Közgazdasági Szemle, LVIII. évf., 2011. szeptember (792–805. o.)

SZÜLE BORBÁLA

Portfólióelméleti modell szerinti optimális nyugdíjrendszer

Az optimális nyugdíjrendszer elmélete iránt az utóbbi években folyamatos érdeklődés mutatkozik, ami a demográfiai folyamatokkal és a gazdasági helyzet alakulásával is magyarázható. Az összefüggések sokfélesége következtében az optimális nyugdíjrendszer is többfajta megközelítésben elemezhető. Ez a tanulmány portfólióelméleti modellben foglalkozik a nyugdíjrendszer optimális szerkezetének meghatározásával. A tanulmányban alkalmazott megközelítés szerint lehetséges a tőkefedezeti nyugdíjrendszerekben előforduló (pénzügyi) befektetési lehetőségek és a felosztó-kirovó nyugdíjrendszerbeli „befektetés" közös – a kockázat és hozam összefüggésével foglalkozó elméleti – modellben való elemzése. Az optimális nyugdíjrendszer összetétele, illetve a tőkefedezeti és felosztó-kirovó elven működő elemek nyugdíjrendszeren belüli optimális megoszlása ezen elméleti megközelítés alapján a nyugdíjrendszerben részt vevő egyének optimális portfólióválasztása alapján is meghatározható.
Journal of Economic Literature (JEL) kód: G11, H55.

A nyugdíjrendszer mint az időskori megélhetés biztosításának egyik lehetséges forrása többfajta elven működhet, napjainkban több országban is a felosztó-kirovó és a tőkefedezeti elv együttes jelenléte jellemzi a működését. A felosztó-kirovó elv szerint az adott időszakban felmerülő nyugdíjkifizetések forrását alapvetően az adott időszakban befolyó nyugdíjjárulék-bevételek jelentik (*OECD* [2005] 51. o.). Ahogyan e megfogalmazás is utal rá, a felosztó-kirovó elv esetében nincs tőkefedezet, míg a tőkefedezeti nyugdíjrendszereknél lényegében az egyének (nyugdíjcélú) megtakarításai alapján történik a nyugdíjak értékének meghatározása (uo. 44. o.).

A nyugdíjrendszerek természetesen többféleképpen is csoportosíthatók, a további elemzések során a felosztó-kirovó és a tőkefedezeti elv közötti azon különbségnek van jelentősége, hogy a tőkefedezeti elv alkalmazásakor jellemzően pénzügyi jellegű befektetésekre kerül sor, míg a felosztó-kirovó elv alkalmazásakor a nyugdíjrendszerbe való „befektetés" nem pénzügyi piacon kereskedett termék vásárlását jelenti. Ezzel együtt azonban (a befizetett nyugdíjjárulékok és a kapott nyugdíjak összevetésével) a felosztó-kirovó nyugdíjrendszer esetében is számolható egyfajta *implicit hozam,* amely akár egyes pénzügyi eszközökbe való befektetések hozamával is összehasonlítható. Tanulmányunk közös elméleti keretben kezeli az egyének számára rendelkezésre álló befektetési lehetőségeket, amelyeknek hozamalakulását ugyan egyes tényezők különböző mértékben befolyásolhatják, de a hozamok összefüggése alapján optimális portfólió-összetétel is számolható. Az itt bemutatott elméleti keretben pedig az egyének számára optimális befektetési portfólió összetétele alapján következtetni lehet a nyugdíjrendszer esetében is a felosztó-kirovó és a

Szüle Borbála a Budapesti Corvinus Egyetem oktatója (e-mail: borbala.szule@uni-corvinus.hu).

tőkefedezeti elvű nyugdíjfinanszírozási módszer nyugdíjrendszeren belüli, portfólióelmélet szerinti optimális arányára.[1]

A nyugdíjrendszer mint speciális portfólió optimális összetételének kérdését a portfólióelmélet eszköztárával közelítjük. E témában számos nézet ismert, a kérdés elemzésének elméleti háttere pedig sok esetben makroökonómiai jellegű. Az egyik gyakran idézett elméleti eredmény szerint például a (társadalmi optimumot is jelentő) egyensúlyi piaci kamatláb megegyezik a népesség növekedési ütemével, a társadalmi optimum pedig az elméleti modell szerint elérhető, ha a „fiatalok generációja" tartja el az „idős generációt" úgy, hogy őket majd időskorukban a majdani „fiatalok" támogatják (*Samuelson* [1958]). Ebben a gondolatmenetben a felosztó-kirovó nyugdíjrendszer finanszírozási mechanizmusának egyfajta egyszerűsített leírása rejlik. Egy másik ugyancsak sokszor idézett megállapítás szerint a felosztó-kirovó nyugdíjrendszer akkor javítja az egyének jóléti helyzetét, ha az éves reálbér-növekedési ütem és a népességnövekedési ütem összege nagyobb a kamatlábnál (*Aaron* [1966]). Fordított esetben (ha ez az összeg kisebb a kamatlábnál) a társadalombiztosítás bevezetése csak bizonyos helyzetekben nem csökkentené a jólétet (például akkor fordulhatna elő ez, ha a társadalombiztosításban méretgazdaságosság érvényesülhetne).

A nyugdíjrendszer témájához kapcsolódó, rendkívül széles körű szakirodalomban a felosztó-kirovó, illetve a tőkefedezeti nyugdíjrendszerek közül az előnyösebb kiválasztásával kapcsolatos elemzések tehát gyakran bizonyos növekedési ráták (illetve ezek összege), valamint kamatláb összehasonlítására koncentrálnak (például *Aaron* [1966], *Samuelson* [1975]). Ezekben az elemzésekben azonban a ráták változékonysága, amit bizonyos hozamok „volatilitásának" is lehet tekinteni, gyakran egyáltalán nem kap szerepet. A portfólióelmélet (*Markowitz* [1991]) eredményei szerint ezzel szemben a befektetési lehetőségek optimális kombinációjának kiválasztása során nemcsak a hozamok (várható) értékének, hanem a kockázatnak (ami a hozamvolatilitást érinti) is kiemelt a jelentősége, illetve lényeges az egyes hozamok közötti összefüggés is. Ez az összefüggés a nyugdíjrendszer esetében rendkívül összetett lehet: a felosztó-kirovó nyugdíjrendszer „implicit" hozamát befolyásoló népességváltozás hatással lehet például a pénzügyi befektetések hozamára is (e témához kapcsolódóan például *Mosolygó* [2009] említ a „vagyonzsugorodási hipotézissel" kapcsolatos összefüggéseket).

A nyugdíjrendszert speciális portfólióként modellezve a különböző portfólióelemek (a felosztó-kirovó, illetve tőkefedezeti nyugdíjrendszerelemek) optimális arányára vonatkozóan is következtetéseket lehet levonni elméleti modell keretén belül. A szakirodalomban e témával kapcsolatban ehhez hasonló elméleti megközelítést is alkalmaz *Dutta–Kapur–Orszag* [2000] és *Matsen–Thøgersen* [2004] (az előbbi figyelmen kívül hagyja, az utóbbi figyelembe veszi az együtt élő nemzedékek modellezését). *Dutta–Kapur–Orszag* [2000] modelljében a nem kockázatkerülő befektetők számára – *Aaron* [1966] következtetéseihez hasonlóan – a tőkefedezeti nyugdíjrendszer akkor optimális, ha a kétféle hozam esetében a tőkefedezeti nyugdíjrendszer hozamának várható értéke nagyobb, mint a másik nyugdíjrendszer hozamának várható értéke, de kockázatkerülő befektetőknél előfordulhat, hogy a kétféle nyugdíjrendszer kombinációja az optimális. *Matsen–Thøgersen* [2004] modelljében (hozamok esetében lognormális eloszlást feltételezve) a viszonylag alacsonyabb hozamú felosztó-kirovó nyugdíjrendszerbe való „befektetés" akkor tekinthető előnyösebbnek, ha kisebb mértékben korrelál a részvénypiaci befektetés hozamaival.

