

BAKÓ BARNA–TASNÁDI ATTILA

## A Kreps–Scheinkman-állítás érvényessége lineáris keresletű vegyes duopóliumok esetén

Vegyes oligopóliumoknak nevezzük az olyan piacszerkezeteket, amelyek esetében a magánvállalatok mellett állami vállalatok is tevékenykednek. A vegyes oligopóliumokban az állami vállalatok részben vagy egészében a társadalmi többletet kívánják maximalizálni. Olyan vegyes duopóliumot vizsgálunk, amelyben a vállalatok előbb kiépítik kapacitásaikat, majd meghatározzák termékük kínálati árát. *Kreps–Scheinkman* [1983] tisztán magánvállalatos duopóliumokra vizsgált ilyen két időszakos modellt, és megállapította, hogy az első időszaki egyensúlyi kapacitások megegyeznek az azonos költség szerkezetű és kínálati viszonyú Cournot-duopólium egyensúlyi kibocsátásával. Tanulmányunkban *Kreps–Scheinkman* [1983] eredményét kiterjesztjük a vegyes duopóliumok – lineáris keresleti görbe és konstans egységköltségek melletti – esetére. *Journal of Economic Literature* (JEL) kód: D43, L13.

Az oligopoliumok elméletének egyik legnépszerűbb eredménye a Cournot-duopólium *Kreps–Scheinkman* [1983] általi megalapozása. Az eredmény jelentőségét a Cournot-modell gyakori alkalmazása és abban az egyensúlyi árak vállalati döntésektől közvetett módon való függésének problematikája adja. Nevezetesen a vállalatok az outputjaikról döntenek, és ezek után a termékük piaci árát a keresleti görbe határozza meg. *Kreps–Scheinkman* [1983] egy két időszakos, előbb kapacitást, majd árát meghatározó játék segítségével feloldotta az explicit ármeghatározási folyamat hiányát. Állításuk szerint minden Cournot-duopóliumnak megfelelően egy olyan szekvenciális játék, amelyben a vállalatok előbb nem kooperatív módon, egyidejűleg határozzák meg termelési kapacitásaikat, majd ezeket megfigyelve egy Bertrand-típusú árversenyben vesznek részt.

\* Bakó Barna kutatása a TÁMOP 4.2.4.A/2-11-1-2012-0001 azonosító számú Nemzeti Kiválóság Program – Hazai hallgatói, illetve kutatói személyi támogatást biztosító rendszer kidolgozása és működtetése konvergencia program című kiemelt projekt keretében zajlott. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg. Tasnádi Attila kutatásait az OTKA K-101224. számú pályázat támogatta. A szerzők köszönik egy anonim bíráló hasznos megjegyzéseit.

*Bakó Barna*, Budapesti Corvinus Egyetem Mikroökonómia Tanszék és MTA–BCE „Lendület” Stratégiai Interakciók Kutatócsoport (e-mail: barna.bako@uni-corvinus.hu).

*Tasnádi Attila*, Budapesti Corvinus Egyetem Matematika Tanszék és MTA–BCE „Lendület” Stratégiai Interakciók Kutatócsoport (e-mail: attila.tasnadi@uni-corvinus.hu).

*Kreps–Scheinkman* [1983] fontos eredményének érvényességi határát több kutatás térképezte fel. *Wu és szerzőtársai* [2012] a keresleti és költségfüggvényre vonatkozó feltételeket enyhítette. *Davidson–Deneckere* [1986] rámutatott, hogy az úgynevezett párhuzamos vagy más néven hatékony adagolási szabály bármilyen más adagolási szabályra történő cserélése elrontja *Kreps–Scheinkman* [1983] Cournot-modellt megalapozó eredményét.<sup>1</sup> *Reynolds–Wilson* [2000] megmutatta, hogy a kereslet bizonytalansága is elronthatja *Kreps–Scheinkman* [1983] eredményét.<sup>2</sup> *Reynolds–Wilson* [2000] modelljében a keresletbizonytalanság feloldódik a kapacitáskiépítési szakasz után, tehát a szereplők az árazási részjátékot már determinisztikus kereslet mellett játsszák. Ezzel szemben *de Frutos–Fabra* [2011] elemzésében a vállalatok még a második időszaki árazási játékot követően is bizonytalan kereslettel szembesülnek, amely esetén bizonyos feltételek mellett a Cournot-megoldással ekvivalens társadalmi többlet adódik, annak ellenére, hogy az első időszaki egyensúlyi kapacitások aszimmetrikusak.

