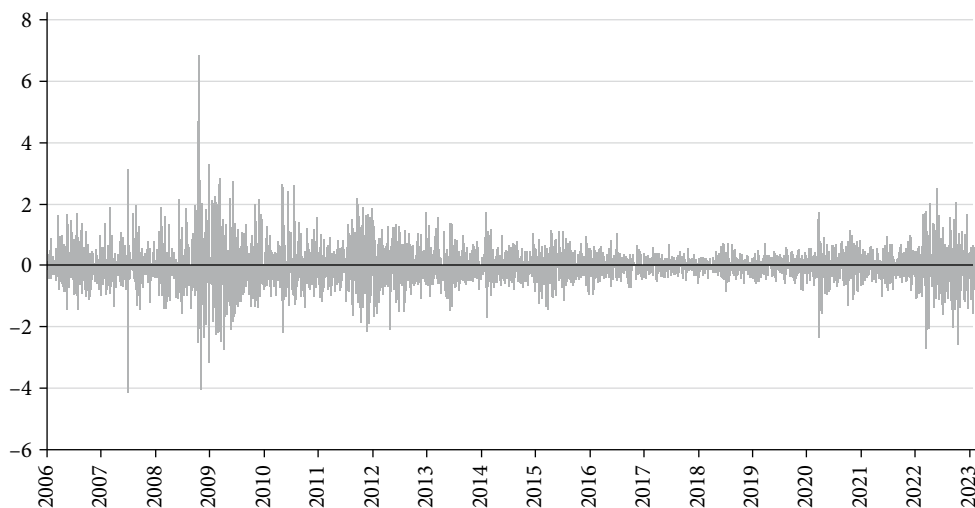
A 2. ábrán jól látszódik a 2008–2009-es globális pénzügyi válság, illetve az európai államadósság- és bankválságok idején megnövekvő volatilitás. A 2010-es évek második felének nyugodtabb periódusát követően először 2020-ban a koronavírus-járvány kitörése, majd pedig a 2022-es orosz–ukrán háború vezetett ismét magasabb kilengésekhez.

Az implicit korrelációk időbeli alakulását mutatja be a 3. ábra.

A korrelációk időbeli alakulása alapján megfigyelhető, hogy sokkal stabilabbnak tekinthető a forint/euró és forint/dollár közötti korreláció [ $\rho(1, 2)$ ], illetve a forint/dollár és euró/dollár közötti korreláció [ $\rho(2, 4)$ ], mint a forint/euró és dollár/euró [ $\rho(1, 3)$ ] közötti kapcsolat. Ez visszavezethető arra a gyakorlati tényre, hogy a forint–dollár–euró devizatrióban két önállóan kereskedett devizapár és egy számolt devizapár van: önálló piacnak tekinthető a dollár/euró és a forint/euró, míg a forint/dollár jegyzése a két másik devizapár alapján történik. Másképpen megfogalmazva: a forint értékét az

## 2. ábra

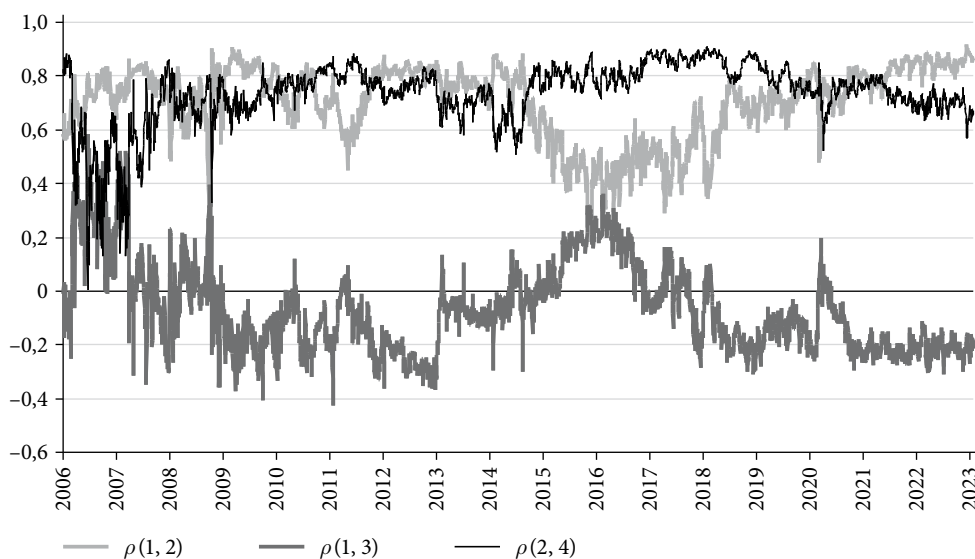
Forint/euró napi loghozamok, 2006–2023 (százalék)



Forrás: saját szerkesztés.

## 3. ábra

Egy hónapos implicit korrelációk, 2006–2023



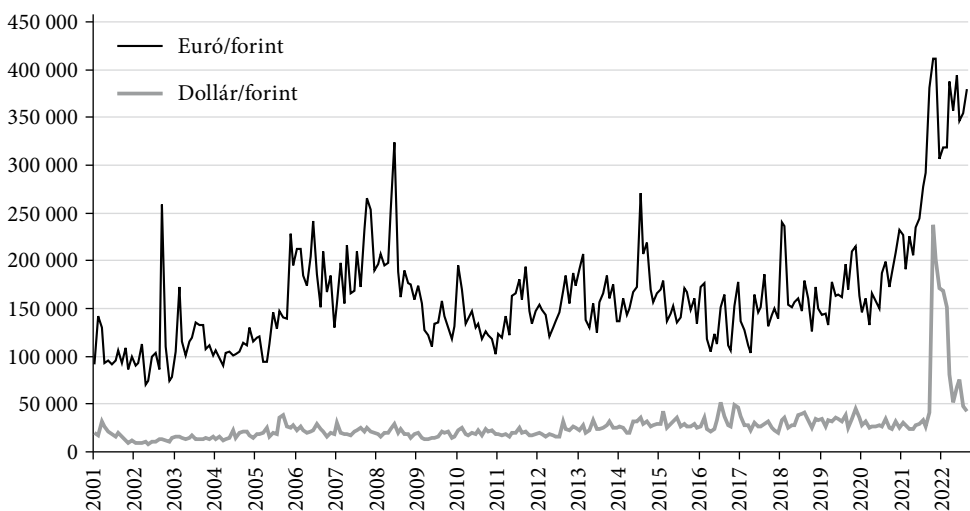
Forrás: saját szerkesztés.