A *Matsen–Thøgersen* [2004] és *Dutta–Kapur–Orszag* [2000]) eredményeire is építve, olyan portfólióelméleti modellkeretben elemezzük a (kockázatkerülő egyénekből álló) együtt élő nemzedékek nyugdíjrendszerének optimális összetételét, amelyben a sztochasz-

[1] A nyugdíjrendszer optimalitásának témája nagyon sokféle szempontból elemezhető kérdés (például *Simonovits* [2004] az aszimmetrikus informáltság szerepét állítja elemzése középpontjába), azonban jelen tanulmányban elsősorban a portfólióelméleti szempontokkal foglalkozunk.

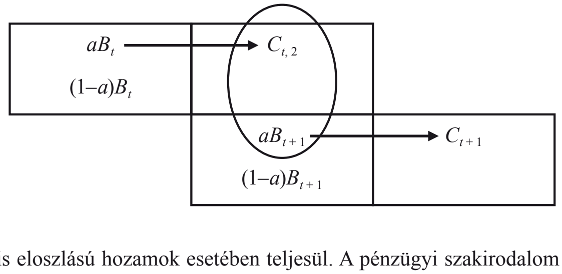
tikus hozamok alakulása a várható érték és szórás, a hozamok közötti kapcsolat pedig a korreláció alapján jellemezhető.[2] A portfólióelméleti alapfogalmak alkalmazása tekintetében meglévő hasonlóságon túl *Dutta–Kapur–Orszag* [2000] modelljéhez képest a fő eltérés, hogy a tanulmányban szereplő modell a felosztó-kirovó nyugdíjrendszer implicit hozamának számításánál közvetlenül az együtt élő nemzedékek modellezéséből indul ki, így lehetőség van például demográfiai mutatószámok és az optimális portfólió kapcsolatának áttekintésére. *Matsen–Thøgersen* [2004] modelljéhez képest az egyik fő különbség a hozamok definiálásának módja: a tanulmányban szereplő modellben mindössze azt feltételezzük, hogy a portfólió-összeállítás során választható befektetések esetében a hozamnak van várható értéke és szórása, az eloszlásra vonatkozóan egyéb feltevés nem szerepel a modellben. A tanulmány kiemelten foglalkozik az optimális portfólió létrehozhatóságának feltételeivel, az optimális portfólióbeli arányok és a modellparaméterek közötti összefüggések bemutatásával, valamint a kockázatmentes befektetés különböző optimális arányainak összehasonlításával is.

A modell felépítése

A portfólióelméleti modell az együtt élő nemzedékek *(overlapping generations)* egyszerű modelljére épül. A feltevések szerint a modellben egyidejűleg két generáció él együtt: a „fiatalok”, akik dolgoznak (és ezért bért kapnak), és jövedelmük egy részét megtakarítják, valamint az „idősek”, akik nem dolgoznak, hanem korábbi befektetési döntésüktől függő értékű megtakarításukat fogyasztási kiadásokra költik. A modellben az első periódus végi halandósági kockázattal nem foglalkozunk (*Matsen–Thøgersen* [2004]). Az egyének a feltevések szerint egyforma kockázatkerülési jellemzőkkel rendelkeznek, és a modellben nem foglalkozunk a generáción belüli esetleges jövedelemátcsoportosítások lehetőségével. Az egyforma tulajdonságokkal jellemezhető egyének feltevése alapján a portfólióválasztási döntéseket valamely reprezentatív egyén szempontjából elemezzük.

A feltevések szerint a t-edik generációhoz tartozó egyének B_t bért kapnak, ez az egyetlen forrása jövedelmüknek „fiatal” korukban. E jövedelem egyik $(1 - a)$ részét az első periódusbeli fogyasztásra fordítják, míg a maradékot $(B_t a)$ megtakarítják, hogy a második periódusban is legyen lehetőségük fogyasztásra. Jelölje a továbbiakban r_p az egyén által választott befektetési portfólió hozamát, $C_{t,i}$ $(i = 1, 2)$ pedig a t-edik generáció i-edik periódusbeli fogyasztását, amely a feltevések szerint tehát $C_{t,1} = (1 - a)B_t$, illetve $C_{t,2} = aB_t(1 + r_p)$. A modell ezen paramétereinek összefüggéseit az *1. ábra* mutatja (a modell feltételezi, hogy a felosztó-kirovó nyugdíjrendszerben a bevételek és kiadások értéke megegyezik, és a nyugdíjrendszerrel kapcsolatos esetleges költségek figyelmen kívül hagyhatók).

1. ábra
Együtt élő generációk fogyasztása és megtakarítása a modellben



[2] Ez például normális eloszlású hozamok esetében teljesül. A pénzügyi szakirodalom egyes elméletei feltételezik a hozamok eloszlása esetében a normális eloszlást, bár a gyakorlatban a hozamok eloszlása gyakran nem tekinthető normális eloszlásnak.

A modellben a értékét konstansnak tekintjük, hasonlóan például *Matsen–Thøgersen* [2004] modelljéhez, amelyben a dolgozók teljes jövedelmüket megtakarításra fordítják. Összetettebb elemzési keretben érdekes téma lehetne az is, hogy az optimális befektetési portfólió jellemzői (például kockázata) hogyan befolyásolják az optimális megtakarítási rátát, jelen modellben azonban az optimális portfólió-összetételre koncentrálunk, így ezzel a kérdéssel nem foglalkozunk. A jelenbeli és jövőbeli fogyasztásra vonatkozó bizonyos preferenciák (illetve hasznosságfüggvények) esetében egyébként lehet a értéke konstans.

A feltevések szerint a bér és a népességnövekedés értéke minden periódusban sztochasztikusan alakul, az egyén jövedelmét jelentő bér növekedési üteme valószínűségi változó, amelyet g^b jelöl, e valószínűségi változó értéke a t-edik periódusban g_t^b, vagyis $B_{t+1} = B_t\left(1+g_t^b\right)$, illetve N_t létszámú t-edik generáció esetében, a népesség t-edik periódusban jellemző tényleges növekedési ütemét g_t^n jelöli, amely a g^n valószínűségi változó egy realizációjának tekinthető, tehát $N_{t+1} = N_t\left(1+g_t^n\right)$. A bérnövekedési és népességnövekedési ütem mint valószínűségi változók esetében feltételezzük, hogy létezik várható értékük és szórásuk, amelyek időben konstans értékek.

E feltevések alapján a $(t+1)$-edik generáció esetében [amelyik a $(t+1)$-edik periódusban „fiatal”] a generáció számára kifizetett összes bér értéke tehát $B_{t+1}N_{t+1} = B_tN_t\left(1+g_t^b\right)\left(1+g_t^n\right)$. Az összes bér növekedési üteme is valószínűségi változó, ennek értéke a felosztó-kirovó nyugdíjrendszer szempontjából speciálisan értelmezhető, így az eredmények könnyebb áttekinthetősége érdekében ezt a továbbiakban jelölje i_t:

$$i_t = \left(1+g_t^b\right)\left(1+g_t^n\right) - 1. \tag{1}$$

A t-edik periódusban i_t értékű i valószínűségi változó esetében szintén feltételezzük, hogy létezik várható értéke és szórása, és ezek a paraméterek időben konstansok, tehát a különböző periódusokban ugyanolyan értékűek. Jelölje a továbbiakban $E(i) = \mu_i$ az i valószínűségi változó várható értékét, $\mathrm{Var}(i) = \sigma_i^2$ pedig a varianciáját.