*Kreps–Scheinkman* [1983] többszereplős kiterjesztését adja *Boccard–Wauthy* [2000] és [2004] azonos költségfüggvények és hatékony adagolás feltételezése mellett. Hasonló feltételekkel *Loertscher* [2008] egyszerre input- és outputpiacon versenyző vállalatokra erősíti meg *Kreps–Scheinkman* [1983] eredményét.

Kutatásunkkal *Kreps–Scheinkman* [1983] eredményét kiterjesztjük olyan duopolpiacokra, amelyekben egy magánvállalat egy állami vállalattal versenyez. Az ilyen duopolpiacokat vegyes duopóliumoknak hívják. Jelentőségüket az állam aktív piaci szerepvállalásán keresztül társadalmi többlet növelésének lehetősége adja. Az állami tulajdonú vállalat a piac szabályozására használható, és több piacon is megfigyelhető, illetve várható (részben) állami és magánvállalatok egyidejű jelenléte, mint például

- a Mol;
- a Kiwibank, amely egy új-zélandi állami tulajdonú kereskedelmi bank;
- az Amtrak az Egyesült Államok távolsági vasúti személyszállításért felelő zrt.;
- az Indian Drugs and Pharmaceuticals állami tulajdonú gyógyszeripari vállalat;
- a Statoil, amely egy 60 százalékos állami tulajdonban lévő norvég energiaipari társaság;
- a Gazprom a világ legnagyobb földgázkitermelője és
- az Aeroflot, az Air New-Zealand, a Finnair vagy a Qatar Airways többségi állami tulajdonban lévő légitársaságok.

Megjegyzendő, hogy *Merrill–Schneider* [1966] vetette fel a vegyes oligopóliumot mint az állami szabályozás egy lehetséges eszközét. A *Kreps–Scheinkman* [1983] két időszakos játék második időszaki árazási részjátékának vegyes duopolváltozatát *Balogh–Tasnádi* [2012] oldotta meg. A Cournot-modell vegyes változatával foglalkozott többek között *Harris–Wiens* [1980], *Beato–Mas-Colell* [1984], *Cremer és szer-*

<sup>1</sup> A két leggyakrabban alkalmazott adagolási szabály a párhuzamos, illetve az arányos. További részleteket illetően lásd *Vives* [1999].

<sup>2</sup> *Lepore* [2012] az adagolási szabályok és a keresletbizonytalanság jellegét tekintve általánosítja *Reynolds–Wilson* [2000] eredményeit.

zőtársai [1989] és de Fraja–Delbono [1989]. Ezért Kreps–Scheinkman [1983] eredményének kiterjesztése vegyes duopóliumokra lényegében még a kapacitáskiépítési szakasz megoldását igényli.

A hátralévő részben bemutatjuk a modellkeretet, megoldjuk a vegyes Cournot-duopóliumot, ismertetjük a második időszaki árjátékra vonatkozó eredményeket, és végül megoldjuk a kapacitáskiépítési szakaszt.

## A modell

Egy homogén termék piacán két vállalat, az  $A$  és a  $B$  verseng egymással, amelyek közül az  $A$  magánvállalat, és mint ilyen, profitját maximalizálja, míg a  $B$  állami vállalat, és elsődleges célja a társadalmi többlet maximalizálása. A piaci kereslet az (1) lineáris függvénnyel adott:

$$P(q) = 1 - q, \quad (1)$$

ahol  $q$  a vállalatok által termelt összpiazi mennyiséget,  $P(q)$  az ezen mennyiség mellett kialakuló egyensúlyi (piactisztító) árat jelöli. Feltesszük, hogy mindkét vállalat termelési technológiája lineáris költségfüggvénnyel jellemezhető, azaz  $C_A(q_A) = c_A q_A$  és  $C_B(q_B) = c_B q_B$ , ahol  $c_B > c_A > 0$ .<sup>3</sup> Továbbá feltesszük, hogy  $c_B < 1/2$ , ami biztosítja az állami vállalat piacón maradását (belépését). Megjegyzendő, hogy az eredményünk, mint ellenőrizhető,  $c_B \geq 1/2$  esetén is fennáll, csak ekkor, mind a Cournot-játékban, mind a két időszakos előbb kapacitás, majd árjátékban a magánvállalat monopolisztaként fog tevékenykedni.