euróval szembeni árfolyam mutatja (ami az euróövezetbe való gazdasági beágyazottság és külkereskedelmi forgalom alapján alátámasztható), míg az euró- és a dollárárfolyam egyértelműen önállóan határozódik meg a devizapiacra. Lényegében azt mondhatjuk, hogy a forint/dollár árfolyam a dollár/euró és a forint/euró árfolyamokon keresztül

alakul ki. Ez azzal a következménnyel jár a korrelációk tekintetében, hogy jellemzően a közepesnél erősebb korrelációt fog mutatni a forint/dollár a másik két devizapárral, mivel csak azok hatására tud elmozdulni az árfolyam (igaz ez akkor is, ha egy piaci szereplő közvetlenül forint/dollárban jelenik meg jelentős vételi vagy eladási szándékkal). Ha jelentős elmozdulás történik a forint/euró piacon, annak feltehetően semmilyen hatása nem lesz a dollár/euró piacon, de a forint/dollár árfolyamban azonnal látszódni fog. Némileg sarkítva: létezik két, egymástól „független” fő devizapár – a forint/euró és a dollár/euró, illetve a forint/dollár mint keresztárfolyam. Ezt támasztja alá az MNB devizapiaci forgalmi statisztikája is (4. ábra), amely szerint 2001 óta a forint/euró spot ügyletek forgalma többszöröse volt a forint/dollár forgalomnak (kivéve 2022 tavaszát, amikor jelentős mennyiségű forint/dollár spot ügyletkötés történt).

#### 4. ábra

Napi átlagos devizapiaci spot forgalom, 2001–2022 (millió forint)



Forrás: MNB (<https://view.officeapps.live.com/op/view.aspx?src=https%3A%2F%2Fstatiszti.ka.mnb.hu%2Ftimeseries%2Fhu0907-devforg-idosor.xls&wdOrigin=BROWSELINK>).

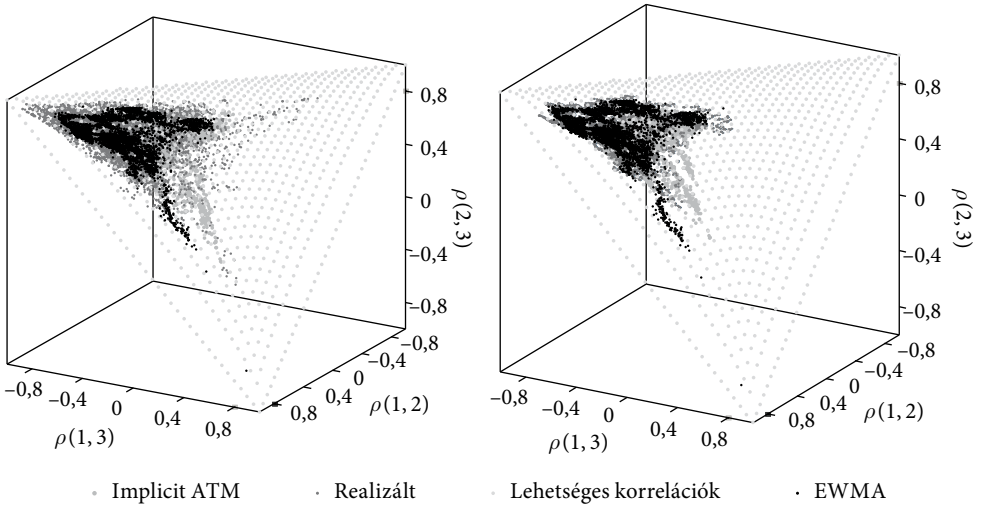
A volatilitás és korreláció időbeli alakulása mellett érdemes megvizsgálni a realizált (historikus) és a különböző módszerekkel előrejelzett korrelációk egymáshoz viszonyított terjedelmét és elhelyezkedését a lehetséges korrelációk terében. Az 5. ábra az egy és három hónapos implicit ATM-, EWMA- és realizált korrelációkat mutatja a devizatriók esetén lehetséges korrelációhármassok terében.<sup>8</sup>

Látható, hogy a forint/euró és a forint/dollár közötti implicit korreláció  $[\rho(1, 2)]$ , illetve a forint/dollár és az euró/dollár közötti implicit korreláció  $[\rho(2, 4)]$  jellemzően pozitív értékeket vett fel, míg a forint/euró és a dollár/euró között  $[\rho(1, 3)]$  széles tartományban mind pozitív, mind negatív értékeket felvett (a pontos értékhatárokat mutatja a Függelék F1. és F2. táblázata). Ezek alapján szintén megfigyelhető, hogy az egy hónapos

<sup>8</sup> A lehetséges devizapiaci korrelációk teréről bővebben lásd Lopez–Walter [1999].

5. ábra

Egy és három hónapos implicit ATM-, EWMA- és realizált korrelációk a lehetséges korrelációk terében



Forrás: saját szerkesztés.

korrelációk szélesebb tartományban szóródnak, mint a három hónaposak (kivételet képez az EWMA-becslés, amely módszertan szerint az időtávtól független becslést ad – lásd bővebben *JP Morgan* [1996]). Ez alátámaszthatja azt a tőkepiaci empirikus megfigyelést, miszerint a korrelációk hosszabb távon stabilabbak, mint rövid távon.