Az i valószínűségi változó a felosztó-kirovó nyugdíjrendszer implicit hozamaként is értelmezhető. A felosztó-kirovó nyugdíjrendszerbe való „befektetés” azt jelenti a t-edik generáció esetében, hogy a t-edik periódusban a nyugdíjrendszerbe történő befizetés után a $(t + 1)$-edik periódusban nyugdíjat kapnak. A felosztó-kirovó nyugdíjrendszer bevétele a $(t + 1)$-edik periódusban összesen $B_{t+1}N_{t+1}aj$ (j érték a járulékkulcsot jelöli, vagyis a jövedelemből a nyugdíjrendszerbe befizetett rész arányára utal), a kiadások pedig $P_{t+1}N_t$ (ha a t-edik generáció egy tagja P_{t+1} értékű nyugdíjat kap, és minden egyén a t-edik generációban ugyanakkora nyugdíjban részesül). A felosztó-kirovó nyugdíjrendszerbe való „befektetés” hozama a t-edik generáció esetében tehát:

$$\frac{P_{t+1}}{aB_tj} - 1 = \frac{N_{t+1}}{N_t} \times \frac{B_{t+1}}{B_t} - 1 = i_t. \tag{2}$$

Mivel az i valószínűségi változónak a feltevések szerint van várható értéke és szórása, így e két paraméter elemzésére épülő portfólióelmélet modelljei alkalmazhatók. Mivel a feltevések szerint az egyes generációkhoz tartozó egyének jellemzői, illetve jövedelme is megegyeznek, ezért a modell nem feltételez generáción belül eltérő implicit hozamokat (amelyek a gyakorlatban esetenként előfordulhatnak, ahogyan erre például *Feldstein* [1974] is utal). Ennek a „befektetésnek” a portfólióelméletbe való beillesztése során azonban speciális megkötésekre van szükség, mivel például a portfólióbeli aránya nem lehet negatív.

Az érintett generációk esetében a járulékkulcs azonossága is feltételezésként szerepelt az előzőkben, ha a járulékkulcs valamilyen fajta előíráson alapul, akkor ez nyilvánvalóan értelmes feltevés, az optimális portfólióválasztás tanulmányozása során azonban e feltételezés indokolhatóságával is érdemes foglalkozni. A járulékkulcs ebben az esetben időben akkor konstans lehet, ha az egyének hozamra és kockázatra vonatkozó preferenciái, illetve az optimális portfólióválasztást befolyásoló valószínűségi változók paraméterei időben állandók. Ebben az esetben akkor is feltételezhető a járulékkulcs időbeli állandósága, ha minden generáció külön dönt az adott generáció számára optimális befektetési portfólióról, mivel ezen optimális döntés minden generáció számára ugyanaz lesz a jelen modellben.

A befektetési lehetőségek esetében az egyik fontos jellemző a gyakorlatban is a kockázat mértéke, amelyet modellünkben a portfólióelmélet „hagyományos" modelljéhez (például *Markowitz* [1991]) hasonlóan a hozam szórásával mérünk. A pénzügyi befektetési lehetőségek között érdemes megkülönböztetni a kockázatmentes és a kockázatos befektetéseket.[3] A modellben a feltevések szerint kockázatmentesnek tekinthető az a befektetés, amely hozamának szórása nulla, vagyis a hozam konstans: ezt a kockázatmentes hozamot a következőkben r_f jelöli. Ezzel szemben a modellben a kockázatos pénzügyi befektetés hozamát az r_s valószínűségi változó jelöli, amelynek a t-edik periódusbeli értéke $r_{s,\,t}$. A kockázatos befektetési lehetőség hozamáról mint valószínűségi változóról feltételezzük, hogy létezik várható értéke és szórása, és ezek az értékek az időben változatlanok: a várható értéket a továbbiakban $\mathrm{E}(r_s) = \mu_s$, a varianciát pedig $\mathrm{Var}(r_s) = \sigma_s^{\,2}$ jelöli.

A továbbiakban a tanulmányban a befektetések elnevezésének egyszerűsítése érdekében a kockázatos, de pénzügyi piacon nem kereskedett (a felosztó-kirovó nyugdíjrendszerben való részvétellel összefüggő) befektetés megnevezésére a „nyugdíjbefektetés" kifejezést alkalmazzuk (azzal együtt, hogy a modellfeltevések esetében természetesen az egyéb befektetések is az „idős" korban való fogyasztás lehetővé tétele érdekében történhetnek).

A modellben azt a feltevést alkalmazzuk, hogy a kockázatmentes pénzügyi befektetési lehetőség a nyugdíjrendszerben való részvételtől függetlenül az egyének rendelkezésre áll az „idős" kori jövedelemről való gondoskodás esetében. Ilyen módon jobban áttekinthetők a különböző összetételű nyugdíjrendszerekben a kockázatmentes befektetések portfólióbeli arányait jellemző eltérések. Bár a nyugdíjrendszerek szerkezeti átalakításainak állampapír-piaci (illetve államadósságot érintő) hatásaival ebben a modellben nem foglalkozunk, a befektetések keresletéhez, így a piaci hozamokhoz kapcsolódó érdekes eredmény lehet például az is, hogy vegyes nyugdíjrendszerben más nyugdíjrendszerekhez képest nagyobb-e a kockázatmentes befektetés optimális aránya (például adott kínálat mellett nagyobb kereslet hatására csökkenhetnek a piaci hozamok).

A generációkat alkotó, optimális befektetési döntésekre törekvő[4] egyénekről a modellben feltételezzük, hogy kockázatkerülők, és a befektetések esetében a várható hozamon kívül a kockázat (a hozam szórása) szerepel a hozammal kapcsolatos hasznosságfüggvényükben. A feltevések szerint az egyének ismerik a portfólió-összetétellel kapcsolatos döntéshez szükséges paraméterek értékeit. A feltevések szerint az egyének ugyanolyan mértékben kockázatkerülők, tehát minden befektetési döntést hozó egyén esetében a befektetési portfólió $\mathrm{E}(r_p)$ várható hozamának, illetve $\mathrm{Var}(r_p)$ varianciájának figyelembevételével a hasznosságfüggvény:

$$U = \mathrm{E}(r_p) - K\mathrm{Var}(r_p), \tag{3}$$

ahol K a kockázatelutasítás mértékére utal, kockázatkerülő befektetők esetében pozitív érték, ami a várható hozam és a kockázat összeméréséhez járul hozzá. A befektetők hasznosságfüggvényének ilyen módon történő definiálása *Bodie–Kane–Marcus* [2005] (191. o.) definíciójához hasonló.

[3] Természetesen a kockázat fogalma többféleképpen is értelmezhető, például a gyakorlatban különbség lehet a nominális és például az inflációt is figyelembe véve számolt reálpénzáramlások kockázatossága között is.

[4] A modellben a feltevések szerint az egyének racionális szempontok alapján hasznosságfüggvény figyelembevételével optimalizálják befektetési döntéseiket, a gyakorlatban a nyugdíjcélú megtakarításokra vonatkozó döntések természetesen ettől eltérő jellegzetességekkel rendelkezhetnek (ezzel kapcsolatban érdekes eredményeket tartalmaz *Ágoston–Kovács* [2007] írása).