## Vegyes Cournot-duopólium

Modellkeretünkben a vegyes Cournot-duopóliumban a magánvállalat

$$\pi_A(q_A, q_B) = (1 - q_A - q_B)q_A - c_A q_A \quad (2)$$

profitfüggvénye hagyományosan bevétel *minusz* költségként adódik, illetve az állami vállalat

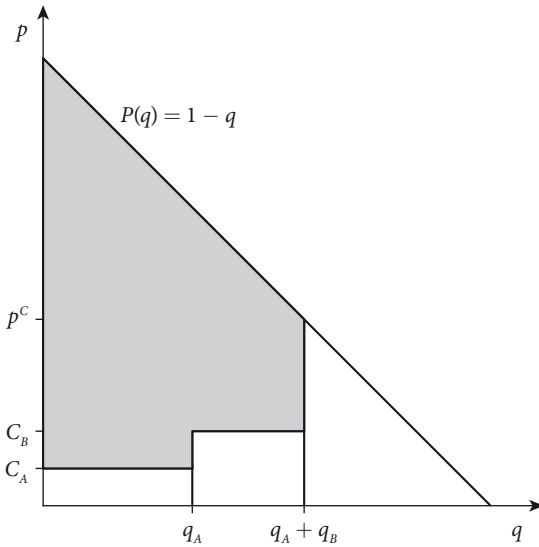
$$\pi_B(q_A, q_B) = \frac{1}{2} [1 + (1 - q_A + q_B)] (q_A + q_B) - c_A q_A - c_B q_B \quad (3)$$

kifizetőfüggvénye az 1. ábrán szürkére színezett területtel azonos társadalmi többlet.

<sup>3</sup> A költségfüggvényekre tett feltevéseinkkel azt feltételezzük, hogy a magánvállalat költséghatékonyabban termel, mint az állami vállalat, amely egybecseng az irodalomban elterjedt feltételezéssel. Lásd például: George–La Manna [1996].

## 1. ábra

Társadalmi többlet vegyes Cournot-duopóliumban



Egyensúlyban a vállalatok olyan mennyiségeket termelnek, amelyek kielégítik a (4) elsődrendű feltételek által adott egyenletrendszert:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_A(q_A, q_B)}{\partial q_A} &= 1 - 2q_A - q_B - c_A = 0, \\ \frac{\partial \pi_B(q_A, q_B)}{\partial q_B} &= 1 - q_A - q_B - c_B = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Az egyenletrendszer megoldásából kapjuk a következő eredményt.

1. ÁLLÍTÁS • *Lineáris kereslettel jellemezhető aszimmetrikus vegyes duopólium Cournot-egyensúlyában a vállalatok termelése:*

$$q_A^* = c_B - c_A \quad \text{és} \quad q_B^* = 1 - 2c_B + c_A,$$

az egyensúlyi ár pedig:

$$P^* = c_B.$$

Tehát a Cournot-egyensúlyban az egyensúlyi ár az állami vállalat határkölsége.

## Vegyes Kreps–Scheinkman-játék kapacitásválasztással

A továbbiakban feltesszük, hogy a vállalatok a következő szekvenciális játékot játsszák: kezdetben mindkét vállalat szimultán, nem kooperatív módon meghatározza termelési kapacitását, amely döntés köztudott tudássá válása után a vállalatok Bertrand-típusú

árversenyt játszanak. Összhangban a fentiekkel feltesszük, hogy egységnyi kapacitás kiépítése az állami vállalat számára költségesebb, mint a magánvállalat számára, azaz feltételezzük, hogy  $c_B(k) > c_A(k) > 0$ . Feltesszük továbbá, hogy a vállalatok a kiépített kapacitásig nulla határköltséggel képesek termelni a második időszakban, azonban ezt meghaladva a termelés határköltsége végtelenül nagy.<sup>4</sup>

A játékot visszagöngyöltéssel oldjuk meg. Adottnak tekintve a kapacitásdöntéseket, előbb megvizsgáljuk a vállalatok árdöntését, majd ezt követően meghatározzuk a vállalatok optimális kapacitásválasztását. Tegyük fel tehát, hogy az első lépésben a vállalatok a  $k_A$ , illetve a  $k_B$  kapacitásokat építik ki. Az általánosság megszorítása nélkül feltehető, hogy  $k_A, k_B \in [0, 1]$ , mivel az adott lineáris keresleti görbe mellett 1-nél többet úgysem lehet értékesíteni. A kapacitásdöntéseket adottnak tekintve, a vállalatok nem kooperatívan, szimultán módon olyan  $p_i \in [0, P(0)]$  ( $i = A, B$ ) árdöntéseket hoznak, amelyek kifizetéseiket maximalizálják.

