KÖZGAZDASÁGI SZEMLE, LX. ÉVF., 2013. ÁPRILIS (402–430. o.)

SIMONOVITS ANDRÁS

Egyszerű paternalista transzfermodellek családja

Egy olyan általános modellcsaládot elemzünk, amelybe több érdekes *egyszerű* transzfer- (adó- és nyugdíj-) modell is belefér. A közös keret a statikus kétnemzedékes modell, amelyben a felnőtt életpálya első szakaszában az egyének dolgoznak, a második szakaszban nyugdíjban vannak. A kormányzat egy átlagban kiegyensúlyozott lineáris transzferrendszert működtet, esetenként plafonokkal. Az egyének különböző szempontokból optimalizálhatják helyzetüket: önkéntesen megtakaríthatnak adókedvezményekkel; kedvezmények nélkül, ha nyugdíjjóváírást élveznek, vagy járulékalap plafonjával szembesülnek; eldönthetik, hogy mennyit dolgoznak, és mennyi keresetet vallanak be. Az egyének tipikusan rövidlátók, emiatt magukra hagyva az optimálisnál rosszabbul döntenének. A társadalmilag optimális paternalista transzferrendszer tulajdonságait vizsgáljuk.*
Journal of Economic Literature (JEL) kód: H24, I31, J22, J26.

Az utóbbi években számos egyszerű transzfermodellt vizsgáltam (néha társszerzőkkel), szinte egymástól függetlenül. Az *egyszerű* jelző itt azt jelenti, hogy mindent elhanyagolunk, amit csak lehet. A transzfer pedig az adó- és főleg a nyugdíjrendszerre utal. Némi túlzással csak utólag fedeztem fel közös jellemzőiket: *1.* statikusak, azaz csak az egy időszakban (évben) született populációt vizsgálják; *2.* eltekintenek a reálkereset és a reálnyugdíj változásától az egyéni életpályákon; *3.* a szereplők keresete vagy más jellemzői heterogének; *4.* az adó- és nyugdíjrendszer szabályai erősen befolyásolják az egyének viselkedését: mennyi munkát vállalnak, mennyi pénzt takarítanak meg, mennyi keresetet vallanak be stb.; *5.* a transzfer nem befolyásolja a magánjellemzők értékét; *6.* a paternalista kormányzat – felülírva a rövidlátó egyének szempontjait – egy leszámítolás nélküli társadalmi jóléti függvényt maximalizálva állapítja meg az adó- és nyugdíjszabályokat. Emlékeztetjük az olvasót, hogy a hagyományos – nem paternalista – társadalmi jóléti függvény az egyéni hasznosságfügg-

* A kutatást az OTKA K67853. számú pályázata támogatta. Hálás vagyok azoknak, akik a modellcsaládot alkotó cikkeim megírásában segítettek, és külön *Kovács Erzsébetnek* és *Muraközy Balázsnak* a jelen cikk írásához adott hasznos tanácsaiért.

Simonovits András, MTA KRTK Közgazdaság-tudományi Intézet, BME Matematikai Intézet és CEU Economics Department (e-mail: simonovits.andras@krtk.mta.hu).

vények aggregálásával keletkezik. (*Mike–Szalai* [2010] érdekes válogatást ad a puha paternalizmus melletti és elleni érvekről.)

Természetesen nem én vizsgáltam az első és egyetlen ilyen modelltípust; de most úgy érzem, érdemes áttekintést adni az eddigi eredményekről. Két egyszerű modellt emelek ki, amelyek (részben) megelőzték saját modelljeimet: *Feldstein* [1987] és *Cremer és szerzőtársai* [2008]. A hasonló, de bonyolult – dinamikus és részletes korosztályi szerkezetű – modellek közül csak csak néhányat említek: *Auerbach–Kotlikoff* [1987], *Fehr–Habermann* [2008] és *Sefton és szerzőtársai* [2008].

A közös modellkeretről egyelőre keveset mondhatunk. Adott transzferszabályok esetén meghatározhatók az egyéni optimumok és ezek függése az egyéni és transzferparaméterek értékeitől. A mérlegegyenletbe behelyettesítve az egyéni optimumokat, általános egyensúlyi modellt kapunk, amelyet gyakran nehéz megoldani. Végül egy paternalista társadalmi jóléti függvényt maximalizálva, a kormány kiszámíthatja az optimális transzferszabályokat. Modelljeink nagyon egyszerű keretben és egyszerű érveléssel a nyugdíjrendszer néhány fontos problémáját mutatják meg, és képesek eloszlatni néhány gyakori félreértést.

Érdekes kompromisszum *Andersen* [2012] egyszerű dinamikus modellje, amely a nagyobb megtakarítás vagy továbbszolgálás kérdését vizsgálta. Megemlítjük még a transzferek biztosítási tulajdonságát tanulmányozó *Varian* [1980]-t, amely szintén egyszerű és statikus.

Az *1. táblázatban* áttekintjük, hogy az itt szereplő modellek milyen feltevéscsoportot alkalmaznak. A modelleket növekvő bonyolultsági sorrendben tárgyaljuk. A jobb érthetőség kedvéért saját modelljeimre és a feltevésekre egy-egy kulcsszóval hivatkozom. A biztonság kedvéért azonban itt megadom a rövidítések feloldását.

A modellek és feltevések rövidítésével kezdjük. A + jel arra utal, hogy a jelzett feltevés heterogén jelenlétet vagy endogén meghatározottságot jelent; a – jel vi-

1. táblázat
Modellek és feltevések

Modell	Feltevések			
	munkakínálat	bevallás	megtakarítás	nemlinearitás
Feldstein [1987]	–	–	+	+
Cremer és szerzőtársai [2008]	+	–	+	–
Önkéntes nyugdíj (*Simonovits* [2009*b*])	–	–	+	+
A nyugdíjjárulék-alap plafonja (*Simonovits* [2012])	–	–	+	+
Munkakínálat (*Simonovits* [2013*a*])	+	–	–	–
Bevallás (*Simonovits* [2009*a*])	–	+	+	–
Jóváírás (*Simonovits* [2011]	+	–	+	+

Megjegyzés: a + jel arra utal, hogy a jelzett feltevés heterogén jelenlétet vagy endogén meghatározottságot jelent; a – jel viszont ellenkezőleg, a feltevés homogenitására vagy exogén meghatározottságra utal.

szont ellenkezőleg, a feltevés homogenitására vagy exogén meghatározottságra utal. Munkakínálat: az éves munkaidő endogén; bevallás: a bevallott kereset endogén; megtakarítás: létezik életpálya-magánmegtakarítás, és a megtakarításmodellben megkülönböztetjük az adókedvezményekkel támogatott és nem támogatott fajtáját (a támogatott megtakarítást eufemizmussal tagdíjnak nevezik); nemlinearitás: a szabályok nemlineárisak, főként mert bizonyos felső korlátok (plafonok) felett a lineáris szabály megszűnik.

Az áttekintés során kevés figyelmet fordítunk az egyes modellek sajátosságaira, inkább a hasonlóságokat hangsúlyozzuk. Távirati stílusban azonban érdemes már itt összefoglalni az egyes modellek tartalmát és magyar adatokkal konkretizálni a problémák súlyát.

a) Gyakran a kötelező nyugdíjrendszer mellett vagy helyett *önkéntes nyugdíjrendszer* működik. Az adókedvezmények finanszírozási igényeit figyelembe véve azonban korántsem tűnik olyan vonzónak az önkéntes nyugdíjrendszer. Magyarországon 2009-ben a módosabbak által befizetett 100 milliárd forinthoz a költségvetés még 50 milliárdot hozzátett, miközben az állami nyugdíjkiadások nem csökkentek.

b) A járulékalap plafonja képes arra, hogy a plafon felett keresők tényleges nyugdíjjárulékát lecsökkentse, és ezáltal teret adjon a hatékonyabb magánmegtakarításnak. 2013. január 1-jéig a hazai bruttó bér 3,3-szorosa felett nem kellett a 10 százalékos munkavállalói járulékot fizetni, viszont a járadék is korlátozva volt, tehát a 24 százalékos munkáltatói járulék közgazdaságilag személyi jövedelemadónak volt tekinthető. Mostantól a korlát megszűnik, és nemzetközileg páratlan megoldásként a nyugdíj sem lesz korlátos. Modellemben ez hosszú távon akár 0,7 százalékos jóléti csökkenést is előidézhet.

c) A transzferrendszer optimális tervezésekor nem szabad elhanyagolni a munkakínálat rugalmasságát, s ezen belül több figyelmet érdemel az időskori megélhetés biztosítása, mint a keresetkülönbségek kiegyenlítése. Ez nagyon ingoványos terület, s csak azt rögzítem, hogy a hozzánk sok szempontból hasonló Csehországban sikerrel működik egy majdnem tisztán alapnyugdíjas rendszer.

d) Az adójóváíráshoz hasonlóan a nyugdíjjóváírás is rugalmas: képes áthidalni az alap- és a rászorultsági nyugdíj közti különbségeket. Például meg lehetne emelni a nyomorúságos havi 28 500 forintos minimális nyugdíjat, és a munkanyugdíj emelkedésével párhuzamosan elvonni a munkanyugdíj felét. Ekkor 59 ezer forintos munkanyugdíjnál eltűnne a támogatás.

e) Az adómorálon (*Frey–Weck-Hannemann* [1984]) alapuló keresetbevallási modell kiterjeszti a közösségi fogyasztást fedező optimális adómodellt a nyugdíjrendszerre is. (Itt jelzem, hogy *Garay–Simonovits–Tóth* [2011] a járulékbevallásnál egyszerűbb adóbevallás dinamikáját elemezte hagyományos eszközökkel, míg *Méder–Simonovits–Vincze* [2012] a sokkal rugalmasabb ágensalapú modellezéssel vizsgálta az adómorál és az adóbevallás kapcsolatát.) Ez még ingoványosabb terület, mint a munkakínálat, de különösen fontos az átmeneti gazdaságokban.

Végül néhány szót az elemzésből kimaradt *kötelező magánnyugdíj-rendszerről* (vö. *Simonovits* [2002] 15. fejezet), amit Magyarországon 1998 elején vezettek be. Lényegében 2010 végén a jelenlegi kormányzat felszámolta. Sokak számára ez a tőkésített magánrendszer (amely durván számítva a teljes nyugdíj egynegyedét fizette volna) volt a magyar nyugdíjreformok csúcsa, és elsiklottak afelett, hogy az átmenet hosszú évtizedei alatt az elvileg hatékonyabb rendszerbe befizetett járulékok minden forintját a költségvetésnek – újabb adókból vagy inkább külföldi hitelekből – pótolnia kellett volna, hogy fedezze a tb-nyugdíjból hiányzó összeget.

Felvetődik a természetes kérdés: miért nem egyesítjük az összes bonyodalmat egyetlenegy modellbe. Válaszunk: az egyesítés csak bonyolultabbá tenné a modellt, de alig kerülnénk közelebb a valósághoz: a dinamika kimaradna, a kereseti és nyugdíjfolyamatok részletei továbbra is homályban maradnának.