Optimális portfólió egyetlen kockázatos befektetési lehetőség esetén

Amennyiben a kockázatmentes befektetésen kívül a befektetők rendelkezésére álló egyetlen kockázatos befektetési lehetőség a kockázatos pénzügyi termék, akkor az eredmények a pénzügyi elméletben ismert összefüggésekhez hasonlók. Ezeket az eredményeket a modell jelöléseivel vezetjük le, a modell többi eredményével való egyszerűbb összehasonlíthatóság érdekében. Kockázatos, pénzügyi (piacon kereskedett) befektetési lehetőség és kockázatmentes befektetési lehetőség rendelkezésre állása esetén az előzőkben bevezetett jelöléseket is alkalmazva a t-edik generáció egy tagjának fogyasztása „idős" korában $C_{t,2} = aB_t\,[(1-w_s)(1+r_f) + w_s(1+r_s)]$, ahol w_s a kockázatos pénzügyi befektetés arányát jelöli. A befektetési portfólió hozama szintén valószínűségi változó, amelynek értéke:

$$r_p = \frac{C_{t,2}}{aB_t} - 1 = r_f + w_s\left(r_s - r_f\right). \tag{4}$$

A portfólió hozamának várható értéke és varianciája figyelembevételével a befektető hasznosságfüggvénye $U\left(w_s\right) = r_f + w_s\left(\mu_s - r_f\right) - Kw_s^{\,2}\sigma_s^{\,2}$, ennek deriváltja alapján a (reprezentatív) befektető hasznosságának maximumát jelentő optimális portfóliósúly a kockázatos pénzügyi befektetés esetében:

$$w_s^{\,*} = \frac{\mu_s - r_f}{2K\sigma_s^{\,2}}. \tag{5}$$

Mivel $d^2U/dw_s^{\,2} = -2K\sigma_s^{\,2} < 0$, ezért ez a szélsőérték-maximum. Hasonlók az eredmények az optimális portfólióval kapcsolatban akkor is, ha azt feltételezzük, hogy a befektetők számára a kockázatmentes (pénzügyi) befektetésen kívül csak a „nyugdíjbefektetés" áll rendelkezésre. Mivel a t-edik generáció egy (reprezentatív) tagjának „idős" kori fogyasztása (ami valószínűségi változó) $C_{t,2} = P_{t+1} + aB_t(1-j)(1+r_f)$, így a befektető számára optimális járulékkulcs (a hasznosságfüggvény deriváltjaival kapcsolatos számolásokat az előző eredményekkel való hasonlóság miatt nem részletezzük):

$$j^* = \frac{\mu_i - r_f}{2K\sigma_i^{\,2}}. \tag{6}$$

Az eredmények szerint a kockázatkerülő egyének számára tehát akkor előnyös a „nyugdíjbefektetés" választása (vagyis akkor pozitív az optimális j értéke), ha az implicit hozam várható értéke a kockázatmentes hozamnál magasabb. Ez az eredmény érdekesnek tekinthető, figyelembe véve, hogy a demográfiai folyamatok következtében az implicit hozam várható értéke meglehetősen alacsony is lehet (például csökkenő népesség esetében). A későbbiekben elemezzük majd azt az esetet is, amikor a befektetők nem csak egyetlen kockázatos befektetést választhatnak, és az elemzésben arra is kitérünk, hogy a kockázatmentes hozamnál alacsonyabb várható hozam valamelyik kockázatos befektetés esetében automatikusan az adott befektetés optimális portfólióból való kimaradását jelenti-e.

E tanulmány nem elemzi részletesen a kockázatmentes befektetés piacát érő hatásokat, azonban érdemes megemlíteni azokat a különbségeket, amelyek optimális portfólióválasztás esetén a kétféle nyugdíjrendszerben a kockázatmentes befektetések optimális arányait érintik. Például – a többi paramétert adottnak tekintve – az optimális portfólióválasztás esetén a befektető akkor fektet be többet a felosztó-kirovó nyugdíjrendszer esetében kockázatmentes befektetésbe, mint a tőkefedezeti nyugdíjrendszerben, ha

$$\mu_i < r_f + \frac{\mu_s - r_f}{\sigma_s} \times \frac{\sigma_i^{\,2}}{\sigma_s}. \tag{7}$$

Ha tehát az implicit hozam várható értéke kisebb, mint egy bizonyos érték, akkor a modellben a kockázatmentes befektetés iránti „kereslet” értéke nagyobb a felosztó-kirovó nyugdíjrendszer esetében, mint a tőkefedezeti nyugdíjrendszernél. Bár az alkalmazott feltevések meglehetősen egyszerűek, és a gyakorlatban megfigyelhető folyamatok komplexitásának teljes körű figyelembevétele nem lehetséges a modellben, ezzel együtt azonban érdekes lehet ez az eredmény is, mivel az egyének megtakarításainak alakulása a gyakorlatban sok más gazdasági folyamattal is összefügghet.

Optimális portfólió két kockázatos befektetési lehetőség esetén

Amikor egy nyugdíjrendszerben egyszerre lehetnek jelen felosztó-kirovó és a tőkefedezeti elemek is, foglalkozni kell azzal, hogy milyen a kapcsolat a két kockázatos befektetési lehetőség hozamai között. A „klasszikus” portfólióelmélethez hasonlóan a hozamok közötti „együttmozgást” a korrelációs együtthatóval mérjük:

$$\rho = \frac{\operatorname{cov}\left(r_s, i\right)}{\sigma_s \sigma_i}, \tag{8}$$

ahol a számlálóban a kockázatos pénzügyi befektetés hozama és a felosztó-kirovó nyugdíjrendszer implicit hozama közötti kovariancia található. A korreláció értéke esetében nem feltételezünk függvénykapcsolatot valamely más, például demográfiai mutatószámmal.

Az előzőkben bevezetett jelöléseket alkalmazva a t-edik generáció valamely tagjának „idős” kori fogyasztása $C_{t,2} = aB_t(1-j)[(1 + r_f + w_s(r_s - r_f)] + P_{t+1}$, ami alapján a portfólió (valószínűségi változónak tekinthető) hozama:

$$r_p = \frac{C_{t,2}}{aB_t} - 1 = r_f\left(1-j\right)\left(1-w_s\right) + r_s\left(1-j\right)w_s + j \times i. \tag{9}$$

Mivel a befektetési portfólió hozamának várható értéke az előzőkben bemutatott jelölésekkel $r_f(1-j)(1-w_s) + \mu_s(1-j)w_s + \mu_i j$, míg a befektetési portfólió kockázatát jellemző variancia $\left(1-j\right)^2 w_s^2 \sigma_s^2 + j^2\sigma_i^2 + 2\left(1-j\right) j w_s \sigma_s \sigma_i \rho$, ezért a befektető egyének hasznosságfüggvénye:

$$\begin{aligned} U\left(w_s, j\right) &= r_f\left(1-j\right)\left(1-w_s\right) + \mu_s\left(1-j\right)w_s + \mu_i j - K \qquad 1 \\ &- K\sigma_s^2\left(1-j\right)^2 w_s^2 - Kj^2\sigma_i^2 - 2K\left(1-j\right) j w_s \sigma_i \sigma_s \rho. \end{aligned} \tag{10}$$

A befektető optimális portfóliójában ebben az esetben három befektetési lehetőség fordulhat elő: a kockázatmentes befektetés, valamint a kétféle kockázatos befektetési lehetőség, amelyeket j és w_s tükröz. A befektetési portfólió várható hozamának $r_f(1-j)(1-w_s) + \mu_s(1-j) w_s + \mu_i j$ képletéből is megállapítható, hogy a modell jelölései alapján a kockázatmentes befektetés aránya a portfólióban $(1-j)(1-w_s)$, a kockázatos pénzügyi befektetés aránya a portfólióban $(1-j)w_s$, míg a nyugdíjbefektetés aránya a portfólióban j.