Térjünk rá a vállalatok keresleti és profitfüggvényeinek megadására!<sup>5</sup> Az alacsonyabb kínálati árat megállapító vállalat kereslete a piaci kereslet, a magasabb kínálati árat megállapító vállalat kereslete a hatékony adagolási szabály segítségével meghatározott  $D_i^r(p_i) = \max\{0, D(p_i) - k_j\}$  reziduális kereslet, és áregyezőség esetén a vállalatok kereslete egy első ránézésre meglepő törési szabály alapján határozódik meg. A vegyes duopóliumban alkalmazott törési szabály egy – később meghatározásra kerülő –  $\bar{p}$  ár fölött a piac kapacitásarányos felosztását írja elő.<sup>6</sup> Viszont  $\bar{p}$ -nál nem nagyobb árak esetén a társadalmi többlet növelése érdekében az állami vállalat hajlandó a magánvállalat kapacitáskorlátja erejéig a piacot átengedni, ezzel ösztönözve a magánvállalatot alacsonyabb árak megállapítására.<sup>7</sup> Ezek alapján a vállalatok értékesítéseit a következőképpen definiáljuk:

$$q_i = \Delta_i(p_i, p_j) = \begin{cases} \min\{k_i, D(p_i)\}, & \text{ha } p_i < p_j \\ \min\{k_i, D_i^r(p_i)\}, & \text{ha } p_i > p_j \\ \min\left\{k_i, \frac{k_i}{k_i + k_j} D(p_i)\right\}, & \text{ha } p_i = p_j > \bar{p} \\ \min\{k_i, D(p_i)\} & \text{ha } p_i = p_j \leq \bar{p} \text{ és } i = A \\ \min\{k_i, D_i^r(p_i)\}, & \text{ha } p_i = p_j \leq \bar{p} \text{ és } i = B. \end{cases} \quad (5)$$

<sup>4</sup> Ezzel azt feltételezzük, hogy az adott részjátékban a vállalatok kapacitása nem változtatható.

<sup>5</sup> Az elemzés során azt feltételezzük, hogy a magasabb áron kínáló vállalat reziduális kereslete megkapható a keresleti görbe balra történő párhuzamos eltolásával, ahol az eltolás mértéke megegyezik az alacsonyabb áron értékesített termékmennyiséggel. Ezt a szakirodalom hatékony adagolási szabálynak nevezi. Belátható, hogy ezen adagolási szabály adott árak és kibocsátások mellett maximalizálja a fogyasztói többletet. Bővebben az adagolási szabályokról lásd *Vives* [1999].

<sup>6</sup> A  $\bar{p}$  feletti árakra más törési szabályt is alkalmazhattunk volna. A lényeges pont, hogy egyik vállalat se vigye el a teljes piacot. Tehát itt a *Kreps-Scheinman* [1983] által alkalmazott törési szabály is megfelelt volna a célnak. Az itt látható törési szabályt többek között *Balogh-Tasnádi* [2012] is alkalmazza.

<sup>7</sup> A további részleteket illetően lásd *Balogh-Tasnádi* [2012].

A kifizetőfüggvények pedig a következők:

$$\pi_A(p_A, p_A) = p_A q_A \tag{6}$$

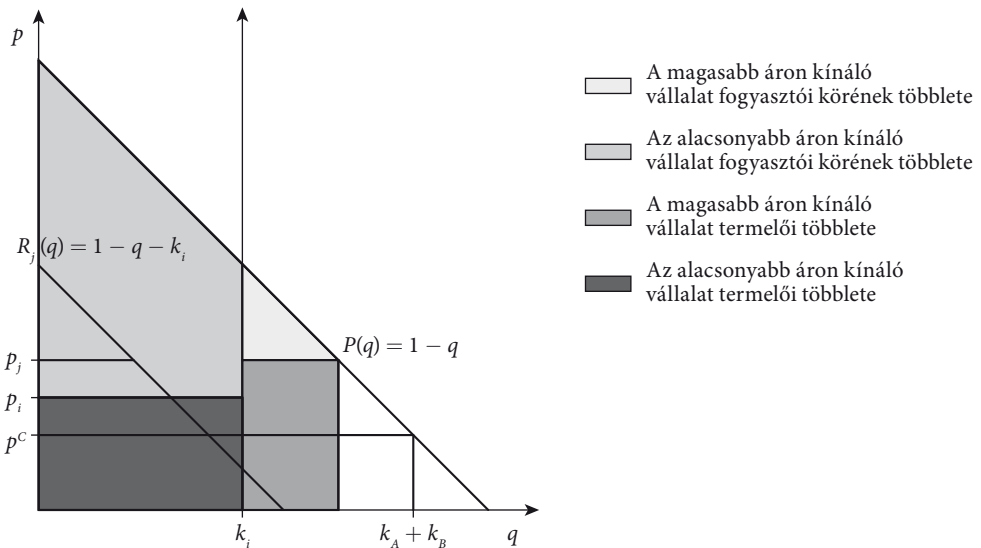
valamint

$$\pi_B(p_A, p_B) = \int_0^{\min\{k_j, \max\{0, D(p_j) - k_i\}\}} R_j(q) dq + \int_0^{\min\{k_i, 1\}} P(q) dq, \tag{7}$$