A dinamika kizárása három komoly tényezőt hanyagol el: *a)* a népességöregedés és a termelékenységnövekedés ellentmondása kimarad; *b)* a gyakran változó kormányzati politika (nemcsak Magyarországon, de például Nagy-Britanniában is) nagyon meggyengíti az ösztönzést; *c)* képtelenek vagyunk modellezni az áttérést az egyik rendszerből a másikba.

Végül utalunk a társadalmi jóléti megközelítés alternatívájára, a politikai gazdaságtanra. Például a mediánszavazó megközelítés szerint a középen állók preferenciája valósul meg (nyugdíjmodellezésben a magyar irodalomban *Simonovits* [2003] alkalmazta először).

A tanulmány további részének a szerkezete a következő. Három bevezető modellel indítunk: *1.* az újraelosztás korlátai rugalmas munkakínálat esetén; *2.* az elégtelen magánmegtakarítás és a kötelező nyugdíjrendszer viszonya; *3.* a nemzedékeken belüli és közötti teljes újraelosztás gyakorlati lehetetlensége. Ismertetjük a közös modellkeretet, és vázoljuk a felsorolt modelleket a közös specifikáció Prokrusztész-ágyában. Majd visszatérünk az eredeti cikkek fővonalához: a leszámítolt Leontief-függvényekhez és a keresetek folytonos Pareto-eloszlásához az optimális nyugdíjplafon kiszámítására stb. (Ez utóbbiak összehasonlításából kiviláglik. hogy eredményeink mennyire érzékenyek a modellek látszólag lényegtelen részleteire.) Tanulmányunkat a következtetések bemutatásával zárjuk. A *Függelék* tartalmazza a modellek jelöléseit.

Bevezető modellek

Bevezetésként a három *legegyszerűbb* paternalista transzfermodellt mérlegeljük: az első a munkajövedelem-újraelosztással, a második a nyugdíjjal, a harmadik a kettővel együtt foglalkozik.

Jövedelemelosztás rugalmas munkakínálattal

A jövedelemelosztás statikus modelljét tanulmányozzuk, ahol csupán két típus létezik: L alacsony munkabérű, H magas munkabérű. (A Pareto-eloszlás című alfejezetben viszont bemutatunk egy folytonos időbéreloszlást.) Ellentétben a marxi kommunizmusképpel (a teljes újraelosztással), itt a rugalmas munkakínálat korlátozza a célszerű jövedelem-újraelosztást.

Legyen w egy típus munkabére, T a munkaidőalapja (azaz egy időegység alatt maximálisan ledolgozható munkaidő) és l a megfelelő munkakínálata, azaz $0 < l < T$ és wl a keresete. Legyen θ az egykulcsú jövedelemadó kulcsa, $0 \le \theta \le 1$. Bevezetve a $\bar{\theta} = 1 - \theta$ komplementer adókulcs és $\gamma =$ alapjövedelem jelölést, fogyasztása

$$c = \gamma + \bar{\theta} wl.$$

Az optimális munkakínálat meghatározásához szükségünk lesz a szabadidő és a fogyasztás relatív hasznosságának együtthatójára: ξ. Ekkor a Cobb–Douglas-hasznosságfüggvény

$$U(w, c, l) = \log c + \xi \log (T - l).$$

Behelyettesítéssel adódik a *redukált* hasznosságfüggvény, amely csak a munkakínálati döntés függvénye:

$$U^*(w, l) = \log (\gamma + \bar{\theta} wl) + \xi \log (T - l), \qquad \bar{\theta} = 1 - \theta.$$

A hasznosságfüggvény szigorú konkavitása miatt az optimális munkakínálatnál a határhaszon–munkakínálat-függvény nullává válik:

$$0 = U_l^{*\prime}(w, l) = \frac{\bar{\theta} w}{\gamma + \bar{\theta} wl} - \frac{\xi}{T - l}.$$

Ezzel eljutottunk a következő tételhez.

1. TÉTEL • *Az adórendszerben az optimális munkakínálat*

$$l_w = \frac{T - \xi\gamma/(\bar{\theta} w)}{1 + \xi} > 0, \qquad \bar{\theta} wT > \xi\gamma.$$

Ez a tétel azért hasznos, mert megmutatja, hogy – egyébként változatlan körülmények mellett – az optimális munkakínálat növekvő függvénye az időbérnek, és csökkenő függvénye a szabadidő paraméternek, az adókulcsnak és az alapjövedelemnek.

Az egyéni optimumok meghatározása után a makroszférát vizsgáljuk. Jelölje $\mathbf{E}$ az időbéreloszlás várható értékének operátorát, ekkor az adóegyenleg:

$$\gamma = \theta \mathbf{E}(wl).$$

Általános egyensúlyi feladatba ütköztünk, hiszen az egyéni munkakínálat függ az adórendszer paramétereitől, és a makroparamétereket az egyéni döntések kapcsolják össze. Ebben a speciális esetben azonban az adódó fixpont-feladat könnyen megoldható.

Egységnyinek választva az átlagidőbért: $\mathbf{E}(w) = 1$, adódik a kiegyensúlyozott alapjövedelem:

$$\gamma(\theta) = \frac{T}{(1 + \xi)\theta^{-1} + \xi\bar{\theta}^{-1}}.$$

Számolás nélkül is várható, hogy a társadalmilag optimális adókulcs csökkenő függvénye a szabadidő-paraméternek. Kvantitatív elemzésben ennél többre vagyunk kíváncsiak. Elvileg analitikusan is meghatározhatnánk az optimális adórendszer paraméterértékeit, de célszerűbb lesz numerikus szemléltetéshez folyamodni. $T = 1$, az időbérek jele $w_L < w_H$, a két típus súlya a népességben: f_L és f_H, $f_L + f_H = 1$. Mivel az átlagidőbér 1, ezért $w_H = (1 - f_L w_L)/f_H$. Jellegzetesen egyenlőtlen eloszlással érdemes szemléltetni a kérdéseket, ezért $f_L = 2/3$ és $f_H = 1/3$, ahol $w_L = 0{,}5$ és $w_H = 2$.

A *2. táblázatban* bemutatjuk, hogyan függ a társadalmi optimum a szabadidő-paraméter értékétől.

2. táblázat
A szabadidő-paraméter hatása a társadalmi optimumra

Szabadidő-paraméter	Adókulcs	Alap-jövedelem	Alacsony keresetűek munkakínálata	Magas keresetűek munkakínálata	Alacsony keresetűek fogyasztása	Magas keresetűek fogyasztása	Fogyasztási hányados
(ξ)	(θ^*)	(γ^*)	(l_L^*)	(l_H^*)	(c_L^*)	(c_H^*)	(c_H^*/c_L^*)
0,0	1,00	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,1	0,55	0,450	0,727	0,864	0,614	1,227	2,000
0,2	0,49	0,352	0,603	0,776	0,506	1,143	2,260
0,4	0,43	0,253	0,461	0,651	0,384	0,995	2,590
0,6	0,40	0,200	0,375	0,563	0,313	0,875	2,800
1,0	0,38	0,145	0,265	0,441	0,228	0,693	3,042

Figyeljük meg, hogy a teljes újraelosztás ($\theta^* = 1$) csak akkor optimális, ha a szabadidő értéke nulla: $\xi = 0$. Már a kicsiny $\xi = 0{,}1$ együtthatóérték esetén az optimális adókulcs $\theta^* = 0{,}55$-ra és az alapjövedelem γ^*=0,45-ra süllyed, hiszen a megfelelő munkakínálat 0,73-ra, illetve 0,86-ra csökken.

Áttérünk a 2. bevezető modellünkre.

Megtakarítás vagy nyugdíj?

A modern társadalmak egyik központi kérdése: hogyan biztosítsák az egyre tovább élő egyének elfogadható időskori megélhetését. Önkéntes megtakarítással vagy kötelező nyugdíjrendszerrel? Két ellentétes hatást kell mérlegelni: az önkéntes megtakarítás általában hatékonyabb, de gyakran elégtelen.

Az egész társadalmat egyetlen típus képviseli. Legyen c és d a fiatal- és időskori fogyasztás, valamint a leszámítolási tényező δ $(0 < \delta < 1)$. A Cobb–Douglas-féle életpálya-hasznosságfüggvény

$$U_\delta(c, d) = \log c + \delta \log d,$$

ahol a δ alsó index az egyéni leszámítolási tényező meghatározó szerepére utal. A dolgozó csak az első időszakban dolgozik, keresete egységnyi, amelyből idős korára megtakarít s-t. Legyen ρ az a kamattényező, amely az s megtakarításból időskorra ρs

tőkét képez, amely elfogyasztható. Ekkor egy olyan hasznosságfüggvényt kapunk, nevezzük redukált Cobb–Douglas-hasznosságfüggvénynek, amelyre a hasznosság csak a megtakarítás függvénye:

$$U_\delta[s] = \log(1-s) + \delta\log(\rho s).$$

A maximális hasznosságot az a megtakarítás adja, amelyre a hasznosságfüggvény deriváltja nulla:

$$U_\delta'[s] = -\frac{1}{1-s} + \frac{\delta\rho}{\rho s} = 0, \quad \text{azaz} \quad s_\delta = \frac{1}{1+\delta^{-1}} < \frac{1}{2}.$$

Ekkor az optimális fogyasztási pár

$$c_\delta = \frac{\delta^{-1}}{1+\delta^{-1}}, \quad \text{és} \quad d_\delta = \frac{\rho}{1+\delta^{-1}}.$$

Érdemes két speciális kamattényezőre felírni az időskori fogyasztást:

$$d_\delta = \frac{1}{1+\delta^{-1}} < c_\delta, \quad \text{ha} \quad \rho = 1$$

és

$$d_\delta = \frac{\delta^{-1}}{1+\delta^{-1}} = c_\delta, \quad \text{ha} \quad \rho = \delta^{-1}.$$

Tegyük fel, hogy $1 < \rho < 1/\delta$, és a paternalista kormányzat sokallja a rövidlátás mértékét, azaz kevesli a megtakarítást. Ekkor az önkéntes megtakarítás helyére paternalista módon τ nyugdíjjárulék lép, és a nyugdíj τ. A paternalista hasznosságfüggvényben nincs leszámítolás (ezért a δ helyére 1-es alsó index kerül):

$$V_1[\tau] = \log(1-\tau) + \log\tau.$$

A társadalmilag optimális járulékkulcs kielégíti a következő egyenletet:

$$V_1'[\tau] = -\frac{1}{1-\tau} + \frac{1}{\tau} = 0, \quad \text{azaz} \quad \tau_1 = \frac{1}{2}.$$

Látható, hogy ebben a bevezető modellünkben a nyugdíjrendszer nagyobb megtakarítást kényszerít ki, mint az önkéntes rendszer: $\tau > s_\delta$. Kérdés: a paternalista szemléletben milyen paraméterértékekre jobb az állami nyugdíj, mint a magánrendszer? A magánrendszer paternalista értéke

$$U_1[s_\delta] = \log(1-s_\delta) + \log(\rho\delta s_\delta),$$

és az állami rendszeré

$$V_1[\tau_1] = \log(1-\tau_1) + \log\tau_1 = -2\log 2.$$

Könnyű belátni, hogy az $U_1(\delta)$ függvény növekvő. Innen már némi számolással belátható a 2. tétel.