## Eredmények

### Az implicit korreláció előrejelző képességének vizsgálata

A vizuális megközelítést követően az implicit korreláció előrejelző képességét vizsgáljuk meg. Az idősoralapú előrejelzésekkel való összevetést – azaz a különböző módszerekkel kapott előrejelzések pontosságának számszerűsítését – a nemzetközi szakirodalomnak megfelelően kétféle módszerrel végeztük:

1. az átlagos négyzetes hiba gyöke (*Root Mean Square Error, RMSE*) kiszámításával,
2. regressziót futtattunk a realizált korrelációk és az egyes előrejelzések között, majd a kapott együtthatókat és a regressziók  $R^2$ -értékét (tehát a magyarázott variancia hányadát) hasonlítottuk össze.

1. Az RMSE mutató az átlagos eltérésnégyzetek gyökét számolja ki a (17) képlet szerint:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (\hat{\rho}_t - \rho_t)^2}{n}}, \tag{17}$$

ahol  $\hat{\rho}$  a becslt, míg  $\rho$  a realizált korrelációt jelöli a  $t$ -edik időpontban a következő egy, illetve három hónapra. Az RMSE mutató természeténél fogva kiemeli a nagy eltéréseket, tehát ha a korreláció becslésénél az eltérés mértéke is kritikus fontosságú – nem csak a gyakorisága –, akkor ez lehet az (egyik) megfelelő mérőszám.

Az RMSE mutató alapján egy hónapos időtávon a legtöbb páronkénti korrelációt az EWMA-módszerrel lehetett a legpontosabban megbecsülni, kivételt képez a forint/dollár–euró/dollár [ $\rho(2, 4)$ ] korreláció, amelynek becslésénél az ATM implicit volatilitás túlteljesít (1. táblázat)

### 1. táblázat

RMSE – egy hónapos korrelációk

	Historikus	ATM implicit	VS implicit	GARCH	EWMA
$\rho(1, 2)$	0,180	0,150	0,148	0,159	0,143
$\rho(1, 3)$	0,309	0,307	0,305	0,299	0,269
$\rho(2, 4)$	0,142	0,127	0,133	0,136	0,149

*Forrás:* saját szerkesztés.

Hasonlóan a három hónapos időtávon egyrészt még mindig az EWMA dominál, ugyanakkor látványosan javul a historikus korreláció teljesítménye (2. táblázat).

### 2. táblázat

RMSE – három hónapos korrelációk

	Historikus	ATM implicit	VS implicit	GARCH	EWMA
$\rho(1, 2)$	0,121	0,123	0,124	0,131	0,107
$\rho(1, 3)$	0,215	0,254	0,261	0,249	0,213
$\rho(2, 4)$	0,101	0,098	0,105	0,106	0,127

*Forrás:* saját szerkesztés.

Ezek az eredmények tehát alátámasztják azokat a kutatásokat, amelyek általában nem találták az implicit korrelációt felsőbbrendűnek az idősor alapú becsléseknél, de bizonyos időtávon bizonyos devizapárok esetében hasznos indikátornak bizonyulnak. Ugyancsak látható, hogy egy hónapos időtávon a teljes volatilitásgörbét (a mosolygörbét) figyelembe vevő módszertan javítja az egyszerű ATM-alapú implicit korrelációs becslést.

2. A regressziós értékelési módszer esetében a realizált egy és három hónapos korrelációkat egyenként magyaráztuk a különböző módszerekkel becslt korrelációkkal:

$$\rho_t = \alpha + \beta \hat{\rho}_{i,t} + \varepsilon, \quad (18)$$

ahol  $\rho_t$  a realizált, míg  $\hat{\rho}_{i,t}$  az  $i$ -edik módszerrel becslt korrelációt jelöli a  $t$ -edik időpontban a következő egy, illetve három hónapra. Mivel átfedő időszakokra vonatkozó

adatokon becsült regresszióról van szó, Newey–West-korrekciót<sup>9</sup> kellett alkalmazni a standard hibákra. Az eredményeket a 3. és a 4. táblázat foglalja össze.

### 3. táblázat

Az egy hónapos korrelációbecslések együtthatói

	$\alpha$	$\beta$	$R^2$
ATM implicit			
$\rho(1, 2)$	0,18	0,79	0,36
$\rho(1, 3)$	-0,18*	0,67*	0,17
$\rho(2, 4)$	0,29*	0,69*	0,34
VS implicit			
$\rho(1, 2)$	0,14	0,83	0,34
$\rho(1, 3)$	-0,18*	0,62*	0,14
$\rho(2, 4)$	0,32*	0,64*	0,33
GARCH			
$\rho(1, 2)$	0,28*	0,62*	0,34
$\rho(1, 3)$	-0,14*	0,41*	0,15
$\rho(2, 4)$	0,41*	0,49*	0,16
EWMA			
$\rho(1, 2)$	0,12	0,82	0,39
$\rho(1, 3)$	-0,11*	0,56*	0,18
$\rho(2, 4)$	0,49*	0,38*	0,13
Historikus			
$\rho(1, 2)$	0,37*	0,49*	0,24
$\rho(1, 3)$	-0,14*	0,39*	0,15
$\rho(2, 4)$	0,44*	0,45*	0,2

\* 95 százalékon szignifikáns ( $H_0: \alpha = 0, \beta = 1$ ).

Forrás: saját szerkesztés.

Mind az egy hónapos, mind pedig a három hónapos időtávon az ATM, illetve a VS implicit korrelációs becslés  $\beta$  koeficiense rendelkezik a legmagasabb értékkel, és a forint/euró–forint/dollár korreláció esetén [ $\rho(1, 2)$ ] a konstans egyik időtávon sem szignifikáns 95 százalékos szinten. A magyarázott variancia tekintetében – összhangban az RMSE eredményével – az EWMA teljesít a legjobban mindkét időtávon az első két korreláció esetén, míg az ATM implicit mérték a forint/dollár–dollár/euró tekintetében. Ezen eredmények alátámasztják Lopez–Walter [2000] következtetését, amely összességében nem találta felsőbbrendűnek a piaci árazás alapján számolt implicit korrelációt.

<sup>9</sup> Lásd bővebben Newey–West [1987].