ahol  $0 \leq p_i \leq p_j \leq 1$  és  $R_j(q) = (D_j^r)^{-1}(q)$ . Feltéve, hogy a kapacitáskiépítési költség már elsüllyedt,  $p_i \leq p_j$  esetén a 2. ábrán a legvilágosabb szürke terület a magasabb áron kínáló vállalat fogyasztói körének többlete, az ennél kicsit sötétebb világosszürke terület az alacsonyabb áron kínáló vállalat fogyasztói körének többlete, a világosabb sötétszürke terület a magasabb áron kínáló vállalat termelői többlete, a legsötétebb szürke terület az alacsonyabb áron kínáló vállalat termelői többlete. Vegyük még észre, hogy a társadalmi többlet általában a magasabb kínálati ár függvénye, kivéve, ha a magasabb ár túl magas, azaz a magasabb áron nincsen már reziduális kereslet.

2. ábra

Társadalmi többlet az árjátékban



Jelöljük  $p^c$ -vel az egyensúlyi árat és  $p_i^m$ -mel az  $i$ -edik vállalat reziduális kereslete melletti maximális profitot eredményező árat, azaz

$$p^c = P(k_A + k_B) \quad \text{és} \quad p_i^m = \arg \max_{p \in [0, P(0)]} p D_i^r(p).$$

Legyen  $p_i^d$  az a legkisebb ár, amely mellett  $p_i^d \min\{k_i, D(p_i^d)\} = p_i^m D_i^r(p_i^m)$ , azaz  $p_i^d$  egy olyan ár, amely a reziduális monopolmennyiséget meghaladó kapacitás kiürsítése

mellett ugyanakkora profitot eredményez a vállalat számára, mintha az a reziduális kereslete melletti profitmaximalizáló árat választaná.<sup>8</sup>

### Az árazási részjáték megoldása

Az árazási részjátékban adottnak vesszük a duopolisták első időszaki  $k_A$  és  $k_B$  kapacitásválasztását. Balogh–Tasnádi [2012] eredményei alapján ismert, hogy  $p_A^d$  jól definiált, ha  $p_A^m \geq p^c$ . Ekkor a vállalatok az alábbiak szerint áraznak:

$$p_A^* = p_B^* = p_A^d \tag{8}$$

vagy

$$p_A^* = p_A^m \quad \text{és} \quad p_B^* \leq p_A^d. \tag{9}$$

Sőt ha  $k_B \leq k_A$  és  $k_B \leq D(p^M)$ , ahol  $p^M$  a kapacitáskorlát-mentes monopólium által választandó profitmaximalizáló ár, akkor a (10) árak is az egyensúly részét képezik:

$$p_A^* = \max\{p^M, P(k_A)\} \quad \text{és} \quad p_B^* > \max\{p^M, P(k_A)\}. \tag{10}$$

Ha azonban  $p_A^m < p^c$ , akkor egyensúlyban a vállalatok a piactisztító áron áraznak, azaz:

$$p_A^* = p_B^* = p^c. \tag{11}$$

A továbbiakban az első esetre ( $p_A^m \geq p^c$ ) mint az erős magánvállalat esetére, míg az utóbbira ( $p_A^m < p^c$ ) mint a gyenge magánvállalat esetére hivatkozunk. Ezen a ponton már megadhatjuk az (5) kifejezésben szereplő  $\bar{p}$  értéket: legyen az erős magánvállalat esetén  $\bar{p} = p_A^d$  és a gyenge magánvállalat esetén  $\bar{p} = 0$ .

Az erős magánvállalatra adott egyensúlyok közül a (8) egyensúly Pareto-dominálja a (9) egyensúlyt, és a nem mindig létező (10) egyensúly az állami vállalat inaktivitását jelentené, ezért a továbbiakban a szimmetrikus egyensúlyt tekintjük az adott részjáték megoldásának.<sup>9</sup> Így a vállalatok egyensúlyi értékesítését a következőképpen adhatjuk meg:

$$q_A^* = \min\{k_A, D(p_A^d)\} \quad \text{és} \quad q_B^* = \min\{k_B, D_B^r(p_B^*)\}. \tag{12}$$

Ahhoz, hogy  $p_A^d$ -t meghatározzuk, szükségünk van  $p_A^m$  értékére. Ezt azonban könnyen kiszámolhatjuk a  $p[D(p) - k_B]$  maximumhelyének meghatározásával. Ekkor ugyanis:

<sup>8</sup> A jelölések egyszerűsítése érdekében  $k_A$ -t és  $k_B$ -t nem szerepeltetjük  $D_i^r$ ,  $\pi_i$ ,  $p^c$ ,  $p_i^m$  és  $p_i^d$  argumentumai között. Tartsuk azonban mindig szem előtt, hogy a kérdéses függvények és változók mindig függenek az első időszaki kapacitásválasztástól!