2. TÉTEL • *Minden* $0 < \delta < 1$ *leszámítolási tényezőre létezik olyan* $1 < \rho_\delta < 1/\delta$ *kritikus kamattényező, amelynél kisebb/nagyobb kamattényezőre a magánrendszer hasznossága kisebb/nagyobb, mint az államié. Képletben:*

$$U_1[s_\delta] < V_1[\tau_1], \text{ ha } \rho < \rho_\delta$$

és

$$U_1[s_\delta] > V_1[\tau_1], \text{ ha } \rho > \rho_\delta.$$

Ez a megállapítás azt mondja, hogy ebben a bevezető modellünkben a kötelező nyugdíjrendszernek akkor és csak akkor van jóléti értelme, ha a reprezentatív egyén rövidlátásához képest a magánmegtakarítás hatékonysága csak korlátozottan múlja felül az államiét. A kritikus kamattényező nyilván csökkenő függvénye a leszámítolási tényezőnek.

E bevezető modell összes hiányossága ellenére érdemesnek látszik a *3. táblázatban* szemléltetni, hogyan változik éves szinten a kritikus kamattényező a leszámítolási tényező függvényében: ezek a mutatók rendre a 30 éves leszámítolási és kamattényezők 30-adik gyökei. Az első sorban 5 százalékos éves leszámítolási ráta esetén a kritikus kamatláb 1,8 százalékos: ennél kisebb hozam esetén érdemes erőltetni a nyugdíj-megtakarítást, és értelemszerűen ennél nagyobb hozam esetén nem érdemes. A többi sorban egyre csökken a kritikus érték.

3. táblázat

Önállóság és paternalizmus, éves szinten

Diszkonttényező	Kritikus kamattényező	Dolgozói fogyasztás	Nyugdíjas fogyasztás
$[\delta(1)]$	$[\rho(1)_{\delta(1)}]$	(c^*_δ)	(d^*_δ)
0,95	1,018	0,823	0,304
0,96	1,012	0,773	0,324
0,97	1,007	0,714	0,350
0,98	1,003	0,647	0,387
0,99	1,001	0,575	0,435
1,00	1,000	0,500	0,500

Röviden megfogalmazzuk a 3. elemi modellt.

Teljes újraelosztás

Végül érdekes szélsőségként röviden megfogalmazzuk a marxi kommunizmuskép (a teljes újraelosztás) modelljét: rugalmatlan munkakínálat és nulla kamatláb esetén a teljes újraelosztás társadalmilag optimális. Képletekre nincs is szükség; minden jövedelmet elvon a kormányzat, és mindenki ugyanazt a transzfert kapja: a dolgozók adó-visszatérítésként, a nyugdíjasok alapnyugdíjként.

A továbbiakban ezt a problémakört bontjuk ki úgy, hogy többféle időbérű és leszámítolású egyént feltételezünk, különféle munkakínálati és bevallási hajlamokkal.

A közös modellkeret

A közös modellkeretben megkülönböztetjük a mikro- és a makrooldalt. A modellben először megjelenő mennyiségek általában pozitívak (esetleg nullák) és a függvények simák (kétszer differenciálhatók). A számítások leegyszerűsítése céljából mindvégig feltesszük, hogy a népesség és a gazdaság stacionárius, valamint nincs infláció.

Mikromodell

Az itt leírt modell *Simonovits* [2002] (*A* függelék) általános modell két időszakos konkretizálása. Jelölje az $n + 1$-dimenziós valós elemű $\mathbf{p}$ vektor egy dolgozótípus egyéni jellemzőit (például időbérét, leszámítolási tényezőjét, várható élettartamát stb.), és az N-dimenziós valós elemű q vektor a nyugdíjrendszer jellemzőit (például a nyugdíjjárulékkulcsot, a nyugdíjszorzót stb.). Az adott típus egységnyi ideig dolgozik, majd μ, $0 < \mu \leq 1$ hosszúságú ideig nyugdíjban van. (Szakítunk azzal az általános – a 2. bevezető példánkban is alkalmazott, de statikus modellben felesleges – megszorítással, hogy az egyén ugyanannyi időt tölt munkaviszonyban, mint nyugdíjban.) Ekkor a nyugdíj és az időskori fogyasztás időegységre számítódik. A típus fiatalkori fogyasztása c, időegységre jutó időskori fogyasztása d. Ezek az egyéni és kormányzati jellemzők mellett még saját x döntésétől függenek, amely k-dimenziós vektor. Az egyes modellekben a döntési változók rendre: bevallás, megtakarítás (azon belül a támogatott megtakarítás), munkakínálat stb.

Érdemes bevezetni a fiatalkori és az időskori hasznosságfüggvényt: $u_1(\mathbf{p}, q, x, c)$ és $u_2(\mathbf{p}, q, x, d)$. Mivel a kötelező nyugdíjrendszer egyik fő oka az egyének rövidlátása, ezért a magánjellemzők közül kiemeljük a δ leszámítolási tényezőt, azaz $\mathbf{p} = (p, \delta)$ a magánjellemzők vektora, ahol p egy n-dimenziós vektor. Ekkor az életpálya-hasznossági függvény:

$$U(p, \delta, q, x, c, d) = u_1(p, q, x, c) + \mu\delta u_2(p, q, x, d).$$

Elvont modellünkben a fogyasztás–döntés-kapcsolat a következő:

$$c = c(p, \delta, q, x) \quad \text{és} \quad d = d(p, \delta, q, x).$$

Például a τ járulékkulcs miatt a w teljes keresetből csak $(1 - \tau)w$ nettó kereset folyik be a fiatalkori fogyasztásba. Ezt tovább csökkentheti a dolgozói döntés az $l < 1$ munkaidőről: az l munkakínálat esetén $(1 - \tau)wl$ nettó keresetre. Az időskori fogyasztás elsősorban a nyugdíjon alapul. Vagy ha a támogatott r megtakarítást a kormányzat

α támogatási kulcs szerint kiegészíti, amelyet θ adókulcsú adóból fedez, míg a többit (jele: s) nem, akkor a fiatalkori fogyasztás csökken $r + s + \theta w$-vel, míg az időskori fogyasztás kiegészül $(1 + \alpha)r + s$ valamilyen függvényével (amely a kamattényezőtől és a nyugdíj–munka szakasz hosszától függ). Az igényesebb modellekben a dolgozó hasznossága kisebb az azonos fogyasztású nyugdíjasénál, hiszen a munka (legalábbis oroszul) – kín. A különbséget a $h(1 - l)$ növekvő függvény adhatja.

Behelyettesítve a két fogyasztási függvényt az életpálya-hasznossági függvénybe, adódik a *redukált hasznosságfüggvény*:

$$U^{*}(p, \delta, q, x) = U[p, \delta, q, x, c(p, \delta, q, x), d(p, \delta, q, x)].$$

A neoklasszikus elméletet követve, feltesszük, hogy az egyén adottnak veszi a kormányzati transzferrendszert, és ennek megfelelően x szerint maximalizálja redukált életpálya-hasznossági függvényét:

$$U^{*}(p, \delta, q, x) \rightarrow \max.$$

Bevezetjük az egyéni és kormányzati jellemzők együttes $n + 1 + N$-dimenziós vektorát: $P = (p, \delta, q)$. Ekkor a matematikai analízis szerint igaz a 3. tétel.

3. TÉTEL • *a) A lokálisan optimális $x(P)$ döntésfüggvényre teljesül*

$$U_x^{*\prime}(P, x) = 0.$$

b) Feltéve, hogy a k-rendű $U_{xx}^{*\prime\prime}$ mátrix szigorúan negatív definit, az $x(P)$ döntésfüggvény P paramétervektor szerinti marginális változása

$$x'(P) = \left[U_{xx}^{*\prime\prime}\right]^{-1} U_{xP}^{*\prime\prime}.$$

Szükségünk lesz a továbbiakban az egyén *transzferfüggvényére*, jele: $T(P, x)$.

Ez határozza meg a q kormányzati transzferrendszerben a (p, δ) jellemzőjű típus be- és kifizetésének az egyenlegét.

Elméletileg érdekes speciális eset a *semleges* rendszer, ahol a nettó transzfer minden típusra nulla: $T(P, x) = 0$. Ekkor a társadalmilag nem optimális $x_N(P)$ döntés kielégíti a következő feltételt:

$$L_x' = 0, \quad \text{ahol} \quad L(P, x) = U(P, x) - \lambda(P)T(P, x),$$

és $\lambda(P)$ megfelelő skalár.

Makromodell

Eddig csupán egy típust mérlegeltünk, adott p egyéni jellemzőkkel és δ leszámítolási tényezővel. Most bevezetjük a típusok heterogenitását. Legyen **E** az egyéni jellemzők (tipikusan a kereseté és a leszámítolási tényezőé) várható értékének operátora. Ekkor a bevételek és a kiadások egyensúlyát a következő mérlegegyenlet adja:

$$\mathbf{E}T[p, \delta, q, x(p, \delta, q)] = 0.$$

Egyes modellekben csak egy transzfer (a nyugdíj) szerepel, másokban azonban megjelenik az adó is. Kérdéses, hogy ilyenkor egy egyesített vagy két különálló transzfermérleggel dolgozzunk-e.

Modellcsaládunkban a kormányzat egy *paternalista* utilitarista társadalmi jóléti függvényt maximalizál, ahol az egyéni $\delta < 1$ leszámítolási tényező helyett 1 szerepel; és ψ egy növekvő, konkáv skalár–skalár függvény, amely progresszívvé teszi a társadalmi jóléti függvényt:

$$V(q) = \mathbf{E}\psi\{U^*[p, 1, q, x(p, \delta, q)]\}.$$

(Ha $\psi\ (U) \equiv U$, akkor visszajutunk a tiszta utilitarista társadalmi jóléti függvényhez!)

Ekkor a kormányzat olyan q^* transzferparaméter-vektort választ, amelyre $V(q)$ maximális a mérlegegyenlet mellett. Ismét belső maximumra szorítkozva, és $\mathbf{L}$-lel jelölve a Lagrange-függvényt, valamint a Lagrange-szorzó módszerét alkalmazva, adódik a 4. TÉTEL.

4. TÉTEL • *A társadalmi optimum szükséges feltétele*

$$\mathbf{L}_q{}' = \mathbf{E}\left\{\psi'\left(U^*\right)\frac{dU^*}{dq}\left[p, 1, q^*, x\left(p, \delta, q\right)\right]\right\} - v\mathbf{E}\frac{dT}{dq}\left[p, \delta, q, x\left(p, \delta, q\right)\right] = 0,$$

ahol v egy N-dimenziós vektor és $\mathbf{E}T = 0$ *teljesül.*

Megjegyezzük, hogy N-dimenziós q vektor esetén N független skaláregyenlet adódik.