## 4. táblázat

A három hónapos korrelációbecslések együtthatói

	$\alpha$	$\beta$	$R^2$
ATM implicit			
$\rho(1, 2)$	0,19	0,79	0,39
$\rho(1, 3)$	-0,18*	0,65*	0,19
$\rho(2, 4)$	0,26*	0,71*	0,41
VS implicit			
$\rho(1, 2)$	0,17	0,80	0,33
$\rho(1, 3)$	-0,19*	0,53*	0,13
$\rho(2, 4)$	0,30*	0,67*	0,4
GARCH			
$\rho(1, 2)$	0,31*	0,58*	0,42
$\rho(1, 3)$	-0,15*	0,39*	0,19
$\rho(2, 4)$	0,41*	0,49*	0,24
EWMA			
$\rho(1, 2)$	0,17*	0,77*	0,51
$\rho(1, 3)$	-0,12*	0,53*	0,25
$\rho(2, 4)$	0,53*	0,34*	0,17
Historikus			
$\rho(1, 2)$	0,26*	0,66*	0,43
$\rho(1, 3)$	-0,11*	0,52*	0,27
$\rho(2, 4)$	0,36*	0,54*	0,29

\* 95 százalékon szignifikáns ( $H_0: \alpha = 0, \beta = 1$ ).

Forrás: saját szerkesztés.

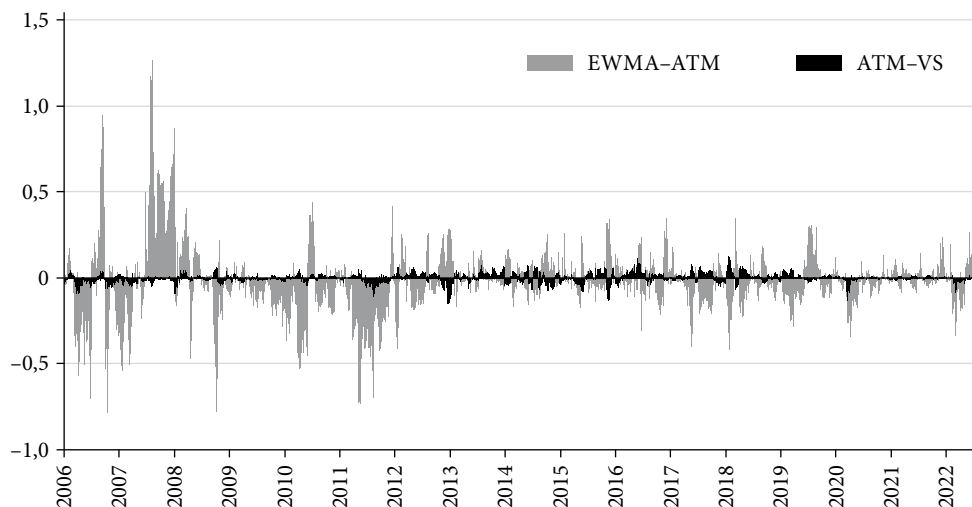
*Az EWMA és az ATM implicit módszer, valamint a részidőszakok vizsgálata*

Mivel a vizsgált időtáv igen hosszú, érdemes lehet megvizsgálni rövidebb időtávokon a különböző módszerek előrejelző képességének alakulását. Különös érdeklődésre tarthat számot a  $\rho(1, 2)$  és  $\rho(1, 3)$  tekintetében legpontosabb becslést adó EWMA és a két implicit mérték előrejelző képességének további vizsgálata. A 6. és a 7. ábra az aggregált – tehát mindhárom devizapár közötti korrelációt figyelembe vevő – eltérő négyzet-különbségeket mutatja. A pozitív értékek azt jelzik, hogy az adott napot követő egy, illetve három hónapos időtávon az EWMA becslése mennyivel ejtett nagyobb négyzetes hibát az ATM implicit becsléséhez képest, illetve az ATM implicit becslése mennyivel ejtett nagyobb négyzetes hibát a VS implicit becsléséhez képest. Negatív tartományban az EWMA-korreláció bizonyult jobb becslésnek az ATM/VS

implicithez képest. Látható, hogy néhány éves – és azon belül több hónapos – időszakok szerint alakul az egyes előrejelzések pontossági sorrendje: az EWMA-alapú becslések inkább alulteljesítenek 2009 előtt, majd a 2009–2013 közötti időszakban fordul a sorrend. A későbbi időszakokban is megmarad a ciklikusság, de a különbségek kevésbé markánsak.

6. ábra

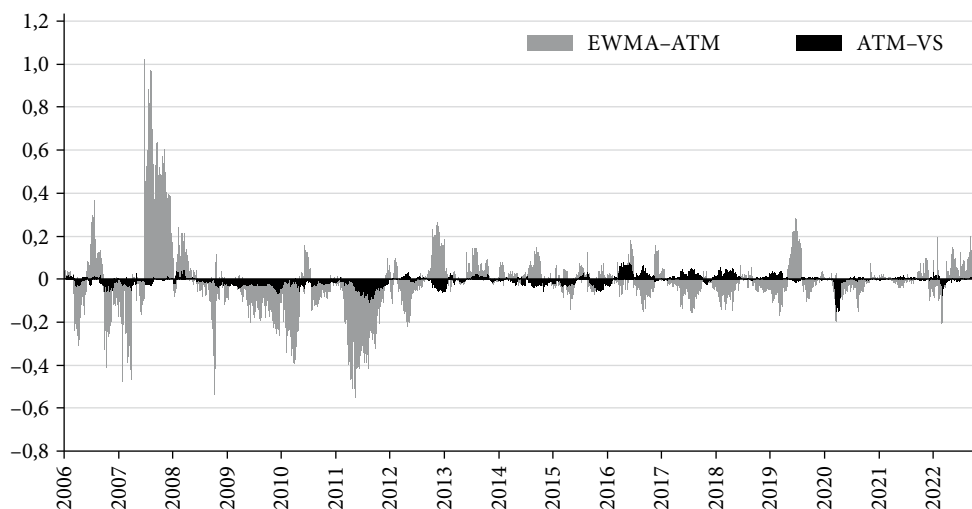
RMSE-különbségek alakulása – egy hónapos időtávon, 2006–2022



Forrás: saját szerkesztés.