Bár a nyugdíjrendszerrel kapcsolatban a gyakorlatban gyakran jellemzők bizonyos befektetési korlátozások is, a modellben mindössze olyan módon foglalkozunk a befektetési korlátozásokkal, hogy a portfólióban nem szerepelhet a feltevések szerint negatív, illetve egynél nagyobb súllyal rendelkező portfólióelem.[5] E feltevések alapján felmerül a kérdés, hogy adott esetben (meghatározott paraméterek alkalmazása esetében) a portfólióelmélet szerint számolható optimális portfólió megfelel-e ezeknek a feltételeknek, vagyis elméle-

[5] A befektetési korlátozások a kockázatos pénzügyi befektetési lehetőség paramétereire vonatkozó korlátozásként is figyelembe vehetők lehetnének a modellben.

tileg lehetséges-e (a viszonylag egyszerű befektetési korlátozásoknak) megfelelő vegyes nyugdíjrendszer létrejötte. Ezzel a kérdéssel a későbbiekben a korrelációs együttható értékével összefüggésben foglalkozunk.

A hasznosságfüggvény deriváltjai alapján, a $\partial U/\partial w_s = 0$ és a $\partial U/\partial j = 0$ egyenletek megoldásával lehet következtetni a befektetések portfólión belüli optimális arányára:

$$\frac{\partial U(w_s, j)}{\partial w_s} = (\mu_s - r_f)(1-j) - 2K(1-j)j\sigma_i\sigma_s\rho - 2K\sigma_s^2(1-j)^2 w_s = 0. \tag{11}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial U(w_s, j)}{\partial j} = {} & w_s^2(1-j)2K\sigma_s^2 + w_s\left(4K\sigma_i\sigma_s\rho j - 2K\sigma_i\sigma_s\rho - \mu_s + r_f\right) + \\ & + (\mu_i - r_f) - 2K\sigma_i^2 j = 0.\end{aligned} \tag{12}$$

A (11) egyenlet alapján a kockázatos pénzügyi befektetés optimális portfólióbeli aránya a nyugdíjjárulékkulcs adott j szintjét feltételezve:

$$w_s^{**}(1-j) = \frac{\mu_s - r_f}{2K\sigma_s^2} - j\frac{\sigma_i}{\sigma_s}\rho. \tag{13}$$

A (13) képletben szereplő megoldás a kockázatos pénzügyi befektetés portfólión belüli optimális arányára vonatkozóan maximumnak tekinthető, ha j értéke nem egységnyi, mivel ebben az esetben $\partial^2 U(w_s, j)/\partial w_s^2 = -2K\sigma_s^2(1-j)^2 < 0$. A (13) képlet alapján az is megállapítható, hogy ha a kockázatos befektetési lehetőségek közötti korreláció értéke nulla, vagy pedig ha az optimális befektetési portfólióban nem szerepel a nyugdíjbefektetés, akkor a kockázatos pénzügyi eszközbe való befektetés optimális aránya megegyezik azzal az értékkel, ami a tőkefedezeti nyugdíjrendszerben az (5) képlet alapján számolható. A kockázatos pénzügyi befektetés esetében számolható optimális befektetési arány a vegyes nyugdíjrendszerben ennél az értéknél pedig akkor nagyobb, ha az optimális befektetési portfólióban a nyugdíjbefektetés is szerepel, és a két kockázatos befektetési lehetőség közötti korrelációs együttható értéke negatív. A (13) összefüggést alkalmazva az optimálisnak tekinthető járulékkulcs mértékét a (14) összefüggés alapján lehet számolni:

$$\begin{aligned} j^2(1-\rho^2)2K\sigma_i^2 + j\left[\rho\frac{\sigma_i}{\sigma_s}(\mu_s - r_f) - (\mu_i - r_f) - 2K\sigma_i^2(1-\rho^2)\right] - \\ - \rho\frac{\sigma_i}{\sigma_s}(\mu_s - r_f) + (\mu_i - r_f) = 0.\end{aligned} \tag{14}$$

Mivel a (14) összefüggés a járulékkulcsra vonatkozóan másodfokú egyenlet, ezért elméletileg két megoldás is számolható, amelyek közül az egyik egységnyi, mivel $j_1^{**} = 4K\sigma_i^2(1-\rho^2)/4K\sigma_i^2(1-\rho^2) = 1$. A másik megoldás a járulékkulcs esetében nem konstans, hanem a két kockázatos befektetést jellemző paraméterek függvénye:

$$j_2^{**} = \frac{(\mu_i - r_f) - \rho\dfrac{\sigma_i}{\sigma_s}(\mu_s - r_f)}{2K\sigma_i^2(1-\rho^2)}. \tag{15}$$

A j_2^{**} (a továbbiakban j^{**}) esetében számolt megoldás egyébként a hasznosságfüggvény maximumára utal, mivel $\partial^2 U(w_s, j)/\partial j^2 = -2K\left(w_s^2\sigma_s^2 + \sigma_i^2 - 2w_s\sigma_s\sigma_i\rho\right) < 0$, ugyanis a korrelációs együttható legnagyobb lehetséges értéke esetében is

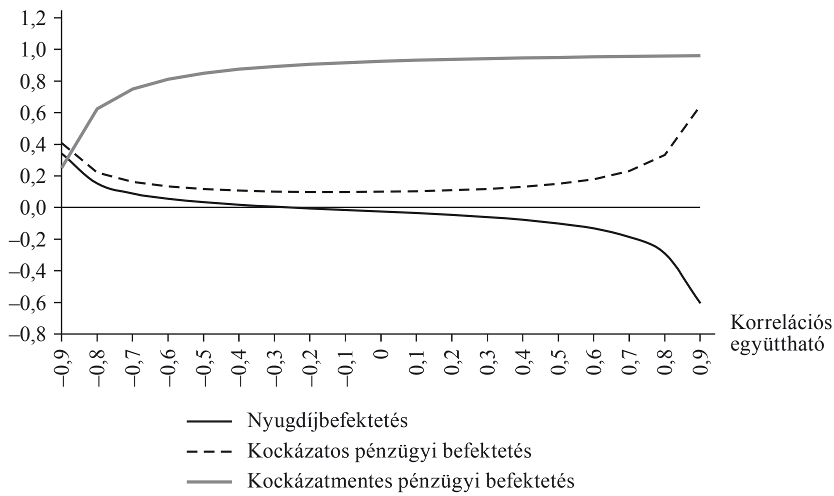
$$\left.\frac{\partial^2 U(w_s, j)}{\partial j^2}\right|_{\rho=1} = -2K(w_s\sigma_s - \sigma_i)^2 < 0.$$

A következőkben azokat a portfólióbeli arányokat tekintjük megfelelő megoldásnak, amelyek esetében a j és w_s értékekre kapott optimális értékek egyaránt a hasznosságfüggvény maximumának elérésével járnak, és a nyugdíjbefektetés és a másik két befektetés portfólión belüli arányai 0 és 1 közötti értékek. A modell eredményei olyan szempontból is hasonlítanak *Dutta–Kapur–Orszag* [2000] eredményeire, hogy a felosztó-kirovó, illetve tőkefedezeti rész optimális arányai több esetben (a gyakorlat szempontjából is elfogadhatónak tekinthető paraméterértékeknél) nem pontosan 0 vagy 1 értékek. Ez arra utal, hogy ilyen elméleti modellben a vegyes nyugdíjrendszer gyakran előnyösebb, mint a nem vegyes nyugdíjrendszer. Az optimum „megvalósíthatósága", vagyis például bizonyos befektetési korlátoknak való megfelelés azonban egy másik érdekes kérdés, amivel szintén foglalkozunk majd.