Ha az A és a B transzferrendszert hasonlítjuk össze jóléti alapon, akkor nem támaszkodhatunk az általuk nyújtott társadalmi jólét számszerű értékére, hiszen maguk a hasznosságfüggvény-skálák is önkényesek. Ehelyett a következő fogást alkalmazhatjuk. Legyen e egy pozitív skalár, és $V_X(e)$ az X rendszer által biztosított jólét értéke, ha a kiindulási kereseteket egységesen e-vel szorozzuk be. Azt mondjuk, hogy az A rendszer hatékonysága e-szerese a B-ének, ha $V_B(e) = V_A(1)$.

Milyen kérdések vizsgálhatók e modellcsalád segítségével? Egy kétkedő bíráló azt mondhatná, hogy ilyen stilizált modellcsaláddal semmilyen érdekes kérdés sem elemezhető. Szerencsére rengeteg ilyen vagy még ennél is stilizáltabb modell és modellcsalád létezik, amellyel – joggal vagy jogtalanul – súlyos következtetéseket vonnak le a közgazdászok. Mielőtt az egyes modellekre jellemző választ adnánk, általánosan azt mondhatjuk, hogy segítségükkel bizonyos téves elképzelések kvalitatív módon cáfolhatók. Például igazolhatjuk, hogy a semleges rendszerek jóléti értelemben rendre alul maradnak az újraelosztókkal szemben. Ugyanakkor bemutathatjuk, hogy a túlzott újraelosztás olyan mértékben ronthatja a hatékonyságot, hogy még a kedvezményezettek is rosszabbul járnak, mintha nem lenne kedvezmény.

Az elmondottakból látható, hogy általában nem számíthatunk szép kerek elméleti eredményekre. Egy idő után be kell kapcsolnunk a számítógépünket, és numerikus szemléltetésre kell hagyatkoznunk, akárcsak a bevezető modellekben tettük. Többféleképp járhatunk el. Az egyik a *nyers erő* módszere: alkalmasan felosztjuk a paramétertartományt, és minden rácspontban kiszámoljuk a mérlegeket, és ahol az eltérés tűrhetetlenül nagy, azt eldobjuk. Nyilvánvaló, hogy a vizsgálandó paraméterek számával hatványozottan nő a számítás időigénye. Takarékosabb a *fokozatos megközelítések* módszere: annyi paramétert tekintünk kötöttnek, ahány transzferkorlátunk van. A többiekre alkalmazzuk a rácsfelosztást, és a kötött változókat a megfelelő transzfermérlegből határozzuk meg. Újra kiszámítjuk az egyéni döntéseket, és addig ismételjük az eljárást, ameddig a pontosság nem lesz kielégítő. Például ha az 1. elemi modellben idegenkednénk a γ kiszámításától, akkor a j-edik lépésben $l_w(\gamma_{j-1})$ munkakínálatok segítségével kiszámítanánk az új γ_j közelítést. (Biztonságosabb, de lassúbb a húrmódszer.) A harmadik módszer: professzionális szoftver alkalmazása, amely általában – de nem mindig – könnyebben és jobban megoldja a feladatot. S ekkor még hátravan a maximum meghatározása.

Az egyes modellek

Most rátérünk az egyes modellek rövid ismertetésére. Gyakran kell numerikus számításokhoz folyamodnunk, és az 1. elemi modellt követve, általában két típust különböztetünk meg, a következő jellemzőkkel: időbér: w_L, w_H, amelyek súlya a népességben f_L és f_H, $f_L + f_H = 1$. Numerikusan 1 várható keresettel: $w_H = (1 - f_L w_L)/f_H$. Jellegzetesen egyenlőtlen eloszlással érdemes szemléltetni a kérdéseket, ezért $f_L = 2/3$ és $f_H = 1/3$, ahol $w_L = 0{,}5$ és $w_H = 2$. A kétnemzedékes modellekben $\mu = 1/2$ időhosszaránnyal dolgozunk.

Önkéntes nyugdíjrendszer

A közgazdaságtan egyik alapelve: az önkéntes részvétel jobb, mint a kötelező. De azt is tudjuk, hogy bizonyos fontos esetekben szükség van a kötelezésre. Például az időskori ellátás biztosításában elkerülhetetlen a kötelező nyugdíjrendszer. (Itt nem kell azzal foglalkoznunk, hogy állami vagy magánrendszer működik.) De magától értetődőnek látszik, hogy érdemes a lehető legkisebbre szabni a kötelezést, és minél nagyobb teret adni az önkéntes nyugdíjrendszernek. Egyetlenegy nehézség jelentkezik: a legtöbb elemző elsiklik afelett, hogy az önkéntes nyugdíjrendszerek adótámogatást élveznek, márpedig az ezt fedező különadókat csak kötelezéssel lehet behajtani. Ezt az elszivárgást a kormányzatok az önkéntes járulékra kirótt $\bar{r}$ *tagdíjplafon* segítségével korlátozzák. Ebben a modellben eltekintünk a társadalombiztosítási és a magánmegtakarítás hatékonysági különbségétől: $\rho = 1$.

Egyelőre csak arányos nyugdíjrendszerre szorítkozunk: $b(w) = \beta w$. (Később tanulmányozunk olyan nyugdíjrendszereket is, amelyben az arányos részt egy rögzített rész egészít ki, kiterjesztve a munkajövedelmek újraelosztását az időskori fogyasztásra is.) Bevezetjük a járulék- és az szja-kulcs összegeként a transzferkulcsot: $t = \tau + \theta$. Az általános keretben említett α, r és s jelölésekkel felírható a fiatalkori és időskori fogyasztás:

$$c = (1 - t)w - r - s \quad \text{és} \quad d = \beta w + \mu^{-1}[r(1 + \alpha) + s].$$

A túlzott leegyszerűsítést elkerülendő, Cobb–Douglas- helyett CRRA-féle hasznosságfüggvénnyel dolgozunk: $u(c) = \sigma^{-1} c^{\sigma}$, ahol $\sigma < 0$. ($\sigma = 0$ esetén visszajutunk a Cobb–Douglas-hasznosságfüggvényhez.) Emellett adottnak vesszük a munkakínálatot is. Ekkor a pozitív megtakarítás esetén a két időszak optimális fogyasztása között teljesül

$$d = c\gamma(\delta, \alpha), \quad \text{ahol} \quad \gamma(\delta, \alpha) = [\delta(1 + \alpha)]^{1/(1-\sigma)}.$$

A valóságot stilizálva és a számításokat egyszerűsítve, itt már feltesszük, hogy az alacsony keresetűek leszámítolási tényezője kisebb, mint a magas keresetűeké:

$$0 \le \delta_L < \delta_H \le 1.$$

A két mérlegegyenlet a következő.

Nyugdíjegyenleg: $\mu\beta\mathbf{E}w = \tau\mathbf{E}w$.

Különadó-egyenleg: $\alpha\mathbf{E}r = \theta\mathbf{E}w$.

Nyilvánvaló, hogy senkinek sem érdemes addig támogatás nélkül megtakarítani, ameddig nem használta ki teljesen a $[0, \bar{r}]$ szakasz megengedett támogatott megtakarítási lehetőségét.

Három „tiszta" rendszert hasonlítunk össze: *1.* a tisztán kötelező rendszert; *2.* az aszimmetrikus rendszert, ahol csak a takarékosak vesznek részt az önkéntes rendszerben; *3.* a szimmetrikus rendszert, amelyben mindkét típus tagjai a keresetükkel arányosan vesznek részt mindkét alrendszerben. A társadalmi jóléti függvényt tekintve, a szimmetrikus önkéntes rendszer egyaránt felülmúlja a tiszta kötelező és az aszimmetrikus önkéntes rendszert, amelyek viszont nagyjából ekvivalensek.

Helytakarékosság miatt csak az aszimmetrikus önkéntes nyugdíjrendszert vizsgáljuk részletesebben, és csupán egyetlenegy esetet emelünk ki a *Simonovits* [2009*b*] 3. tételéből (861. o.). De ehhez definiálni kell azt a δ^{o} kormányzati leszámítolási tényezőt, amely a τ kötelező járulékot adta. Ekkor meghatározható az az α_L fajlagos támogatás, amelyre az L típusnak még épp nem éri meg önkéntes tagdíjat fizetnie: $\delta_L(1 + \alpha_L) = \delta^{o}$.

5. TÉTEL • *Ha a fajlagos támogatás elég kicsiny:* $0 < \alpha < \alpha_L$, *és a tagdíjkorlát elég nagy*:

$$\bar{r} > r_H(\alpha) = \frac{\left[\gamma(\delta_H, \alpha)(1-\tau) - \mu^{-1}\tau\right] w_H}{\gamma(\delta_H, \alpha)(1 + f_H \alpha w_H) + (1+\alpha)\mu^{-1}},$$

akkor a takarékos típus optimális tagdíja $r_H(\alpha)$, *míg hagyományos megtakarítása* $s_H = 0$.

A numerikus szemléltetésben $\sigma = -1$, $\delta_L = 0{,}15$ és $\delta_H = 0{,}5$. Éves szinten $\delta_L(1) = 0{,}15^{1/30} = 0{,}939$ és $\delta_H(1) = 0{,}5^{1/30} = 0{,}977$. A kormányzat által választott járulékkulcs egy köztes $\delta^{o} = 0{,}2$ leszámítolási tényezőnek felel meg: $\tau = 0{,}183$. Az aszimmetrikus és a szimmetrikus rendszer plafonja a H típus optimális tagdíja. A *4. táblázat* az önkéntes nyugdíjrendszerről szóló cikkem táblázatát idézi (*Simonovits* [2009*b*] 4. táblázat 864. o.).

4. táblázat
A kötelező és az önkéntes nyugdíjrendszerek összehasonlítása

Bér	Tagdíj	Hagyományos megtakarítás	Dolgozó fogyasztása	Nyugdíjas fogyasztása	Transzfer az önkéntes rendszerben	Hatékonyság
(w_i)	(r_i)	(s_i)	(c_i)	(d_i)	(T_i)	(ε)
Kötelező ($\alpha = 0$)						1,000
0,5	0,000	0,000	0,409	0,183	0,000	
2,0	0,000	0,157	1,478	1,045	0,000	
Aszimmetrikus önkéntes ($\alpha = 1/3$)						0,993
0,5	0,000	0,000	0,399	0,183	–0,009	
2,0	0,165	0,000	1,433	1,170	0,018	
Szimmetrikus önkéntes ($\alpha = 1$)						1,057
0,5	0,008	0,000	0,393	0,215	0,000	
2,0	0,032	0,092	1,478	1,045	0,000	

A tiszta kötelező rendszer hatékonysága természetesen 1. Figyeljük meg, mennyire kevés a rövidlátó időskori fogyasztása: $d_L = 0{,}183$.

Az aszimmetrikus önkéntes rendszer még ront a helyzeten, mert olyan alacsony a fajlagos támogatás ($\alpha = 1/3$), és olyan magas a tagdíjkorlát ($\overline{r} = 0{,}165$), hogy lehetővé teszi, hogy a takarékosak kisajátítsák a rendszerbeli teljes támogatást. A különadókulcs miatt a takarékosak nettó transzfert kapnak a rövidlátóktól. Az előbbiek fiatalkori fogyasztása némileg csökken, és ez is emeli az utóbbiak időskori fogyasztását. A tiszta kötelező rendszer 0,7 százalékkal kisebb bérekből ki tudja hozni az aszimmetrikus önkéntes rendszer jólétét.