7. ábra

RMSE-különbségek alakulása – három hónapos időtávon, 2006–2022



Forrás: saját szerkesztés.

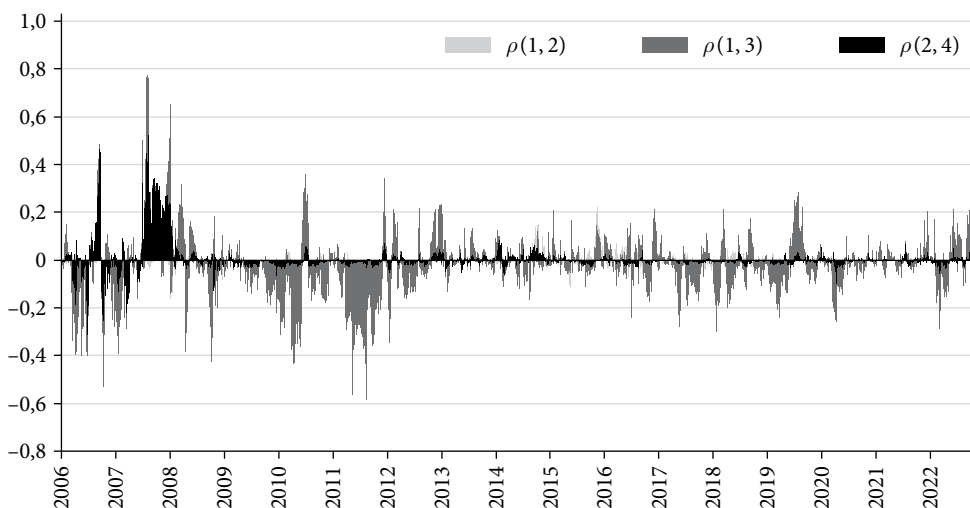


Az eredmények láttán az intuíció szerint a becslési hibák és a devizapárok loghozamai közötti kapcsolat vizsgálata következne, de a teljes időszakon az összes páronkénti korrelációra vonatkozó becslésihiba-különbségek és a három devizapár loghozamai lineárisan függetlenek. 2007–2008 között gyenge/közepes pozitív kapcsolat figyelhető meg az egy és a három hónapos előrejelzés között, amely kapcsolat a későbbi időszakokban – és összességében a teljes időszakon – gyenge negatív értéket vesz fel.

Megvizsgálva a hibák korrelációnkénti alakulását (8. ábra), azt találjuk, hogy különösképpen 2008 óta a forint/euró és a dollár/euró közötti korreláció  $[\rho(1, 3)]$  előrejelzési hibája dominálja a másik kettőt (a forint/dollár és a dollár/euró korreláció becslése is bizonytalan volt a vizsgált időszak elején).

### 8. ábra

RMSE-különbségek alakulása korrelációnként – 1 hónapos időtávon, 2006–2022



Forrás: saját szerkesztés.

Hasonló minta látható három hónapos időtávon is. Mint azt a módszertani részben bemutattuk, a devizapiaci korreláció tulajdonképpen a devizapiaci volatilitásbecsléssel azonosítható, hiszen a spot árakra vonatkozó arbitrázs-összefüggés miatt *ex post* és *ex ante* is teljesül a korreláció és a volatilitások közötti függvényszerű kapcsolat. Ennek ellenére, megvizsgálva az EWMA és az ATM implicit módszerek volatilitás-előrejelző képességét, az ATM implicit modell valamennyi időtávon valamennyi devizapár esetén kisebb becslési hibát ejt (az 5. táblázatban dőlt számokkal kiemelve).

Ennek az ellentmondásnak az okai után kutatva futtattunk egy becslést egy hibrid megközelítéssel, melynek során az EWMA volatilitástagot az implicit (ATM és VS) mértékkel cseréltük:

$$\sigma_{EWMA^*}^2 = \lambda \sigma_{imp\ ATM/VS}^2 + (1 - \lambda) \varepsilon_t^2. \quad (19)$$

5. táblázat

Az egy és három hónapos volatilitások RMSE-értékei

	Egy hónapos volatilitások			Három hónapos volatilitások		
	ATM implicit	VS implicit	EWMA	ATM implicit	VS implicit	EWMA
EUR/HUF	2,131	2,237	2,223	4,009	4,509	4,483
USD/HUF	2,416	2,473	2,873	6,449	6,862	8,356
EUR/USD	1,350	1,405	1,680	2,190	2,506	2,827

Forrás: saját szerkesztés.

Mivel az így kapott volatilitásokból számolt korrelációs előrejelzések pontossága nem sokat közeledtek az EWMA becsléséhez, levonható az a következtetés, amely szerint az EWMA-megközelítés „hozzáadott értéke” a minta alapján becsült historikus volatilitás/korreláció, azaz a becslést megelőző 151 kereskedési napon rejlő információ.

Az 1. ábrára visszatekintve a megoldás kulcsa abban lehet, hogy a korrelációbecslés tulajdonképpen elsősorban a volatilitásarányok becslését jelenti, és csupán másodlagos a volatilitás pontos becslése. A továbbiakban a forint/euró–dollár/euró közötti korrelációt és az azt meghatározó volatilitásarányokat vizsgáljuk.