<sup>9</sup> Bővebben lásd Balogh–Tasnádi [2012].

$$\frac{\partial p(1-p-k_B)}{\partial p} = 0,$$

azaz

$$p_A^m = \frac{1-k_B}{2}.$$

Ennek ismeretében megadhatjuk az erős és a gyenge magánvállalat esetét elhatároló egyenes egyenletét:

$$p_A^m = p^c \Leftrightarrow \frac{1-k_B}{2} = 1-k_A-k_B \Leftrightarrow k_B = 1-2k_A. \quad (13)$$

A  $p_i^d$  definíciójából adódik, hogy:

$$p_A^d \cdot \min\{k_A, 1-p_A^d\} = \frac{1-k_B}{2} \left(1 - \frac{1-k_B}{2} - k_B\right) = \left(\frac{1-k_B}{2}\right)^2.$$

Ha  $k_A \leq 1-p_A^d$ , akkor

$$p_A^d = \frac{1}{k_A} \left(\frac{1-k_B}{2}\right)^2, \quad (14)$$

míg ellenkező esetben  $p_A^d$ -t a  $p_A^d(1-p_A^d) = \left(\frac{1-k_B}{2}\right)^2$  kifejezés definiálja, amelynek megoldásaként

$$p_A^d = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - \left(\frac{1-k_B}{2}\right)^2} \quad (15)$$

adódik. Egy kicsit előreszaladva már itt megjegyezzük, hogy az első időszaki egyensúlyi kapacitásválasztás esetén  $p_A^d$ -t nem a (15) képlet határozza meg, ugyanis egy a  $k_A > 1-p_A^d$  feltételnek eleget tevő egyensúlyi megoldás esetén a magánvállalat jobban járna egy első időszaki  $k'_A = k_A - \varepsilon > 1-p_A^d$  kapacitás választásával, mivel a (15) által adott  $p_A^d$  ár – az érvényességi tartományán belül – független a  $k_A$  értékétől, és így második időszaki árcsökkenés nélkül – a felesleges kapacitáskiépítési költség megtakarításán keresztül – a magánvállalat egyoldalúan növelhetné a profitját. Tehát az erős magánvállalat tartományában lévő egyensúlyi megoldásra szükségszerűen  $k_A \leq 1-p_A^d$ . Meg kell jegyeznünk, hogy az erős magánvállalat és  $k_A > 1-p_A^d$  tartományban lévő kapacitások halmaza

$$K_2^d = \left\{ (k_A, k_B) \in [0,1]^2 \mid k_B \geq 1-2k_A \quad \text{és} \quad \left(k_A - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}(k_B - 1)^2 > \frac{1}{4} \right\},$$

amely az egységnégyzetből egy háromszög és egy ellipszis által kivágott terület. Jelölje

$$K_1^d = \left\{ (k_A, k_B) \in [0,1]^2 \mid k_B \geq 1-2k_A \quad \text{és} \quad \left(k_A - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}(k_B - 1)^2 \leq \frac{1}{4} \right\}$$



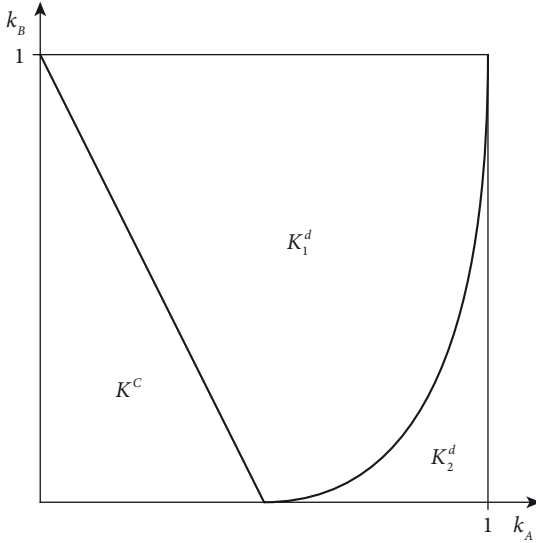
a kapacitások azon tartományát, amelyen a (14) szerint határozódik meg az egyensúlyi ár, valamint

$$K^c = \left\{ (k_A, k_B) \in [0,1]^2 \mid k_B < 1 - 2k_A \right\}$$

a gyenge magánvállalatot eredményező kapacitások tartományát. A három tartományt a 3. ábra szemlélteti.