A szimmetrikus önkéntes rendszer helyrehozza az igazságtalanságot: a fajlagos támogatást 1-re növeli, míg az önkéntes tagdíjkorlát 0,032-re zuhan. Ennek hatására a rövidlátó időskori fogyasztása $d_L = 0{,}215$-re emelkedik. A tiszta kötelező rendszerben 5,7 százalékkal kellene megemelni a béreket ahhoz, hogy ugyanazt a jólétet biztosítsa, mint a szimmetrikus önkéntes rendszer.

A járulékalap plafonja

A legtöbb országban egy bizonyos érték feletti kereset után semmilyen nyugdíjjárulékot nem kell fizetni (adót természetesen igen!). Ez a járulékalap *plafonja*. (Egyes országokban a plafon csak a dolgozói járulékra vonatkozik, a munkáltatóira nem, de ettől a technikai bonyodalomtól itt eltekintünk.) Több magyarázata is van a plafonnak: *a)* semmi jóléti oka sincs annak, hogy a magas keresetrész utáni is életciklus-megtakarításra kényszerítsük a dolgozót; *b)* a nagyobb keresetűek várhatóan tovább élnek, mint közönséges társaik, és az emiatt keletkező perverz újraelosztást célszerű korlátozni; *c)* a kereset emelkedésével a plafon fokozatosan csökkenti a tényleges járulékkulcsot, és ezzel tompítja a hatékonyságromlást (ez a jelen modell alapja).

A kiindulópont a járulékalap plafonja, jele: $\overline{w}$. A dolgozó (vagy munkáltatója) által fizetett járulék τw, ha $w < \overline{w}$, és $\tau\overline{w}$, ha $w \geq \overline{w}$. Ha bevezetjük a $\hat{w} = \min(w, \overline{w})$ jelölést a bruttó *biztosított* keresetre (a kereset esetleges plafon feletti része nincs biztosítva), akkor a járulék egyszerűen $\tau\hat{w}$. Bevezetjük még a nettó biztosított keresetet és az utána számított nyugdíjat:

$$\hat{v} = (1 - \tau)\hat{w} \quad \text{és} \quad b = \beta\hat{v}.$$

Szükségünk lesz még a plafon felett keresők *tényleges* járulékkulcsára:

$$\tilde{\tau} = \frac{\tau\overline{w}}{w}, \quad \text{ha} \quad w > \overline{w}.$$

Nyilvánvaló, hogy a plafonnál nagyobb kereset esetén a tényleges járulékkulcs kisebb, mint a névleges: $\tilde{\tau} = \tau\overline{w}/w < \tau$.

Csak a legszükségesebb képleteket és a levezetéseket vázoljuk. Két esetet kell megkülönböztetnünk: a megtakarítási szándék vagy *1.* nemnegatív, vagy *2.* negatív. Feltevésünk szerint negatív megtakarítás (azaz hitelfelvétel) nem lehetséges.

Az optimális megtakarítás kiszámításához szükségünk lesz a Cobb–Douglas-hasznosságfüggvényre:

$$U(w, \delta, c, d) = \log c + \mu\delta \log d.$$

Behelyettesítve a

$$c = w - \tau\hat{w} - s \quad \text{és} \quad d = \beta\hat{v} + \rho\mu^{-1}s$$

fogyasztási függvényeket, adódik a redukált hasznosságfüggvény:

$$U^*(w, \delta, s) = \log(w - \tau\hat{w} - s) + \mu\delta \log(\beta\hat{v} + \rho\mu^{-1}s).$$

Deriválva s szerint és 0-vá téve a deriváltat:

$$\frac{1}{v - s} = \frac{\delta\rho}{b + \mu^{-1}\rho s}.$$

Adódik a 6. TÉTEL.

6. TÉTEL • *Az optimális megtakarítási szándék*

$$s^i = \frac{\delta\rho v - b}{(\delta + \mu^{-1})\rho}.$$

Ha $\delta\rho v \geq b$, akkor $s^i \geq 0$, azaz $s^* = s^i$ és $d^* = \delta c^*$. Ha viszont $\delta\rho v < b$, akkor $s^i < 0$, azaz $s^* = 0$ és $d^* < \delta c^*$.

Paternalista modellünk szellemében a kormányzat $U^*[w, \delta]$ helyett

$$U^*[w, 1] = \log(w - \tau\hat{w} - s^*) + \mu \log(\beta\hat{v} + \rho\mu^{-1}s^*).$$

várható értékét maximalizálja:

$V(\tau, \bar{w}) = \mathbf{E}U^\star(w, 1).$

Rátérünk a numerikus szemléltetésre. A kereseti és súlyparaméterek mellett szükségünk lesz a leszámítolási párra: $\delta_L = 0{,}1$ és $\delta_H = 0{,}6$ (éves szinten $\delta_L(1) = \delta_L^{1/30} = 0{,}926...$ és $\delta_H(1) = \delta_H^{1/30} = 0{,}983...$), $\rho = 2$ (éves szinten $\rho(1) = 2^{1/30} = 1{,}0234...$).

Feltesszük, hogy a járulékkulcs a 2. tételből ismert $\tau = 0{,}333$; és fokozatosan növeljük a $\bar{w}$ értékét 0-ról w_L fölé. Az *5. táblázatból* látható, hogy a társadalmi jóléti függvény értéke a plafonnal $w_L = 0{,}5$-ig nő, majd csökken. A kulcsot az alacsony keresetűek időskori fogyasztásának alakulása adja: $d_L(\bar{w})$ először nő, majd leáll. A további növelés már csak a magas keresetűek megtakarítási lehetőségeit rontja.

5. táblázat
A járulékplafon hatása a társadalmi optimumra

Plafon	Alacsony keresetű		Magas keresetű		Társadalmi jólét
	fiatalkori	időskori	fiatalkori	időskori	
	fogyasztás				
($\bar{w}$)	(c_L)	(d_L)	(c_H)	(d_H)	(V)
0,0	0,476	0,095	1,538	1,846	–1,033
...					...
0,4	0,367	0,266	1,487	1,785	–0,881
0,5	*0,334*	*0,333*	*1,474*	*1,769*	*–0,874*
0,6	0,334	0,333	1,462	1,754	–0,878
...					...
2	0,334	0,333	1,282	1,539	–0,944

Numerikusan kiszámítható, hogy a kereseteket egyformán 11,1, illetve 4,6 százalékkal kellene növelni ahhoz, hogy a nyugdíj nélküli rendszerben, illetve a plafon nélküli nyugdíjrendszerben a jólét ugyanannyi legyen, mint az optimális plafonú rendszerben.

Újraelosztás rugalmas munkakínálat mellett

Az első két bevezető modellben már egyenként vizsgáltuk, hogyan célszerű kombinálni a dolgozók közötti és a fiatalok, illetve idősek közötti jövedelemelosztást. A járulékkulcs τ, a személyi jövedelemadó kulcsa θ, összegük a transzferkulcs: $t = \tau + \theta$. Bevezetjük a transzferkulcs kiegészítését: $\bar{t} = 1 - t$. (A harmadik bevezető modellben teljes elvonás volt az optimális: $\tau^\star = 1/3$ és $\theta^\star = 2/3$.) Most együtt vizsgáljuk a két dimenziót.

Ebben a modellben a dolgozó éves munkakínálata nincs rögzítve. Minél nagyobb l munkakínálatot választ a dolgozó, annál nagyobb lesz a jövedelme, de annál kevesebb szabadideje marad. Ha nem lenne időskor, és az ezzel járó nyugdíj, akkor a jól ismert munkakínálati függvényt kapnánk. De van időskor és nyugdíj, ezért további bonyodalmak lépnek fel. Hogy a nemlinearitást kiküszöböljük, csak az alapnyugdíj-rendszerrel járó újraelosztás hatékonyságromlását modellezzük (vö. *Cremer és szerzőtársai* [2008], de a jóváírásmodellben majd kitérünk a szakaszonként lineáris rendszerekre is). Újdonság, hogy nemcsak a nyugdíjas, de a dolgozó is kap alapjövedelmet: jele γ. Ebben a tömör modellben rengeteg kérdés elemezhető: hogyan hat a társadalmilag optimális transzferkulcsra a szabadidő együtthatójának a növelése, az időbér-egyenlőtlenség csökkenése és a leszámítolási tényező növelése.

Ez a modell a hagyományos munkakínálati modellt kiterjeszti a nyugdíjrendszerre. A rövidség kedvéért kizárjuk a magánmegtakarítást és a nemlineáris nyugdíjképleteket (vö. rászorultsági nyugdíj és nyugdíjjóváírás). A modellkeretben már utaltunk a speciális képletekre, ahol az u_1-be beírjuk a $\xi \log(T - l)$-t, T az időszak munkaidőalapja, és ξ a szabadidő hasznosságát leíró függvény relatív együtthatója. Felírjuk a fogyasztási párt:

$$c = \gamma + \bar{t}\, wl \quad \text{és} \quad d = \gamma + \beta wl.$$

Az 1. TÉTEL általánosításaként (megjelenik a nyugdíjaskorszak) adódik a 7. TÉTEL.

7. TÉTEL • *Az optimális munkakínálat szükséges és elégséges feltétele*

$$\frac{\bar{t}w}{\gamma + \bar{t}wl} - \frac{\xi}{T - l} + \frac{\delta\mu\beta w}{\gamma + \beta wl} = 0.$$

Közgazdaságilag arról van szó, hogy az optimális munkakínálat az az érték, amelyet kicsit növelve, a többletmunkából származó nagyobb nettó kereset és nagyobb nyugdíj okozta többlethasznosságot éppen elnyomja a többletmunka okozta többletkellemetlenség, azaz a munka határhaszna éppen nulla.

Rendezéssel egy másodfokú egyenlet adódik:

$$a_2 l^2 + a_1 l + a_0 = 0,$$

ahol

$$a_2 = -(1 + \xi + \delta\mu)\bar{t}\, \beta w^2$$

$$a_1 = \bar{t}\, w(T\beta w - \gamma) - \xi w(\gamma\beta + \bar{t}\,\gamma) + \delta\mu\beta w(\bar{t}\, wT - \gamma)$$

és

$$a_0 = \bar{t}\, wT\gamma - \xi\gamma^2 + \delta\mu\beta w\gamma T.$$

Nyilvánvalóan a nagyobb gyök adja az optimumot.

Fontosságuk és egyszerűségük miatt érdemes két speciális esetet kiemelni. *1.* az *arányos nyugdíjrendszer* (P) adórendszer nélkül: $\gamma = 0$ (2. elemi modell), valamint *2.* az *alapjövedelem-* (F) arányos nyugdíj nélkül: $\beta = 0$ (1. elemi modell). Mindkét esetben a másodfokú egyenlet elsőfokúra egyszerűsödik. Sőt a Cobb–Douglas-féle specifikáció miatt az 1. esetben a kereseti és nyugdíjparaméterek is kiesnek. A megfelelő optimális munkakínálatok rendre

$$l_0^P = \frac{T}{1+\xi} < l^P = \frac{(1+\delta\mu)T}{1+\xi+\delta\mu} < T \quad \text{és} \quad 0 < l_w^F = \frac{T - \xi\gamma/(\bar{t}w)}{1+\xi} < l_0^P,$$

ahol l_0^P a Feldstein-féle rövidlátók ($\delta = 0$) arányos rendszerbeli optimális munkakínálata. Ez a szám az arányos rendszer optimumának alsó korlátja, és az alapnyugdíj rendszerének pedig felső korlátja. Az l_w^F pozitivitása megköveteli, hogy a transzferkulcs ne legyen túl nagy: $\bar{t} > \xi\gamma/(Tw)$.