A (2) egyenlet jobb oldala felbontható három volatilitás-/varianciaarányra, azaz megvizsgálható, hogy az egyes korrelációbecslések milyen mértékben becslik alul/felül a realizált volatilitásarányokat:

$$\rho_{1,3,t,T} = \frac{\sigma_{1,t,T}^2}{2\sigma_{1,t,T}\sigma_{3,t,T}} + \frac{\sigma_{3,t,T}^2}{2\sigma_{1,t,T}\sigma_{3,t,T}} - \frac{\sigma_{2,t,T}^2}{2\sigma_{1,t,T}\sigma_{3,t,T}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma_{1,t,T}}{\sigma_{3,t,T}} + \frac{\sigma_{3,t,T}}{\sigma_{1,t,T}} - \frac{\sigma_{2,t,T}^2}{2\sigma_{1,t,T}\sigma_{3,t,T}} \right). \quad (20)$$

A korrelációbecslések négyzetes hibája tehát felbontható az egyes volatilitás-/varianciaarányok hibáira:

$$\sum \left( \rho_{1,3,t,T} - \hat{\rho}_{1,3,t,T} \right)^2 = \frac{1}{4} \sum \left[ \left( \frac{\sigma_{1,t,T}}{\sigma_{3,t,T}} - \frac{\hat{\sigma}_{1,t,T}}{\hat{\sigma}_{3,t,T}} \right) + \left( \frac{\sigma_{3,t,T}}{\sigma_{1,t,T}} - \frac{\hat{\sigma}_{3,t,T}}{\hat{\sigma}_{1,t,T}} \right) - \left( \frac{\sigma_{2,t,T}^2}{\sigma_{1,t,T}\sigma_{3,t,T}} - \frac{\hat{\sigma}_{2,t,T}^2}{\hat{\sigma}_{1,t,T}\hat{\sigma}_{3,t,T}} \right) \right]^2. \quad (21)$$

A fenti formula egy  $(a + b - c)^2$  jellegű összefüggés, mely tovább bontható  $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc$  formában, azaz többé-kevésbé számszerűsíteni lehet az egyes arányok becslési hibájának hozzájárulását  $a^2$ ,  $b^2$  és  $c^2$ , valamint a maradék keresztthatásokat  $(+2ab - 2ac - 2bc)$ . A 6. táblázat mutatja az egy és a három hónapos előrejelzések hibafelbontását.

A 9. ábrán látható, hogy mindkét időtávon az EWMA- és az ATM-becslési hibák összegének legjelentősebb komponense a  $c^2$ , azaz a mindhárom volatilitást magában

foglaló  $\frac{\sigma_{2,t,T}^2}{\sigma_{1,t,T}\sigma_{3,t,T}} - \frac{\hat{\sigma}_{2,t,T}^2}{\hat{\sigma}_{1,t,T}\hat{\sigma}_{3,t,T}}$  különbséget. Figyelemre méltó továbbá, hogy ebben

található a legnagyobb eltérés a két becslés között, azaz ezen eredmények alapján a forint/euró–dollár/euró közötti korrelációbecslés pontosságának a legfőbb mozgatórugója a forint/dollár ( $\sigma_2$ ) relatív volatilitása a forint/euró ( $\sigma_1$ ) és dollár/euró ( $\sigma_3$ )

## 6. táblázat

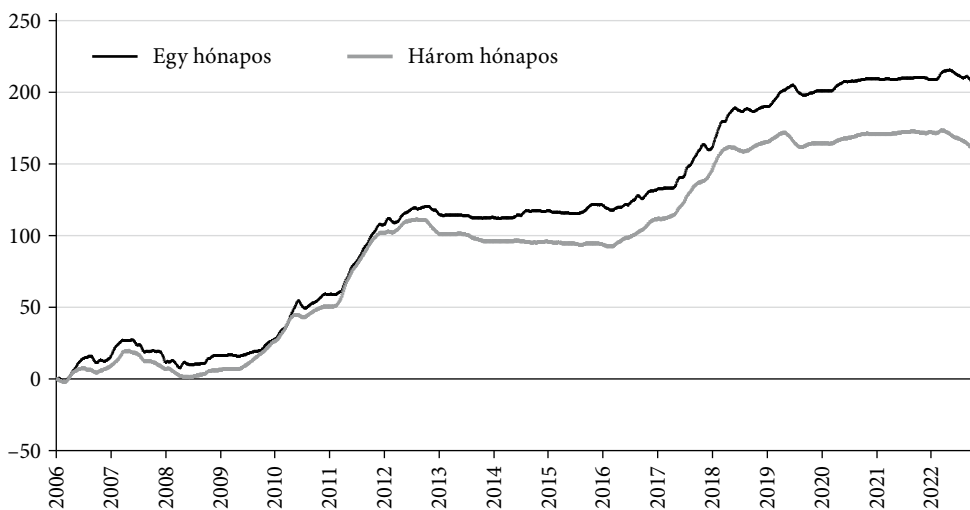
A három és egy hónapos korrelációbecslések teljes hibájának felbontása

	$a^2$	$b^2$	$c^2$	$2ab$	$-2ac$	$-2bc$	Összesen
<b>HÁROM HÓNAPOS</b>							
EWMA	103,34	93,04	187,72	-162,55	36,28	-58,40	199,43
ATM implicit	76,03	102,79	346,50	-139,30	-13,79	-89,94	282,30
<b>EGY HÓNAPOS</b>							
EWMA	139,76	137,50	302,63	-214,25	60,25	-108,06	317,84
ATM implicit	114,84	136,51	500,66	-180,97	-10,95	-146,16	413,93

Forrás: saját szerkesztés.

relatív volatilitásához képest [a volatilitás-sorszámozás ebben a felírásban a (20) és a (21) képletekhez igazodik].

## 9. ábra

A korrelációbecslések  $c^2$  komponensének kumulált különözete (ATM – EWMA), 2006–2022

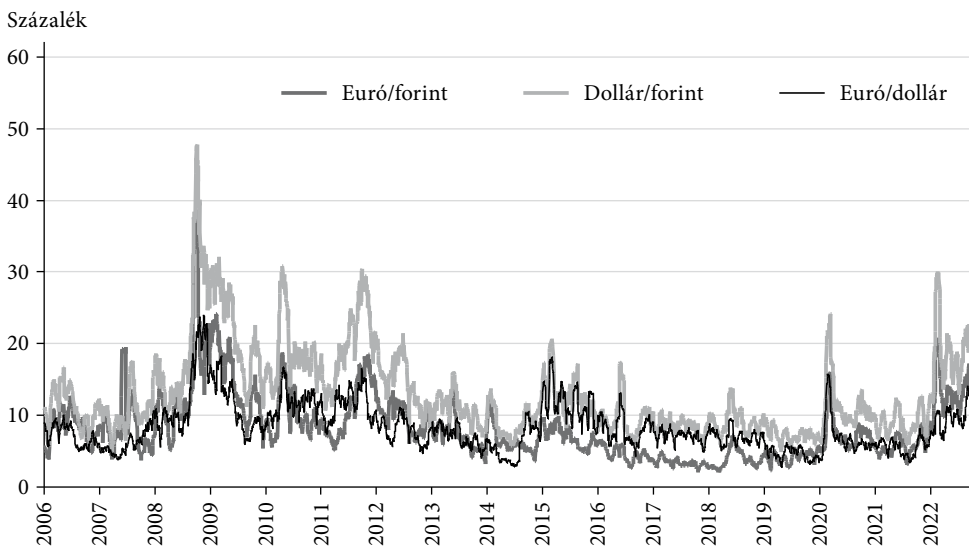
Forrás: saját szerkesztés.