3. ábra

Kapacitástartományok



Egyensúlyi kapacitások meghatározása

Az árazási részjáték megoldását figyelembe véve, a  $(k_A, k_B)$  első időszaki kapacitásválasztás esetén

$$\pi_A(k_A, k_B) = \begin{cases} p_A^d k_A - c_A k_A, & \text{ha } (k_A, k_B) \in K_1^d \cup K_2^d, \\ p^c k_A - c_A k_A, & \text{ha } (k_A, k_B) \in K^c \end{cases} \tag{16}$$

a magánvállalat profitfüggvénye, és

$$\pi_B(k_A, k_B) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 + p_A^d)(1 - p_A^d) - c_A k_A - c_B k_B, & \text{ha } (k_A, k_B) \in K_1^d \cup K_2^d, \\ \frac{1}{2}(1 + p^c)(1 - p^c) - c_A k_A - c_B k_B, & \text{ha } (k_A, k_B) \in K^c \end{cases} \tag{17}$$

az állami vállalat kifizetőfüggvénye. A rövidség kedvéért a vállalatok kifizetőfüggvényeibe még nem helyettesítettük be a  $p_A^d$  és a  $p^c$  helyébe a kapacitásoktól függő előző szakaszban levezetett kifejezéseket.

Mivel az előző szakaszban megmutattuk, hogy a  $K_2^d$ -beli kapacitások nem lesznek egyensúlyiak, ezért a kifizetőfüggvényeket e tartományokon nem értékeljük ki. Mint a 3. ábrából látható, a  $K^c$  és a  $K_2^d$  tartományok határai egy pontra redukálódnak. Mivel a  $K_1^d$ -beli megoldások dominálják a  $K_2^d$ -beli megoldásokat, elegendő a  $K_1^d$  és  $K^c$  tartományokkal foglalkoznunk.

A (16) és (17) kifizetőfüggvények<sup>10</sup>

$$\pi_A(k_A, k_B) = \begin{cases} \left( \frac{1-k_B}{2} \right)^2 - c_A k_A, & \text{ha } (k_A, k_B) \in K_1^d, \\ (1-k_A-k_B)k_A - c_A k_A, & \text{ha } (k_A, k_B) \in K^c, \end{cases}$$

$$\pi_B(k_A, k_B) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{1}{k_A^2} \frac{(1-k_B)^4}{16} \right] - c_A k_A - c_B k_B, & \text{ha } (k_A, k_B) \in K_1^d, \\ \frac{1}{2} \left[ 1 - (1-k_A-k_B)^2 \right] - c_A k_A - c_B k_B, & \text{ha } (k_A, k_B) \in K^c \end{cases}$$

és a parciális deriváltjaik

$$\frac{\partial}{\partial k_A} \pi_A(k_A, k_B) = \begin{cases} -c_A, & \text{ha } (k_A, k_B) \in \text{int}(K_1^d), \\ 1-2k_A-k_B-c_A, & \text{ha } (k_A, k_B) \in \text{int}(K^c), \end{cases}$$

$$\frac{\partial}{\partial k_B} \pi_B(k_A, k_B) = \begin{cases} \frac{(1-k_B)^3}{8k_A^2} - c_B, & \text{ha } (k_A, k_B) \in \text{int}(K_1^d), \\ 1-k_A-k_B-c_B, & \text{ha } (k_A, k_B) \in \text{int}(K^c) \end{cases}$$

a  $K_1^d$  és  $K^c$  tartományokon.<sup>11</sup> Mivel a  $\pi_A$  a  $K_1^d$ -ben bármely rögzített  $k_B$ -re, a fent meghatározott  $\partial \pi_A / \partial k_A$  negativitása miatt  $k_A$ -ban szigorúan csökkenő, ezért következik, hogy az állami vállalat tetszőleges  $k_B$  kapacitás választása esetén sem választ a magánvállalat olyan  $k_A$  kapacitást, amellyel  $(k_A, k_B) \in \text{int}(K_1^d)$ . Ezért az egyensúlyi kapacitáspárnak  $K^c$ -belinek kell lennie. Megoldva az

$$1 - 2k_A - k_B - c_A = 0 \quad \text{és} \quad 1 - k_A - k_B - c_B = 0$$

elsőrendű feltételeket, a

$$k_A^* = c_B - c_A \quad \text{és} \quad k_B^* = 1 + c_A - 2c_B$$

kapacitások adódnak, amelyek valóban  $K^c$ -beliek. Vegyük észre, hogy az egyensúlyi kapacitások pontosan a korábban meghatározott vegyes Cournot-duopólium egyensúlyi outputjaival egyeznek meg. Tehát igaz a következő tétel:

<sup>10</sup> Megjegyzendő, hogy  $(k_A, k_B) \in K^c$  esetén szükségszerűen  $1 - k_A - k_B > 0$ .