A (15) képlet arra is utal, hogy a vegyes nyugdíjrendszerben a nyugdíjbefektetés aránya akkor is lehet az optimális portfólió esetében pozitív érték, ha az implicit hozam várható értéke kisebb, mint a kockázatmentes hozam. Ez azért is érdekes eredmény, mert a tiszta (nem vegyes) nyugdíjrendszerben ilyen helyzet nem fordulhat elő a modellben. A *2. ábra* is mutatja, hogy adott paraméterértékek esetében ($\mu_s = 0{,}15$, $\mu_i = 0{,}1$, $\sigma_s = 0{,}2$, $\sigma_i = 0{,}2$, $r_f = 0{,}11$, $K = 5$) az optimális járulékkulcs értéke ebben a helyzetben alacsonyabb értékű korreláció esetében nagyobb.

2. ábra

Optimális befektetési arányok a korreláció függvényében



Forrás: saját számítások.

Szintén érdekes eredményünk, hogy abban az esetben, ha a két kockázatos befektetés hozamai közötti korreláció értéke nulla, akkor a nyugdíjbefektetés és a kockázatos pénzügyi befektetés optimális aránya a vegyes nyugdíjrendszerben is megegyezik azzal az optimális aránnyal, amit abban az esetben kapunk, ha a portfólióról való döntés során a befektetők számára csak az egyik kockázatos befektetési lehetőség és a kockázatmentes befektetés választható. Ezt az eredményt a *3. ábra* szemlélteti ($\mu_s = 0{,}15$, $\sigma_s = 0{,}25$, $\sigma_i = 0{,}25$, $r_f = 0{,}1$, $K = 1$, $\rho = 0$).

Meghatározható az a feltétel is, amelynek teljesülése esetében a nyugdíjbefektetés optimális aránya a portfólióban nagyobb a vegyes nyugdíjrendszer esetében (vagyis $j^{**} > j^{*}$):

$$j^* > w_s^* \frac{\sigma_s}{\sigma_i} \frac{1}{\rho}. \quad (16)$$

A (16) összefüggésben található feltétel teljesül például, ha a két kockázatos befektetés várható hozama nagyobb, mint a kockázatmentes hozam (ez egyes tapasztalatokkal is összeegyeztethető feltétel), és a korrelációs együttható értéke negatív (ez az eredmény hasonlít például *Matsen–Thøgersen* [2004] eredményeire). Hasonló módon a kockázatos pénzügyi befektetés esetében a vegyes nyugdíjrendszerbeli optimális arány a nagyobb, ha $w_s^* > j^*(\sigma_i / \sigma_s)(1/\rho)$. Ez a feltétel $\mu_s > r_f$ esetében teljesül például akkor, ha az implicit hozam várható értéke nagyobb, mint a kockázatmentes hozam, miközben a korrelációs együttható értéke negatív, vagy például akkor is, ha az implicit hozam várható értéke kisebb, mint a kockázatmentes hozam, miközben a korrelációs együttható értéke pozitív.

A kockázatmentes befektetés optimális aránya a portfólión belül a j^{**} és w_s^{**} értékek alapján:

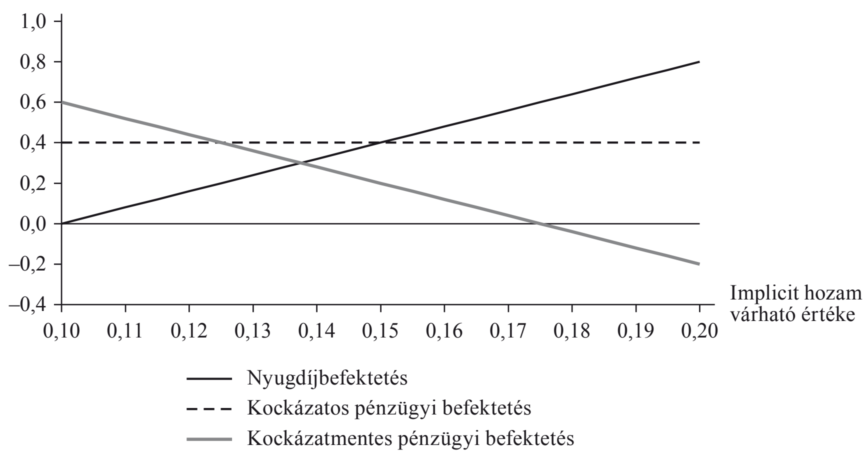
$$1 - \frac{1}{1-\rho^2}\left[j^*\left(1 - \frac{\sigma_i}{\sigma_s} \times \rho\right) + w_s^*\left(1 - \frac{\sigma_s}{\sigma_i} \times \rho\right)\right]. \quad (17)$$

Bár az előző eredmények alapján negatív korrelációs együtthatónál a kockázatmentes befektetés portfólióbeli optimális aránya kisebb lehet a vegyes nyugdíjrendszerben, mint egyébként, bizonyos paraméterértékek esetében a kockázatmentes befektetés aránya nem kisebb a nem vegyes nyugdíjrendszerben számolható optimális aránynál (például abban az esetben, ha $\sigma_i < \sigma_s$ és $\rho = \sigma_i / \sigma_s$, illetve $j^* < w_s^*$, a kockázatmentes befektetés optimális aránya a portfólióban $1 - j^*$).

A kockázatmentes befektetések piacának jellemzői és a nyugdíjrendszer szerkezetének változása közötti összefüggés a gyakorlat szempontjából nagyon fontos kérdés. A felosztó-kirovó nyugdíjrendszer részben tőkefedezeti elven működővé átalakításához például a gyakorlatban általában az állampapír-piaci befektetések iránti kereslet emelkedése kapcsolódik, ami a piaci hozamokra is hatással van. A nyugdíjrendszerek struktúrájának átalakításakor lényeges kérdést jelent az államadósság szerkezetének átalakulása is. Ezeknek

3. ábra

Optimális befektetési arányok az implicit hozam várható értékének függvényében



Forrás: saját számítások.

az összefüggéseknek az elemzésével tanulmányunkban nem foglalkozunk, mindössze az egyik lehetséges – a portfóliókialakítással összefüggő – hatás kiemelt bemutatásával kívánunk a szakirodalomhoz hozzájárulni.

A modellből levezethető érdekes eredmény lehet ugyanis az a szakirodalomban korábban nem kiemelt összefüggés, hogy a vegyes nyugdíjrendszer esetében előfordulhat, hogy kisebb a kockázatmentes befektetés aránya az optimális portfólióban, mint a csak felosztó-kirovó nyugdíjrendszer esetében. Ezt az esetet könnyen áttekinthetően illusztrálja például az a helyzet, amikor $\mu_i = \mu_s = \mu$ és $\sigma_i = \sigma_s = \sigma$. Ekkor a két kockázatos befektetési lehetőség optimális aránya a portfólióban egyaránt $(\mu - r_f)/[2K\sigma^2(1 + \rho)]$, és mivel a nem vegyes nyugdíjrendszerben a nem kockázatmentes befektetések aránya $(\mu - r_f)/2K\sigma^2$ lenne, ezért belátható, hogy negatív korrelációs együtthatónál egyértelműen kisebb a kockázatmentes befektetés aránya a vegyes nyugdíjrendszerben, mint egyébként. Ilyen helyzetben a kockázatmentes befektetések piacát érintő teljes hatás értékelése során – a nyugdíjrendszer átalakításához egyébként kapcsolódó többi hatáson kívül – az optimális portfólió módosulása következtében a kockázatmentes befektetések iránti csökkenő keresletet is figyelembe kellene venni (legalábbis elméleti modellkeretben, ahol az optimális portfólió változásai jól előre jelezhetők).[6]