A két transzferegyenleget egyesítjük:

$$t\mathbf{E}(wl) = (1+\mu)\gamma + \mu\beta\mathbf{E}(wl), \quad \text{azaz} \quad \gamma = (1+\mu)^{-1}(t-\mu\beta)\mathbf{E}(wl), \quad \text{ha } t \geq \mu\beta.$$

A numerikus szemléltetésből a *Simonovits* [2013*a*] 4. táblázatát emeljük ki. A két leszámítolási tényező: $\delta_L = 0{,}4$ és $\delta_H = 0{,}7$. Itt az időbér-egyenlőtlenséget jelképező $\omega = w_H/w_L$ mutatót fokozatosan csökkentjük 4-ről 1-re. Előre várható volt, hogy az egyenlőtlenség mérséklődésekor az optimális transzferkulcs is csökken, de csak a *6. táblázat* numerikus számításai mutatják e hatás mennyiségi értékét: az optimális transzferkulcs 0,52-ról 0,33-ra csökken, és az alapjövedelem már az $\omega = 2$ alatt (pontos kritikus érték: 1,8) eltűnik. Ezzel párhuzamosan a nyugdíjszorzó meredeken nő, és eléri az optimális arányos rendszer jellemzőit.

6. táblázat
Az időbér-egyenlőtlenség hatása a társadalmi optimumra

Időbér-hányados	Alacsony időbér	Transzfer-kulcs	Alap-jövedelem	Nyugdíj-szorzó	Átlag-kereset	Alacsony jövedelmű dolgozó fogyasztása	Alacsony jövedelmű nyugdíjas fogyasztása
(ω)	(w_L)	(t)	(γ)	(β)	[$\mathbf{E}(wl)$]	(c_L)	(d_L)
4	*0,50*	*0,52*	*0,158*	*0,40*	*0,741*	*0,281*	*0,260*
3	0,60	0,46	0,111	0,51	0,811	0,337	0,324
2	0,75	0,35	0,015	0,65	0,905	0,440	0,440
1	1,00	0,33	0,000	0,66	0,908	0,596	0,587

Keresetbevallás és újraelosztás

Az átmenet közgazdaságtanának egyik legfontosabb kérdése: hogyan lehet a jövedelmeket úgy újraelosztani, hogy az alacsonyabb jövedelműek ne haljanak éhen, de a magasabb jövedelműek ne titkolják el a jövedelmüket. Ha az időskort kizárva csak a munkavállalókra gondolunk, akkor viszonylag éles eredményeket sikerült kapnunk (*Simonovits* [2010]). De ha témánkhoz közeledve figyelembe vesszük a nyugdíjasok létezését is, akkor meg kell különböztetnünk a jövedelem korcsoportokon belüli és közti újraelosztását, és ki kell térni az önkéntes életciklus-megtakarításra. Nyilvánvaló, hogy a jövedelemeltitkolás korlátozza az újraelosztás hatékonyságát. A kérdés: mennyire?

Röviden megismételjük a jelöléseket: θ a lineáris szja-kulcs, $t = \tau + \theta$ a transzferkulcs, v a bevallott kereset és m az adómorál. A döntés két skalárból áll, a keresetbevallásból és a megtakarításból: $x = (v, s)$. Az egyszerűség kedvéért feltesszük, hogy a kamattényező 1: $\rho = 1$.

Jelölje az adó-visszatérítést ε, a nyugdíj $b = \alpha + \beta v$ (vö. *Disney* [2004]), azaz $q = (\tau, \theta, \varepsilon, \alpha, \beta)$. Ekkor a dolgozó, illetve a nyugdíjas időegységre jutó fogyasztása rendre pozitív és

$$c = w - tv + \varepsilon - s \quad \text{és} \quad d = \alpha + \beta v + \mu^{-1}s.$$

A kereseteltitkolás rossz érzéssel jár, amelynek nagysága parametrizált modellünkben

$$z(w, m, v) = m(\log v - v/w).$$

Vegyük észre, hogy a lineáris korrekciós tag miatt

$$z_v'(w, m, v) = m\frac{1}{v} - m\frac{1}{w} > 0,$$

akkor és csak akkor áll fenn, ha $0 < v < w$, azaz nem érdemes több keresetet bevallani, mint a tényleges. (Lehet ezen a naivnak látszó eredményen gúnyolódni, de ha elhagynánk az mv/w korrekciós tagot, akkor a modellben előfordulhatna, hogy egyes dolgozók túlteljesítik a bevallási kötelezettséget, és ez gyengítené a modell erejét.)

Megkülönböztetjük, hogy a megtakarítási szándék nemnegatív (laza hitelkorlát) vagy negatív (feszes hitelkorlát). Az utóbbi esetben a tényleges megtakarítás nulla.

Az első transzferegyenlőség a nyugdíjra vonatkozik:

$$\tau \mathbf{E} v = \mu \mathbf{E} b(v).$$

A második transzferegyenlőség helyett feltesszük, hogy az adó-visszatérítésből visszamaradó nettó adó (jele: a) átlaga (jele: $\mathbf{E}a$) közjavakat finanszíroz, amelyek emelik a társadalmi jólétet: jele: $(1 + \mu)\kappa\log(\mathbf{E}a)$, ahol κ a közjavak relatív hasznossága. Szükségünk lesz a $\theta_1 = t - \beta\mu$ jelölésre.

Talán a legegyszerűbb analitikus eredmény a laza hitelkorlátra adódik (a feszes hitelkorlátra – amikor nincs megtakarítás – vonatkozó eredményeket itt kihagyjuk).

8. TÉTEL • *A laza hitelkorlátos esetben az optimális fiatalkori fogyasztás kielégíti a következő másodfokú egyenletet:*

$$h_2c^2 + h_1c + h_0 = 0,$$

ahol

$$h_2 = m(1 + \delta\mu), \quad h_1 = \theta_1(1 + \mu\delta)w + \theta_1 mw - m(w + \mu\alpha + \varepsilon)$$
$$\text{és} \quad h_0 = -\theta_1 w(w + \mu\alpha + \varepsilon).$$

Kevés egyszerű analitikus eredményünk van, ezért numerikus szemléltetéshez folyamodunk. Mivel áttekintő cikkről van szó, csupán egy ikerszámítást mutatunk be (vö. *Simonovits* [2010] 4. és 5. táblázatát). Itt egységes leszámítolási tényezővel dolgozunk: $\delta = 0{,}5$ és a közjavak relatív hatékonysága $\kappa = 1/3$.

Számítógépes programmal meghatározzuk az adott nagyságú alapnyugdíjjal kiegészített optimális rendszer paraméterértékeit egy gyengébb és egy erősebb morálú gazdaságban, amelyeket szemléletesen rendre sötét- és világosszürke gazdaságnak nevezünk. A morál értékét önkényesen választjuk meg, lehetne 0,4, illetve 2,2 is. (Az eredeti cikk a fehér- és a feketegazdasággal külön is foglalkozik.) Eredményeinket a *7.* és a *8. táblázat* tartalmazza. A *7. táblázatból* kihagyjuk az adó-visszatérítés oszlopát, mert értéke azonosan 0.

7. táblázat
Az alapnyugdíjat kiegészítő optimális rendszer – sötétszürke gazdaság

Alapnyugdíj (α)	Nyugdíjjárulékkulcs (τ)	Adókulcs (θ)	Marginális helyettesítés (β)	Átlagos bevallás ($\mathbf{E}v$)	Átlagos nettó adó ($\mathbf{E}a$)	Társadalmi jólét (V)
0,00	*0,22*	*0,28*	*0,440*	*0,547*	*0,102*	*–3,108*
...						...
0,04	0,35	0,29	0,620	0,500	0,097	–3,113
0,08	0,37	0,29	0,568	0,466	0,090	–3,124
0,12	0,36	0,29	0,447	0,439	0,085	–3,140
0,16	0,36	0,29	0,331	0,411	0,079	–3,161
0,20	0,35	0,29	0,181	0,385	0,074	–3,185

$m = 0{,}5$ és $\varepsilon = 0$.

8. táblázat
Az alapnyugdíjat kiegészítő optimális rendszer – világosszürke gazdaság

Alapnyugdíj (α)	Nyugdíjjárulékkulcs (τ)	Adókulcs (θ)	Adóvisszatérítés (ε)	Marginális nyugdíjszorzó (β)	Átlagos bevallás ($\mathbf{E}v$)	Átlagos nettó adó ($\mathbf{E}a$)	Társadalmi jólét (V)
0,00	0,26	0,40	0,10	0,520	0,732	0,128	–4,810
…							…
0,20	0,26	0,36	0,07	0,239	0,712	0,124	–4,773
0,24	0,21	0,27	0,0	0,094	0,735	0,132	–4,772
0,28	0,20	0,27	0,0	0,013	0,724	0,130	–4,767
0,32	*0,22*	*0,28*	*0,0*	*0,0*	*0,707*	*0,132*	*–4,755*
0,36	0,25	0,26	0,0	0,0	0,703	0,122	–4,760
0,40	0,28	0,24	0,0	0,0	0,699	0,112	–4,773

$m = 2$.

A sötétszürke gazdaságot elemezve azt látjuk, hogy az $\alpha = 0{,}2$ alapnyugdíjas újraelosztó rendszerben 3 százalékkal kellene a kereseteket emelni ahhoz, hogy ugyanazt a jólétet valósítsák meg, mint az emelés nélküli arányos rendszerben.

Rátérve a világosszürke gazdaságra, most már a társadalmi optimumban megjelenhet az újraelosztás. Körülbelül $\alpha^* = 0{,}32$ alapnyugdíj esetén (dőlt sor) maximális az optimálisan kiegészített rendszer társadalmi jóléti függvénye. Az arányos rendszer keresetét egységesen 1,4 százalékkal kellene növelni ahhoz, hogy ne változzék a maximális jólét.

Visszatérés az eredeti specifikációkhoz

A bevezetésben említettük, hogy ilyen vagy olyan okokból a specifikált modellek eredeti változatában gyakran tértünk el az előző alfejezetben megadott specifikációktól. Tanulságosnak tűnik az eltérő specifikációk körvonalazása, például kiderül a modell kimenetének érzékenysége a bemenetre.