A 9. ábra alapján megfigyelhető az ATM implicit becslés romlása az EWMA-hoz képest 2008–2012 között, majd pedig 2016–2019 között. Az első időszak kiemelkedően volatilisnek bizonyult mindhárom devizapár esetében, de 2016–2019 között kifejezetten nyugodt időszakot tapasztalhattunk (10. ábra).

Meghaladva ezen tanulmány kereteit, a volatilitásarányok előrejelzése további vizsgálatokat igényel, amelyek egyik szükséges lépése a nemzetközi/régiós összehasonlítás, azaz annak vizsgálata, hogy régiós jelenség-e a helyi deviza dollárral szembeni árfolyamának kiemelt jelentősége, avagy megfigyelhető a jelenség a főbb nagy forgalmú devizatriók esetén is.

## 10. ábra

A három devizapár realizált volatilitása (egy hónap), 2006–2022 (százalék)



Forrás: saját szerkesztés.

## Összegzés

A forint–euró–dollár devizatrión a 2005 és 2023 közötti 16 év napi adatain elvégzett kutatás eredményei alapján – összhangban a nemzetközi szakirodalommal – levonhatjuk azt a következtetést, hogy az opciós árjegyzés alapján számolható implicit korreláció a teljes időtávon összességében nem teljesít jobban az idősoralapú korrelációbecslésnél, különös tekintettel az EWMA-módszerre.

A forintpiacon végzett empirikus kutatás alapján az alábbi fő megállapításokat tehetjük:

- A teljes időtávot tekintve az EWMA-módszer adja a legpontosabb korrelációbecslést a forint/euró–forint/dollár és a forint/euró–dollár/euró viszonylatban.
- Az EWMA és az implicit módszertan közötti legnagyobb eltérés a forint/euró–dollár/euró közötti korreláció becslésénél adódik, amely a két „független” devizapár a forint–euró–dollár devizatrióban.
- Az implicit korreláció adja a legpontosabb becslést a forint/dollár–dollár/euró korreláció esetén.
- A varianciaswap-alapú implicit korrelációs becslés egy hónapos időtávon javít az ATM-alapú implicit becslésen, három hónapos időtávon pedig alulteljesít.
- A volatilitás-előrejelzés tekintetében az implicit módszer felülteljesít, ugyanakkor az EWMA pontosabban becsli a volatilitásarányokat.
- A tanulmányban felvázolt módszertan alapján a volatilitásarányok tekintetében kiemelt szerepe van a forint/dollár keresztárfolyam relatív volatilitásának, amely a megfigyelt időtávon hároméves ciklusonként változik.

Végül fontos megjegyezni, hogy a Bloomberg jelen tanulmány által használt GARCH-módszere nem került optimalizálásra, azaz elképzelhető, hogy létezik olyan, akár többváltozós módszer, amely megközelíti vagy egyes viszonylatokban meg is előzi az EWMA-módszertant. Ugyancsak további vizsgálatot igényel a forint/dollár – mint származékos devizapár – volatilitásjegyzéseinek alakulása, amely a jelen tanulmány eredményei szerint központi szerepet játszhat a korrelációbecslések pontosságá kapcsán.

### *Hivatkozások*

- BODURTHA, J. N.–SHEN, Q. [1995]: Historical and implied measures of Value at Risk: The DM and Yen case. Working Paper, Georgetown University.
- BOLLERSLEV, T.–ENGLER, R. F. [1993]: Common persistence in conditional variances. *Econometrica*, Vol. 61. No. 1. 167–186. o. <https://doi.org/10.2307/2951782>.
- CAMPA, J. M.–CHANG, P. H. K. [1998]: The forecasting ability of correlations implied in foreign exchange options. *Journal of International Money and Finance*, Vol. 17. No. 6. 855–880. o. [https://doi.org/10.1016/S0261-5606\(98\)00031-X](https://doi.org/10.1016/S0261-5606(98)00031-X).
- CARR, P.–MADAN, D. [2002]: Towards a theory of volatility trading. Kézirat, <http://pricing.online.fr/docs/TradingVolatilityStrat.pdf>.
- CASTRÉN, O.–MAZOTTA, S. [2005]: Foreign exchange option and returns based correlation forecasts. Evaluation and two applications. ECB Working Paper, 447. <https://doi.org/10.2139/ssrn.668247>.
- CHONG, J. [2004]: Value at risk from econometric models and implied from currency options. *Journal of Forecasting*, Vol. 23. No. 4. 603–620. o. <https://doi.org/10.1002/for.934>.
- DERMAN, E.–DEMETERFI, K.–KAMAL, M.–ZOU, J. [1999]: More than you ever wanted to know about volatility swaps. Goldman Sachs Quantitative Strategies Research Notes. *The Journal of Finance*, Vol. 64. 1377–1406. o. [http://emanuelderman.com/wp-content/uploads/1999/02/gs-volatility\\_swaps.pdf](http://emanuelderman.com/wp-content/uploads/1999/02/gs-volatility_swaps.pdf).
- DRIESSEN, J.–MAENHOUT, P. J.–VILKOV, G. [2009]: The price of correlation risk: Evidence from equity options. *The Journal of Finance*, Vol. 64. No. 3. 1377–1406. o. <https://doi.org/10.2139/ssrn.673425>.
- ESPOSITO, M.–LARUCCIA, E. [1999]: Exchange rates statistical properties implied in fx options. Banca Commerciale Italiana, [https://group.intesasanpaolo.com/content/dam/portalgroup/repository-documenti/investor-relations/Contenuti/RISORSE/Documenti%20PDF%20Storici/PDF\\_studi\\_eng/CNT-04-00000001D646.pdf](https://group.intesasanpaolo.com/content/dam/portalgroup/repository-documenti/investor-relations/Contenuti/RISORSE/Documenti%20PDF%20Storici/PDF_studi_eng/CNT-04-00000001D646.pdf).
- JP MORGAN [1996]: RiskMetrics technical document. 4. kiadás, JP Morgan, <https://www.msci.com/documents/10199/5915b101-4206-4ba0-ae2-3449d5c7e95a>.
- KAROLYI, G. A.–STULZ, R. [1996]: Why do markets move together? An investigation of U.S.–Japan stock return comovements. *Journal of Finance*, Vol. 51. 951–986. o. <https://doi.org/10.2139/ssrn.40556>.
- LONGIN, F.–SOLNIK, B. [1995]: Is the correlation in international equity returns constant: 1960–1990? *Journal of International Money and Finance*, Vol. 14. 3–26. o. [https://doi.org/10.1016/0261-5606\(94\)00001-h](https://doi.org/10.1016/0261-5606(94)00001-h).
- LOPEZ, J.–WALTER, C. [1999]: The shape of things in a currency trio. Federal Reserve Bank of San Francisco Working Papers, <https://www.frbsf.org/wp-content/uploads/sites/4/wpj199-04a.pdf>.