A portfólióelméleti modellkeretből adódik az a jelenség, ami a *2. ábrán* is látszik, hogy elméletileg a korrelációs együttható bizonyos értékei esetében a járulékkulcs optimális értéke negatív is lehetne (a *3. ábrán* az is látszik, hogy az optimális portfólióbeli arányok elméletileg a többi befektetési lehetőségnél is lehetnek negatív értékűek). A nyugdíjbefektetés értelmezése ebben a modellben természetesen kizárja a negatív portfólióbeli arányok lehetőségét. A modellben az eredmények nyugdíjrendszerrel összefüggő értelmezésével kapcsolatban ezenkívül azt is feltételezzük, hogy mindhárom befektetési lehetőség portfólióbeli aránya 0 és 1 közötti érték lehet. Felmerül a kérdés, hogy milyen paraméterértékek esetében felel meg ezeknek a korlátozásoknak az optimális portfólióarányokkal számolt megoldás.

Az optimális portfólióbeli arányok befektetési korlátoknak való megfelelőségét a következőkben a korrelációs együttható esetében tanulmányozzuk, részben mivel *Matsen–Thøgersen* [2004] eredményei az optimális portfólióval kapcsolatban a korrelációs együttható fontosságára is felhívják a figyelmet. A korrelációs együttható értéke a definíciójából adódóan abszolút értékben maximum egységnyi lehet, illetve további korlátok is vonatkozhatnak rá az optimális portfólióbeli arányok modellben feltételezett lehetséges minimális és maximális értékével összefüggésben. A *3. ábrán* megfigyelhető például, hogy vegyes nyugdíjrendszerben nulla értékű korreláció esetén a nyugdíjbefektetés optimális aránya akkor pozitív, amikor a nyugdíjbefektetés implicit hozama meghaladja a kockázatmentes hozam értékét. Annak feltétele például, hogy a nyugdíjbefektetés aránya pozitív az optimális portfólióban:

$$\rho \leq \frac{\dfrac{\mu_i - r_f}{\sigma_i}}{\dfrac{\mu_s - r_f}{\sigma_s}}. \tag{18}$$

Meghatározhatók a korrelációs együttható modellbeli lehetséges értékei arra az esetre, ha a nyugdíjbefektetés optimális értéke nem haladja meg az egységnyi értéket. Az eredmények szerint a korrelációs együttható maximális értéke:

[6] Ezeket az eredményeket természetesen viszonylagosan kell értelmezni: a portfólió-összetételre vonatkoznak, és nem valamely adott évi mennyiségekre (tehát például nem a vásárolni szándékozott állampapír-mennyiségre).

$$\rho \leq \frac{\frac{\mu_s - r_f}{\sigma_s}\sigma_i + \sqrt{\left(\frac{\mu_s - r_f}{\sigma_s}\sigma_i\right)^2 - 8K\sigma_i^2\left(\mu_i - r_f - 2K\sigma_i^2\right)}}{4K\sigma_i^2}. \tag{19}$$

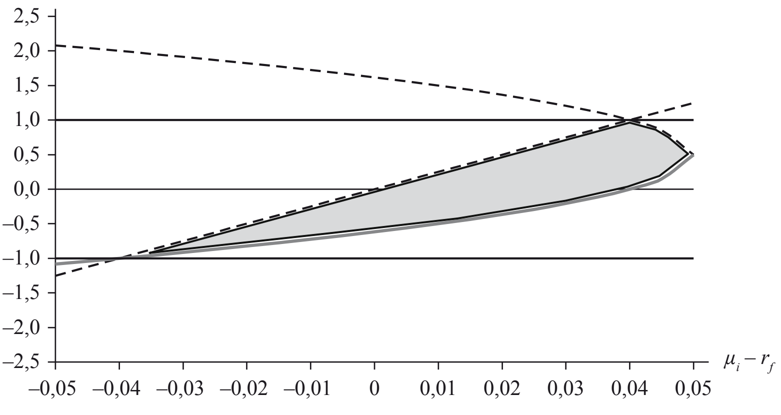
A korrelációs együttható minimális értéke pedig, ha a nyugdíjbefektetés optimális aránya a portfólión belül a modellben nem haladja meg az egységnyi értéket:

$$\rho \geq \frac{\frac{\mu_s - r_f}{\sigma_s}\sigma_i - \sqrt{\left(\frac{\mu_s - r_f}{\sigma_s}\sigma_i\right)^2 - 8K\sigma_i^2\left(\mu_i - r_f - 2K\sigma_i^2\right)}}{4K\sigma_i^2}. \tag{20}$$

A *4. ábra* (18), (19) és (20) összefüggéseknek megfelelő befektetési (alsó és felső) korlátokat és a korrelációs együttható lehetséges minimális és maximális (abszolút értékben egységnyi) értékei által adott korlátokat, illetve az ezen korlátozásoknak megfelelő korrelációs együtthatók lehetséges értékeit szemlélteti (annak függvényében, hogy az implicit hozam várható értéke mennyivel haladja meg a kockázatmentes hozamot) a $\mu_s = 0{,}15$, $\sigma_s = 0{,}25$, $\sigma_i = 0{,}2$, $r_f = 0{,}1$, $K = 0{,}5$ paraméterértékek esetében.

4. ábra

A korrelációs együttható korlátoknak megfelelő értékei



Forrás: saját számítások.

A *4. ábra* is mutatja, hogy bizonyos paraméterértékek esetében a korrelációs együtthatónak még abban az esetben is található olyan értéke, amely esetében a nyugdíjbefektetés portfólión belüli aránya pozitív, amikor az implicit hozam várható értéke a kockázatmentes hozamnál kisebb. Ezzel együtt azonban a *4. ábra* azt is szemlélteti, hogy bizonyos paraméterértékek esetében a korrelációs együtthatónak nincs olyan értéke, amely alapján számolva a nyugdíjbefektetés optimális aránya megfelelne a befektetési korlátoknak.

A modellben a kockázatos és kockázatmentes pénzügyi befektetési lehetőség esetében is hasonló módon meghatározhatók olyan feltételek (a korrelációs együtthatón kívül más paraméterekre vonatkozóan is), amelyek teljesülésekor az optimális portfólióbeli arányok megfelelnek a befektetési korlátozásoknak. Ezzel kapcsolatban összefoglalóan megállapítható, hogy az eredmények szerint nem mindegyik esetben számolhatók automatikusan olyan optimális portfólióbeli arányok a modellben, amelyek a befektetési korlátoknak megfelelnek, illetve több esetben is csak viszonylag szűk tartományban lehet a korrelációs együttható értéke akkor, amikor az optimális megoldás megfelel a befektetési korlátozásoknak.