Leszámítolt Leontief-hasznosság a járulékplafonnál

Az elméleti elemezhetőség kedvéért eredetileg sajátos hasznosságfüggvénnyel dolgoztunk, a diszkontált Leontief-függvénnyel:

$$U(w, \delta, c, d) = \min(\delta c, d).$$

Ez életszakaszban nem additív, és meglepő módon a fiatalkori fogyasztás van leszámítolva. Ha azonban belegondolunk, akkor pozitív megtakarítás esetén $\delta c^* = d^*$, azaz minél rövidlátóbb az egyén, azaz minél kisebb a δ tényező, annál kisebb az időskori fogyasztás. E függvényválasztás előnye, hogy értelmes járulékkulcsok mellett a hasznosságfüggvény azonos az időskori fogyasztással, azaz a társadalmi jóléti függvény megegyezik az időskori fogyasztás várható értékével.

Csak a legszükségesebb képleteket és a levezetéseket vázoljuk. Két esetet kell megkülönböztetnünk: a megtakarítási szándék *1. eset:* nemnegatív, *2. eset:* negatív.

1. eset. Az optimumban $\delta c = d$, azaz

$$\delta v - \delta s = b + \mu^{-1}\rho s$$

adja az optimális megtakarítási szándékot:

$$s^i = \frac{\delta v - b}{\delta + \mu^{-1}\rho},$$

amely pontosan akkor valósul meg, ha $\delta \geq \delta_* = \mu^{-1}\tau\hat{w}/v$. Ekkor

$$c_1^* = \frac{\rho v + \mu b}{\mu\delta + \rho}.$$

2. eset. $s^i < 0$, ekkor $s_2^* = 0$, azaz $c_2^* = v$ és $d_2^* = b$.

Numerikus számításunkban – a valósághoz jobban közelítve – bevezetjük a közbülső (E) típust is. Bemenő adatok: $f_L = 0{,}6$; $f_E = 0{,}25$ és $f_H = 0{,}15$, bérek: $w_L = 0{,}7$;

$w_E = 1{,}3$ és $w_H = 1{,}7$. A 30 évre számított kamatos kamattényezőket alkalmaztuk: $\delta_L = 0{,}215$; $\delta_E = 0{,}545$ és $\delta_H = 0{,}97$; éves szinten $\delta_L(1) = 0{,}977$; $\delta_E(1) = 0{,}988$ és $\delta_H(1) = 0{,}999$. A társadalmilag optimális járulékkulcs $\tau^* = 0{,}333$ és a megfelelő plafon $\bar{w}^* = w_E$. A *9. táblázat* az angol nyelvű *Simonovits* [2012] 2. táblázata [az *L* típus adatai végig állandók ($d_L^o = 0{,}466$), ezért értéküket elhagyjuk].

9. táblázat
A plafon hatása az időskori fogyasztásra diszkontált Leontief-hasznosságfüggvény esetén

Plafon	Közepes keresetűek fogyasztása	Magas keresetűek fogyasztása	Társadalmi jólét
($\bar{w}$)	(d_E^o)	(d_H^o)	(V)
1,0	0,666	1,198	0,626
1,1	0,733	1,185	0,641
1,2	0,799	1,172	0,655
1,3	*0,866*	*1,159*	*0,670*
1,4	0,866	1,146	0,668
1,5	0,866	1,133	0,666
1,6	0,866	1,120	0,664
1,7	0,866	1,132	0,666

Megjegyzés: az *L* típus adatai végig állandók ($d_L^o = 0{,}466$), ezért értéküket elhagyjuk.

Látható, hogy a plafont emelve a középső keresetig, a magas keresetűek időskori fogyasztása csökken, de emelkedik a közepes keresetűek fogyasztása, és vele a társadalmi jólét; afelett viszont a középső keresetűek fogyasztása állandósul, míg a magas keresetűeké tovább csökken.

Pareto-eloszlás

Áttekintésünk numerikus számításaiban két vagy három diszkrét kereséttípust különböztettünk meg. Jól ismert azonban, hogy a valóságban a kereseteloszlások sokkal „folytonosabbak”. Ízelítőül bemutatjuk a jól ismert Pareto-eloszlást (vö. *Diamond–Saez* [2011]). Először a sűrűségfüggvény képletét közöljük:

$$f(w) = \sigma w_m^\sigma w^{-1-\sigma}, \quad \text{ahol} \quad w > w_m,$$

és $\sigma > 1$ az eloszlás kitevője, w_m pedig a minimumbér. Könnyű explicit képletet adni az eloszlásfüggvényre:

$$F(w) = \int_{w_m}^{w} f(\omega)d\omega = 1 - w_m^\sigma w^{-\sigma}, \quad \text{ahol} \quad w \geq w_m,$$

Innen $F(w_m) = 0$ és $F(\infty) = 1$, valamint a várható érték

$$\mathbf{E}w = \int_{w_m}^{\infty} wf(w)dw = \frac{\sigma w_m}{\sigma - 1}.$$

Mivel ebben a cikkben 1-re normáltuk a keresetek várható értékét, a minimálkereset értéke

$$w_m = \frac{\sigma - 1}{\sigma}.$$

Innen látható, hogy minél nagyobb a σ kitevő értéke, annál nagyobb a minimálbér, és általában annál egyenlőbb a kereseteloszlás.

A gyakorlatban $\sigma \approx 2$, ezért $w_m \approx 1/2$. Megadjuk a Pareto-eloszlás második momentumát is:

$$\mathbf{E}w^2 = \frac{\sigma w_m^2}{\sigma - 2} = \frac{(\sigma - 1)^2}{\sigma(\sigma - 1)}, \qquad \text{ha} \qquad \sigma > 2.$$

Önmagában és a numerikus számításokban egyaránt érdekes, hogy a Pareto-eloszlásban a w_N kereset feletti keresetek tömege egyszerűen reprezentálható egy ügyesen választott w_K számmal. Mivel a csonkított eloszlás várható értéke

$$\mathbf{E}\min(w, w_N) = 1 - \frac{w_m^{\sigma} w_N^{-\sigma+1}}{\sigma - 1},$$

ezért az

$$1 = \int_{w_m}^{w_N} wf(w)dw + [1 - F(w_N)]w_K$$

egyenletből adódik a reprezentáns értéke:

$$w_K = \frac{\sigma}{\sigma - 1} w_N.$$

Például $\sigma = 2$ esetén $w_K = 2w_N$, azaz a reprezentáns éppen duplája a csonkító értéknek.

10. táblázat
Pareto-valószínűségek és biztosított bérek a plafon függvényében

Kereseti plafon ($\bar{w}$)	Valószínűség $F(\bar{w})$	A biztosított keresetek aránya $\mathbf{P}(w < \bar{w})\mathbf{E}(w \mid w < \bar{w})$
0,707	0,500	0,250
1,0	0,750	0,500
1,5	0,889	0,667
2,0	0,938	0,750
2,5	0,960	0,800
3,0	0,972	0,833
4,0	0,984	0,875

Megjegyzés: $\sigma = 2$.

Visszatérve a járulékalap plafonjához, bemutatjuk, hogy a Pareto-eloszlás és a leszámított Leontief-féle hasznosságfüggvény párosításából milyen eredmény adódik. Megfelelően skálázzuk a $\delta(w)$ leszámítolási tényező–kereset-függvényt:

$$\delta(w) = (\delta_m - \delta_M)e^{\eta(w_m - w)} + \delta_M,$$

ahol $\eta > 0$ a keresetfüggés erősségét képviseli. Természetesen bármely véges w_N-re $\delta(w_N) < \delta_M$. Legyen $\delta_m = 0{,}25$; $\delta_M = 1$ és $\eta = 0{,}5$.

A *11. táblázat* szerint a reális tartományban a plafon alig hat a jólétre, enyhe optimuma $\overline{w}^{\star} = 4$ körül van, ez pedig jelentősen megváltoztatja a magánmegtakarítások átlagát. Finomabb számításokkal ellenőrizhető, hogy a 3,5 és a 4 közti szakaszon valóban végig maximális a társadalmi jólét, éppen ezért kell 10-zel beszorozni. *De a plafon eltörlése a jólétet 0,7 százalékkal csökkenti.*

11. táblázat
A plafon jóléti hatása

Plafon ($\overline{w}$)	10 × társadalmi jólét ($10U$)	Átlagos megtakarítás ($\mathbf{E}s$)
2,5	6,690	0,017
3,0	6,704	0,015
3,5	6,709	0,013
4,0	6,709	0,012
4,5	6,708	0,010
5,0	6,705	0,009
...		...
∞	6,660	0,000

Megjegyzés: $\rho = 2$ (kamattényező).

Nyugdíjjóváírás

A brit és a svéd nyugdíjrendszer nyugdíjjóváírása – amire magyarul még szakkifejezés sem volt – ügyesen kombinálja a rászorultsági és az alapnyugdíj előnyeit. A nyugdíjjóváírás kifejezést az adójóváírás alapján vezettem be a magyar nyelvbe (angolul: *pension credit* versus *earned income tax credit*). Ez a modell két ponton is általánosítja a rugalmas munkakínálati modellt: szerepelteti a magánmegtakarítást és az alapnyugdíj helyett az általánosabb nyugdíjjóváírást vezeti be.

Az alapnyugdíjat minden időskorú megkapja, függetlenül attól, hogy milyen más nyugdíja van. A rászorultsági nyugdíjat csak azok kapják meg, akiknek a munkanyugdíja elmarad egy társadalmi minimumtól; a kiegészítés éppen a hiányzó részt pótolja. Nyilvánvaló, hogy nagy terjedelme miatt az alapnyugdíj alááshatja az összezsugorított munkanyugdíj ösztönző hatását; a takarékosnak tűnő rászorultsági nyugdíj viszont ugyanezt teszi a kiskeresetűek esetén. (Ezzel az elméleti problémával foglalkozott a modellcsalád úttörője: *Feldstein* [1987], de eltekintett a kereseti különbségektől és a munkanyugdíjtól. A magyar gyakorlat szempontjából *Augusztinovics–Matits* [2010] és *Fehér* [2010] említhető.) A nyugdíjjóváírás megpróbálja a két rendszert ötvözni: nulla munkanyugdíj esetén kifizeti a teljes alapnyugdíjat; de a munkanyugdíj emelkedésével párhuzamosan fokozatosan visszavonja az alapnyugdíj egy részét, például a munkanyugdíj-növekmény felét. Egy küszöb felett csak a munkanyugdíj marad.

Az ismétlések elkerülése érdekében itt csak az elemi modellt ismertetjük, ahol nincs hasznosság- és jólét-maximalizálás. Feltesszük, hogy a βv arányos nyugdíj adott hányadát *levonják* az α alapnyugdíjból, egészen addig, amíg a maradék nem válik nullává. Jelölje a levonási hányadot ε, $0 \le \varepsilon \le 1$, és bevezetve a szám pozitív részét: $x_+ = x$, ha $x \ge 0$ és $x_+ = 0$ egyébként, eljutunk a jóváíráshoz:

$$b(v) = [\alpha - \varepsilon\beta v]_+ + \beta v.$$

Érdemes átírni e képletet:

$$b(v) = \max[\alpha + (1-\varepsilon)\beta v, \beta v].$$

Szavakban: a járadék egyenlő a következő két mennyiség maximumával: *a)* az alapjáradék + a csökkentett arányos járadék és *b)* az arányos járadék.