- LOPEZ, J.–WALTER, C. [2000]: Is implied correlation worth calculating? Evidence from foreign exchange option prices. *Journal of Derivatives*, Vol. 7. No. 3. 65–81. o. <https://doi.org/10.3905/jod.2000.319125>.
- MEDVEGYEV PÉTER–SZÁZ JÁNOS [2010]: A meglepetések jellege a pénzügyi piacokon. Nemzetközi Bankárképző Központ, Budapest.
- NEWBY, W.–WEST, K. [1987]: A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix. *Econometrica*, Vol. 55. No. 3. 703–708. o. <https://doi.org/10.2307/1913610>.
- REBONATO, R. [1999]: Volatility and correlation. In the pricing of equity, FX and interest-rate options. John Wiley & Sons Inc., <https://doi.org/10.1002/9781118673539>.
- SIEGEL, A. F. [1997]: International currency relationship information revealed by cross-option prices. *Journal of Futures Markets*, Vol. 17. No. 4. 369–384. o. [https://doi.org/10.1002/\(sici\)1096-9934\(199706\)17:4<369::aid-fut1>3.0.co;2-f](https://doi.org/10.1002/(sici)1096-9934(199706)17:4<369::aid-fut1>3.0.co;2-f).
- ZHOU, H. [2013]: On the predictive power of the implied correlation index. Working Paper, <https://silo.tips/download/on-the-predictive-power-of-the-implied-correlation-index>.
- ZSEMBERY LEVENTE [2003]: A volatilitás előrejelzése és a visszszámított modellek. *Közgazdasági Szemle*, 50. évf. 6. sz. 519–542. <https://epa.oszk.hu/00000/00017/00094/pdf/zsembery.pdf>.

## Függelék

### *F1. táblázat*

Az egy hónapos korrelációk terjedelmi mutatói

	Minimum	Maximum	Átlag	Szórás
<b>ATM implicit</b>				
$\rho(1, 2)$	0,18	0,91	0,7	0,14
$\rho(1, 3)$	-0,43	0,58	-0,06	0,17
$\rho(2, 4)$	0	0,91	0,74	0,12
<b>VS implicit</b>				
$\rho(1, 2)$	0,24	0,91	0,72	0,13
$\rho(1, 3)$	-0,47	0,59	-0,08	0,17
$\rho(2, 4)$	-0,03	0,9	0,73	0,12
<b>GARCH</b>				
$\rho(1, 2)$	-0,06	1	0,74	0,17
$\rho(1, 3)$	-0,99	0,52	-0,22	0,26
$\rho(2, 4)$	0,03	1	0,79	0,11
<b>EWMA</b>				
$\rho(1, 2)$	0,21	0,97	0,75	0,14
$\rho(1, 3)$	-0,67	0,87	-0,21	0,21
$\rho(2, 4)$	-0,72	0,96	0,78	0,13

## Az F1. táblázat folytatása

	Minimum	Maximum	Átlag	Szórás
Historikus				
$\rho(1, 2)$	-0,32	0,98	0,74	0,18
$\rho(1, 3)$	-0,88	0,69	-0,23	0,28
$\rho(2, 4)$	-0,16	0,98	0,79	0,14

Forrás: saját szerkesztés.

## F2. táblázat

A három hónapos korrelációk terjedelmi mutatói

	Minimum	Maximum	Átlag	Szórás
ATM implicit				
$\rho(1, 2)$	0,33	0,88	0,71	0,12
$\rho(1, 3)$	-0,40	0,52	-0,08	0,15
$\rho(2, 4)$	0,16	0,89	0,75	0,09
VS implicit				
$\rho(1, 2)$	0,36	0,89	0,72	0,11
$\rho(1, 3)$	-0,41	0,52	-0,08	0,15
$\rho(2, 4)$	0,13	0,88	0,73	0,10
GARCH				
$\rho(1, 2)$	0,00	1,00	0,74	0,16
$\rho(1, 3)$	-0,99	0,47	-0,21	0,25
$\rho(2, 4)$	0,09	1,00	0,79	0,11
EWMA				
$\rho(1, 2)$	0,21	0,97	0,75	0,14
$\rho(1, 3)$	-0,67	0,89	-0,21	0,21
$\rho(2, 4)$	-0,76	0,96	0,78	0,13
Historikus				
$\rho(1, 2)$	0,22	0,96	0,74	0,15
$\rho(1, 3)$	-0,72	0,41	-0,23	0,22
$\rho(2, 4)$	0,34	0,96	0,80	0,10

Forrás: saját szerkesztés.