Összefoglalás

A nyugdíjrendszer optimális összetételének témájával kiterjedt szakirodalom foglalkozik. A téma elemzése során gyakran bizonyos arányokat, illetve növekedési rátákat hasonlítanak össze, ugyanakkor viszonylag szűkebb körű szakirodalom foglalkozik az elemzésben előforduló növekedési ráták, illetve hozamok sztochasztikus jellegzetességeivel, illetve bizonyos hozamok esetében a kockázat közvetlen modellezésével. Tanulmányunk a nyugdíjrendszer optimális összetételének témáját portfólióelméleti keretben elemzi. A portfólióelméletben bizonyos hozamjellemzőkkel (várható hozam és kockázat) rendelkező befektetések optimális kombinációit lehet meghatározni adott – kockázatra és várható hozamra vonatkozó – preferenciák esetében. A tanulmányban bemutatott modellben a portfólióval kapcsolatos döntéseket olyan „fiatalok" hozzák, akik az együtt élő nemzedékek (kétperiódusos) modelljében „idős" kori fogyasztásukról gondoskodnak a számukra optimális portfólió választásával. A nyugdíjrendszer optimális összetételének elemzése során a portfólióelmélet alkalmazását az teszi lehetővé, hogy az egyének „fiatal" korban el nem fogyasztott jövedelme az elemzésben szereplő mindkét nyugdíjfinanszírozási módszer esetében olyan „befektetésnek" tekinthető, amelynek hozama és kockázata más befektetések hasonló jellemzőivel összehasonlítható, illetve a feltevések szerint értelmezhető a kockázatos befektetési lehetőségek hozamainak összefüggését mérő korreláció.

A gyakorlatban a nyugdíjrendszerekkel összefüggésben gyakran említett két különböző lehetőség a felosztó-kirovó, illetve a tőkefedezeti rendszer. A tanulmányban bemutatott elméleti modellben e két nyugdíjfinanszírozási módszer alkalmazásához külön kockázatos befektetési lehetőségek kapcsolódnak. A modellben a tőkefedezeti elv szerinti működés a pénzügyi piacon kereskedett, kockázatos pénzügyi befektetési lehetőség igénybevételét jelenti, míg a felosztó-kirovó elv szerinti működésre a pénzügyi piacon nem kereskedett nyugdíjbefektetés igénybevétele utal. A pénzügyi piacon való kereskedés hiánya a nyugdíjbefektetés esetében azzal függ össze, hogy a kockázat forrása ekkor a demográfiai folyamatok, illetve a bérnövekedési ütem alakulása, ugyanakkor a nyugdíjbefektetés esetében is számolható egy implicit hozam, amelynek a feltevések szerint létezik várható értéke és szórása, ezért ez az implicit hozam beilleszthető a portfólióelmélet elemzési keretébe.

A kétféle kockázatos befektetési lehetőségen kívül a modellben a valamely generációhoz tartozó egyének kockázatmentes befektetést is választhatnak optimális portfóliójuk kialakítása során. Az optimális portfólióra vonatkozó döntés alapján az elméleti modell keretei között egyben a nyugdíjrendszer portfólióelméleti szempontból optimális összetételére is lehet következtetni: a nyugdíjbefektetés optimális portfólión belüli aránya a nyugdíjrendszer felosztó-kirovó része esetében optimális járulékkulcsra utal, míg számolható a kockázatos pénzügyi befektetés portfólión belüli optimális aránya is, amely a nyugdíjrendszer tőkefedezeti részével kapcsolatos eredményt jelent. Az eredmények (például az optimális járulékkulcsok, a kockázatos és kockázatmentes pénzügyi befektetés optimális aránya a portfólióban) összehasonlíthatók a vegyes és a nem vegyes nyugdíjrendszer esetében. A tanulmányban szereplő elemzés a portfólióelméleti szempontokra koncentrál, és nem foglalkozik a különböző nyugdíjrendszerek közötti átmenet költségeinek vagy például a járulékkulcsra vonatkozó szabályozás egyes lehetséges hatásainak témájával.

Az eredmények szerint – az egyének optimális döntéseinek megfelelően számolva – a vegyes nyugdíjrendszerben nem ritka, hogy egyik portfólióelem optimális aránya sem nulla, ami arra is utal, hogy a vegyes nyugdíjrendszer (amelyben a nem pénzügyi piacon kereskedett kockázatokkal jellemezhető felosztó-kirovó nyugdíjrendszerelemen kívül kockázatos pénzügyi befektetésekkel jellemezhető tőkefedezeti nyugdíjrendszerelem is található az egyébként az egyének által megvalósítható kockázatmentes befektetésen kívül) a modellben elméletileg gyakran jobbnak minősül, mint a nem vegyes nyugdíjrendszerek. Előfordulhat azonban, hogy az optimális eredmények közgazdasági értelmezhetősége, a befektetési korlátozásoknak való megfelelés nem teljesül, tehát a modellben a portfólióelmélet alapján optimális megoldás több esetben sem tekinthető gyakorlatilag megvalósíthatónak.

Az eredmények közül a korrelációs együttható értékének jelentőségére utal, hogy például negatív korrelációs együttható és a kockázatmentes hozamnál nagyobb várható hozamú kockázatos befektetési lehetőségek esetében az eredmények szerint a kétféle kockázatos befektetés optimális aránya nagyobb a vegyes nyugdíjrendszer modellezésekor (az egyetlen kockázatos befektetési lehetőséget tartalmazó modellekhez képest). Az is megállapítható, hogy vannak olyan helyzetek vegyes nyugdíjrendszerben, amikor az optimális járulékkulcs elméletileg akkor is pozitív lehet, amikor az implicit hozam alacsonyabb, mint a kockázatmentes hozam. Szintén érdekes eredmény, hogy a vegyes nyugdíjrendszerben a kockázatmentes befektetés optimális portfólióbeli aránya akár kisebb is lehet, mint a nem vegyes nyugdíjrendszerben.

A már viszonylag egyszerű modellfeltevések esetében a helyenként viszonylag bonyolultan számolható eredmények is arra utalnak, hogy a nyugdíjrendszerrel kapcsolatos sztochasztikus összefüggések modellezése meglehetősen bonyolult. Ezzel együtt azonban eredményeinkhez hasonlóan a téma további elemzése (például a nem konstans befektetési jellemzők figyelembevétele) hozzájárulhat a nyugdíjrendszerrel kapcsolatos egyes összefüggések alaposabb megismeréséhez.

Hivatkozások

Aaron, H. [1966]: The Social Insurance Paradox. The Canadian Journal of Economics and Political Science, Vol. 32. No. 3. 371–374. o.

Ágoston Kolos Csaba–Kovács Erzsébet [2007]: A magyar öngondoskodás sajátosságai. Közgazdasági Szemle, 54. évf. 6. sz. 560–578. o.

Bodie, Z.–Kane, A.–Marcus, A. J. [2005]: Befektetések. Aula Kiadó, Budapest.

Dutta, J.–Kapur, S.–Orszag, J. M. [2000]: A Portfolio Approach to the Optimal Funding of Pensions. Economics Letters, 201–206. o.

Feldstein, M. [1974]: Social Security, Induced Retirement, And Aggregate Capital Accumulation. The Journal of Political Economy, Vol. 82. 905–926. o.

Markowitz, H. M. [1991]: Portfolio Selection. Efficient Diversification of Investments. Basil Blackwell, Oxford.

Matsen, E.–Thøgersen, O. [2004]: Designing Social Security – A Portfolio Choice Approach. European Economic Review, Vol. 48. 883–904. o.

Mosolygó Zsuzsa [2009]: A népességöregedés, a vagyonzsugorodási hipotézis és a világgazdasági válság. Közgazdasági Szemle, 56. évf. 10. sz. 866–880. o.

OECD [2005]: Private Pensions: OECD Classification and Glossary (Pensions Glossary). http://www.oecd.org/dataoecd/5/4/2496718.pdf.

Samuelson, P. A. [1958]: An Exact Consumption-Loan Model of Interest With or Without the Social Contrivance of Money. The Journal of Political Economy, Vol. 66. 467–482. o.

Samuelson, P. A. [1975]: Optimum Social Security in a Life-Cycle Growth Model. International Economic Review, Vol. 16. 539–544. o.