12. táblázat
Jóváírási arány, nyugdíjösszetevők, $\alpha = 0{,}3$ ($f_L = 0{,}5$; $f_E = 0{,}3$ és $f_H = 0{,}2$)

Teljes kereset (v_i)	Arányos nyugdíj (βv_i)	Feltételes nyugdíj $[\alpha + (1-\varepsilon)\beta v_i]$	Teljes nyugdíj (b_i)	Átlagnyugdíj ($\bar{b}$)
Jóváírási arány: $(1-\varepsilon) = 0$				
L: 0,50	0,150	0,300	0,300	
E: 1,00	0,300	0,300	0,300	
H: 2,25	0,675	0,300	0,675	
				0,375
Jóváírási arány: $(1-\varepsilon) = 0{,}5$				
L: 0,50	0,150	0,375	0,375	
E: 1,00	0,300	0,450	0,450	
H: 2,25	0,675	0,638	0,675	
				0,458
Jóváírási arány: $(1-\varepsilon) = 1$				
L: 0,50	0,150	0,450	0,450	
E: 1,00	0,300	0,600	0,600	
H: 2,25	0,675	0,975	0,975	
				0,6

Három kereseti típussal dolgozunk, indexük $i = L, E, H$; (kereseti értéküket a *12. táblázat* közli), súlyuk $f_L = 0{,}5$; $f_E = 0{,}3$ és $f_H = 0{,}2$. Először rögzítjük az arányos nyugdíj helyettesítési arányát, β-t, úgy, hogy az alapnyugdíj az átlagnyugdíj fele legyen. Bemutatjuk, hogyan változnak a nyugdíjak és hogyan nő a teljes nyugdíjkiadás. A *12. táblázatból* (amely a *Simonovits* [2011] 2. táblázata) látható, hogy a jóváírási hányad emelkedésével miképpen nőnek a nyugdíjak.

Következtetések

Bemutattunk egy általános modellkeretet, amelybe számos (korábban egyenként vizsgált) érdekes speciális nyugdíjmodell is belefér. A közös keret az együtt élő két nemzedék modellje, amelyben a felnőtt életpálya első szakaszában az egyén dolgozik, a másodikban (amely lehet rövidebb is) nyugdíjban van. Az összes modellben a kormányzat lineáris transzfereket nyújt, esetenként plafonokkal. Az egyének különböző szempontokból optimalizálhatják helyzetüket: mennyi keresetet vallanak be; mennyi önkéntes megtakarítást fizetnek be; hogyan takarítanak meg adókedvezmények nélkül, ha nyugdíjjóváírást élveznek, vagy ha járulékplafonnal szembesülnek; hány órát dolgoznak évente. Az egyének tipikusan rövidlátók, emiatt magukra hagyva nem takarítanak meg eleget időskorukra, évente túl keveset dolgoznak, és egyébként is keresetük jelentős részét eltitkolnák. A paternalista kormányzat transzferrendszerrel ösztönzi a dolgozókat a jó irányba. Mindeközben a nettó transzferek átlagának nullának kell lennie. A linearitás miatt a társadalmilag optimális transzferrendszer paraméterértékeit viszonylag könnyen meghatározhatjuk. Sokkal nehezebb lenne a feladat, ha nemlineáris transzferrendszereket is mérlegelnénk, amelyek a többkulcsos progresszív személyi jövedelemadó esetén keletkeznek. De ez az általánosítás meghaladja cikkünk kereteit.

Röviden megismételjük legfontosabb elméleti eredményeinket (elhagyva a numerikus részleteket).

a) Minél kevésbé szeretnek az egyének dolgozni, annál kevésbé lehet újra elosztani a jövedelmeket.

b) Minél inkább rövidlátó az egyén, annál hatékonyabbnak kell lennie a felhalmozásának ahhoz, hogy feleslegessé tegye a paternalista nyugdíjrendszert.

c) Az önkéntes nyugdíjrendszerben nagyfokú kiegészítéssel és alacsony tagdíjplafonokkal kell szimmetrikussá tenni a részvételt.

d) A nyugdíjjárulék-plafon értékét úgy kell megválasztani, hogy a kiskeresetűek nyugdíja kellő mértékben helyettesítse a kieső keresetet, viszont ne nagyon szorítsa ki a nagykeresetűek hatékonyabb magánmegtakarítását.

e) Minél erősebb a dolgozók adómorálja, annál nagyobb mértékű az optimális újraelosztás.

f) Jól megtervezett nyugdíjjóváírás megtartja a rászorultsági nyugdíjrendszer takarékosságát, miközben az alapnyugdíj rendszeréhez hasonlóan érdekeltté teszi a kiskeresetűeket a részvételben.

Hivatkozások

Andersen, T. M. [2012]: Fiscal Sustainability and Demographics – Should we Save or Work More? Journal of Macroeconomics, 34. 264–280. o.

Auerbach, A. J.–Kotlikoff, L. J. [1987]: Dynamic Fiscal Policy. Cambridge University Press, Cambridge.

Augusztinovics Mária–Matits Ágnes [2010]: Pontrendszer és alapnyugdíj. Megjelent: *Holtzer* (szerk.) [2010] 234–247. o.

Cremer, H.–De Donder, Ph.–Maldonaldo, D.–Pestieau, P. [2008]: Designing a Linear Pension Scheme with Forced Savings and Wage Heterogeneity. Journal of Economic Surveys, Vol. 22. 213–233. o.

Diamond, P. A.–Saez, E. [2011]: The Case for a Progressive Tax: from Basic Research to Policy Prescriptions. Journal of Economic Perspectives, Vol. 23. No. 4. 165–190. o.

Disney, R. [2004]: Are Contribution to Public Pension Programmes a Tax on Employment? Economic Policy, 39. 267–311. o.

Fehér Csaba [2010]: Az általános alapnyugdíj paradigmája. Megjelent: *Holtzer* (szerk.) [2010] 264–273. o.

Fehr, H.–Habermann, C. [2008]: Risk Sharing and Efficiency Implications of Progressive Pension Arrangements. Scandinavian Journal of Economics, 110. 419–443. o.

Feldstein, M. S. [1987]: Should Social Security be Means-Tested? Journal of Political Economy Vol. 95. No. 2. 468–484. o.

Frey, B. S.–Weck-Hannemann, H. [1984]: The Hidden Economy as an 'Unobserved' Variable. European Economic Review, 26. 33–53. o.

Garay Barnabás–Simonovits András–Tóth János [2011]: Local Interaction in Tax Evasion. Economics Letters, 115. 412–415. o.

Holtzer Péter (szerk.) [2010]: Jelentés a Nyugdíj és Időskor Kerekasztal tevékenységéről. Budapest, Miniszterelnökségi Hivatal.

Méder Zsombor–Simonovits András–Vincze János [2012]: Adómorál és adócsalás – társadalmi preferenciák és korlátos racionalitás. Közgazdasági Szemle, 59. évf. 10. sz. 1086–1106. o.

Mike Károly–Szalai Ákos (szerk.) [2010]: Fogyasztók a hitelpiacon. Viselkedés és szabályozás. Széchenyi István Szakkollégium, Budapest.

Sefton, J.–van de Ven, J.–Weale, M. [2008]: Means Testing Retirement Benefits: Fostering Equity or Discourageing Saving? Economic Journal, 118. 556–590. o.

Simonovits András [2002]: Nyugdíjrendszerek: tények és modellek. Typotex, Budapest.

Simonovits András [2003]: Öregedő népesség, medián választó és a jóléti állam mérete. Közgazdasági Szemle, 50. évf. 10. sz. 835–854. o.

Simonovits András [2009*a*]: Keresetbevallás és újraelosztás az együttélő nemzedékek modelljében. Közgazdasági Szemle 56. évf. 2. sz. 101–118. o.

Simonovits András [2009*b*]: Az önkéntes nyugdíjrendszer egy egyszerű modellje. Közgazdasági Szemle, 56. évf. 10. sz. 851–865. o.

Simonovits András [2010]: Adómorál és adórendszer. Közgazdasági Szemle, 57. évf. 6. sz. 481–496. o.

Simonovits András [2011]: Rászorultsági vagy alapnyugdíj? Nyugdíjjóváírás! Közgazdasági Szemle, 58. évf. 3. sz. 301–313. o.

Simonovits András [2012]: Optimal cap on pension contributions. Working Paper, 8. IECERS-HAS.

SIMONOVITS ANDRÁS [2013*a*]: Optimális lineáris adó- és nyugdíjrendszer rugalmas munkakínálat esetén. Szigma, megjelenés alatt.
VARIAN, H. R. [1980]: Redistributive Taxation as Social Insurance. Journal of Public Economics, 14. 49–68. o.

Függelék

A betűkészlet korlátozottsága miatt nem mindig sikerült minden modell minden változójára egyértelmű jelölést találni, ezért az *F1. táblázatban* felsoroljuk őket.

F1. táblázatban
Jelölések az egyes fejezetekben

Közös jelölések	
w = teljes bérköltség	δ = leszámítolási tényező
L = alacsony	H = magas
T = munkaidőalap	l = munkakínálata
τ = járulékkulcs	θ = adókulcs
t = transzferkulcs	$\bar{t}$ = komplementerkulcs
c = fiatalkori fogyasztás	d = időskori fogyasztás
b = nyugdíj	s = megtakarítás
μ = időszakhossz-arány	ρ = kamattényező
U = hasznosságfüggvény	V = társadalmi jóléti függvény
f = relatív gyakoriság	$\mathbf{E}$ = várható érték
β = arányossági szorzó	
Jövedelemelosztás rugalmas munkakínálattal	
γ = alapjövedelem	ξ = szabadidő-hasznosság
Modellkeret	
p = egyéni jellemzők	q = kormányzati jellemzők
P = együttes jellemzők	
u_1 = fiatalkori hasznosság	u_2 = időskori hasznosság
T = transzferfüggvény	x = döntés
L = egyéni Lagrange-függvény	$\mathbf{L}$ = társadalmi Lagrange-függvény
λ = Lagrange-szorzó	ν = társadalmi Lagrange-szorzó
Önkéntes megtakarítás	
r = tagdíj	$\bar{r}$ = tagdíjplafon
α = kiegészítési szorzó	σ = CRRA-index
γ = általánosított leszámítolás	

Az F1. táblázat folytatása

Járulékalap-plafon	
$\bar{w}$ = járulékalap plafonja	$\hat{w}$ = biztosított teljes kereset
$\bar{x}$ = plafon x-en	$\hat{v}$ = biztosított nettó kereset
Rugalmas munkakínálat	
ω = időbérarány	γ = alapjövedelem
F = alapjövedelmes rendszer	P = arányos rendszer
Keresetbevallás és újraelosztás	
v = bevallott kereset	m = adómorál
z = morális hasznosság	a = nettó adó
κ = közjavak hasznossága	E = középső típus
Pareto-eloszlás	
f = sűrűségfüggvény	F = eloszlásfüggvény
L = alacsony	H = magas
E = közepes	σ = az eloszlás „kitevője”
w_N = felső kereset	w_m = minimumbér
δ_m = minimális δ	w_K = reprezentáns kereset
η = a leszámítolási tényező növekedése	δ_M = maximális δ
Nyugdíjjóváírás	
ε = levonási hányad	