<sup>11</sup> Az  $A \subset [0,1]^2$  halmaz belső pontjainak halmazát  $\text{int}(A)$  jelöli.

1. TÉTEL • *Lineáris kereslettel és konstans egységköltséggel jellemezhető aszimmetrikus vegyes duopóliumban érvényes Kreps–Scheinkman [1983] tisztán magánvállalatos duopóliumokra kapott eredménye.*

### Hivatkozások

- BALOGH TAMÁS LÁSZLÓ–TASNÁDI ATTILA [2012]: Does timing of decisions in a mixed duopoly matter? *Journal of Economics*, Vol. 106. No. 3. 233–249. o.
- BEATO, P.–MAS-COLELL, A. [1984]: The marginal cost pricing as a regulation mechanism in mixed markets. Megjelent: *Marchand, M.–Pestieau, P.–Tulkens, H.* (szerk.): *The Performance of Public Enterprises*. North-Holland, Amszterdam, 81–100. o.
- BOCCARD, N.–WAUTHY, X. [2000]: Bertrand competition and Cournot outcomes: further results. *Economics Letters*, Vol. 68. No. 3. 279–285. o.
- BOCCARD, N.–WAUTHY, X. [2004]: Bertrand competition and Cournot outcomes: a correction. *Economics Letters*, Vol. 84. No. 2. 163–166. o.
- CREMER, H.–MARCHAND, M.–THISSE, J.-F. [1989]: The Public Firm as an Instrument for Regulating an Oligopolistic Market. *Oxford Economic Papers*, 41. No. 2. 283–301. o.
- DAVIDSON, C.–DENECKERE, R. [1986]: Long-Run Competition in Capacity, Short-Run Competition in Price, and the Cournot Model. *Rand Journal of Economics*, Vol. 17. No. 3. 404–415. o.
- DE FRAJA, G.–DELBONO, F. [1989]: Alternative Strategies of a Public Enterprise in Oligopoly. *Oxford Economic Papers*, Vol. 41. No. 1. 302–311. o.
- DE FRUTOS, M.-A.–FABRA, N. [2011]: The role of demand uncertainty. *International Journal of Industrial Organization*, Vol. 29. No. 4. 399–411. o.
- GEORGE, K.–LA MANNA, M. M. A. [1996]: Mixed Duopoly, Inefficiency, and Public Ownership. *Review of Industrial Organization*, Vol. 11. No. 6. 853–860. o.
- HARRIS, R. G.–WIENS, E. G. [1980]: Government enterprise: an instrument for the internal regulation of industry. *Canadian Journal of Economics*, Vol. 13. No. 1. 125–132. o.
- KREPS, D. M.–SCHEINKMAN, J. A. [1983]: Quantity Precommitment and Bertrand Competition Yields Cournot Outcomes. *Bell Journal of Economics*, Vol. 14. No. 2. 326–337. o.
- LEPORE, J. J. [2012]: Cournot outcomes under Bertrand-Edgeworth competition with demand uncertainty. *Journal of Mathematical Economics*, Vol. 48. No. 3. 177–186. o.
- LOERTSCHER, S. [2008]: Market Making Oligopolies. *Journal of Industrial Economics*, Vol. 56. No. 2. 263–289. o.
- MERRILL, W. C.–SCHNEIDER, N. [1966]: Government Firms in Oligopoly Industries: A Short-run Analysis. *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 80. No. 2. 400–412. o.
- REYNOLDS, S. S.–WILSON, B. J. [2000]: Bertrand-Edgeworth Competition, Demand Uncertainty, and Asymmetric Outcomes. *Journal of Economic Theory*, Vol. 92. No. 1. 122–141. o.
- VIVES, X. [1999]: *Oligopoly Pricing: Old Ideas and New Tools*. MIT Press, Cambridge MA.
- WU, X.-w.–ZHU, Q.-T.–SUN, L. [2012]: On equivalence between Cournot competition and the Kreps–Scheinkman game. *International Journal of Industrial Organization*, Vol. 30. No. 1. 116–125. o.