

DEDÁK ISTVÁN–DOMBI ÁKOS

Konvergencia és növekedési ütem

A szerzők tanulmányukban empirikusan vizsgálják a közép-kelet-európai országok feltételes konvergenciájának folyamatát a humán tőkével kibővített Solow-modell keretében. Többféle minta és modellvariáció alapján megbecsülik a tőkefelhalmozásból eredő konvergencia sebességét 1997–2006 között kilenc közép-kelet-európai országra vonatkozóan. A poszt szocialista országok gazdasági felzárkózása a stacionáriustól távoli jövedelemszintről indult, ami számos problémát felvet a szakirodalom főáramában hagyományosan alkalmazott módszertannal szemben. A tanulmány első felében ezért elméleti szempontból is vizsgálják a konvergencia sebességének témakörét, különös tekintettel annak valós dinamikájára.

Journal of Economic Literature (JEL) kód: O47, O30, E13.

Az utóbbi másfél évtizedben a növekedéstudomány egyik legdinamikusabban fejlődő területe a gazdasági konvergencia témaköre. A konvergencia szakirodalmában a mérföldkövet Baumol [1986] tanulmánya jelentette, amelyben 16 iparosodott ország közel 100 éves átlagos növekedési ütemét magyarázza a kezdeti egy főre jutó jövedelmükkel. Baumol cikke óta eltelt több mint 20 év robbanásszerű változást hozott a szakirodalomban mind bőség, mind tudományos eredmények tekintetében. Az elmélet fejlődésében fontos tényező volt, hogy a konvergencia sebességének vizsgálata központi kérdéssé vált az egyes elméleti modellek számára. A Romer [1986] és Lucas [1988] tanulmányokkal újtára induló endogén növekedéstudomány, illetve Solow [1956] nevével fémjelzett neoklasszikus növekedéstudomány létjogosultságát, a növekedési folyamatok jobb megértésében játszott szerepét egyaránt a gazdaságok közötti konvergencia vizsgálatával igyekeztek alátámasztani. Az endogén növekedéstudomány létrejöttének elsődleges oka, hogy az abszolút konvergencia létezését empirikusan nem lehetett igazolni. Az elméleti kritikákra a neoklasszikus választ Mankiw–Romer–Weil [1992] és Barro–Sala-i-Martin [1992] a feltételes konvergencia bevezetésével adta meg, hangsúlyozva, hogy a Solow-modell mindössze a feltételes, nem pedig a közös jövedelemszinthez történő abszolút konvergenciát vetíti előre. Mindkét tanulmányt az ökonometriai elemzések áradata követte a konvergencia változatos értelmezésével és a vizsgálati módszertan sokféleségével (lásd például Durlauf–Johnson–Temple [2005], Islam [2003]).

A növekedéstudományt a konvergencia sebességével kapcsolatos fejlődése a gazdaságpolitika számára is számos fontos és leszűrhető tanulsággal szolgál. Az EU-csatlakozás végső értelme a gazdasági felzárkózás megvalósítása – az, hogy az egy főre jutó jövedelmek tekintetében ne legyenek markáns különbségek a régi és az újonnan csatlako-

zott tagállamok között. Ha csak hozzávetőlegesen is, de megbízható ismeretünk van a konvergencia sebességéről, akkor a realitások talaján állva kalkulálhatjuk a növekedés ütemét, az adóbevételek alakulását, a fiskális politika jövőbeli mozgásterét vagy akár a reáljövedelmek növekedésével együtt járó jóléti kérdéseket.

Elméleti megközelítésben az teszi fontossá a témakört, hogy a konvergencia sebességének vizsgálata a stacionárius állapottól távol lévő gazdaságok esetében – és a közép-kelet-európai országokban kétségtávol ez a helyzet – újra az érdeklődés középpontjába került (*Temple–Mathunjwa* [2006]). A kérdés az, hogy a konvergencia sebességének levezetéséhez használt hagyományos módszer, amely a Solow-modell dinamikus alapegyenletének hosszú távú egyensúly (*steady-state*) közeli elsőrendű Taylor-soros kiterjesztésén alapul, mennyire megbízható az ettől a pályától távol lévő gazdaságokra. Mint látni fogjuk, a Taylor-soros kiterjesztésből származó megközelítés annál inkább alábecsüli a konvergálás sebességét, minél távolabbi jövedelemszintről indul a felzárkózás. Vagyis a konvergencia valós sebessége annál nagyobb, és ezáltal annál magasabb gazdasági növekedési ütemre lehet számítani a hagyományos megközelítéshez képest, minél messzebb van az ország a stacionárius állapotot jelentő jövedelemszinttől.

A tanulmány felépítése a következő. Először röviden áttekintjük a konvergencia sebességének konvencionális származtatását és a felzárkózó országok számára ebből leszűrhető gazdaságpolitikai következtetéseket. Majd ismertetjük a konvergencia valódi sebességét – amely a hosszú távú egyensúlyi pályától való távolság függvényében változik –, és megvizsgáljuk, hogy mennyiben tér el a Taylor-soros közelítésen alapuló, hagyományosan feltételezett konstanstól. Ezután bevezetjük a konvergencia adott időintervallum alatti átlagos sebességének fogalmát és számítását. Ez elengedhetetlen ahhoz, hogy a becslésre használt formális β -regresszió akkor is alkalmazható legyen, amikor alapegyenletét a konvergencia valódi, változó sebességének figyelembevételével származtatjuk. A konvergencia sebességének becslésére szolgáló formális β -regresszió, illetve a változó sebességű konvergencia tárgyalása után azon kilenc közép-kelet-európai országra véghezvük el a konvergenciasebesség becslését, amelyre megfelelő adatállománnyal rendelkezünk. A tanulmányt az elméleti és empirikus eredmények alapján néhány gazdaságpolitikai következtetés levonásával zárjuk.

A konvergencia sebességének hagyományos származtatása

A Solow-modell kiindulópontja a termelési függvény, amely az inputok és a technológiai színvonal, valamint a kibocsátás között teremt kapcsolatot. Első lépésben a termelési függvény általános formáját használjuk, a későbbiekben az elemzés egyszerűsítése érdekében – anélkül, hogy ez a végső következtetést befolyásolná – átváltunk a növekedésméletben gyakran használt Cobb–Douglas-féle termelési függvényre.¹

$$Y_t = f(K_t, A_t L_t). \quad (1)$$

Az egyes változók a növekedésméletben szokásos jelölések: Y a kibocsátás, K a tőkeállomány, A a technológiai színvonal, L a létszám, és valamennyi változó az idő (t)

¹ Annak, hogy a növekedésméletben a termelési függvény Cobb–Douglas, illetve az $Y = f(K, AL)$ formája gyakran használatos, fontos oka van. Bizonyítható ugyanis (*Barro–Sala-i-Martin* [2004]), hogy amennyiben a tőke/termelés hányados stacionárius helyzetben konstans, akkor a termelési függvény kizárólag az előbbi két formában írható fel. A K/Y állandó értéke stacionárius helyzetben a növekedésmélet stilizált tényének tekinthető, amire legjobb példa az Egyesült Államok gazdasága. A tőke/termelés hányados értéke az 1950-es években is három körüli volt, éppen úgy, mint ma.

függvénye. A technológiai színvonalról feltesszük, hogy évi g ütemben növekszik, míg a népesség növekedése n , azaz: $A_t = A_0 e^{gt}$ és $L_t = L_0 e^{nt}$.²

A termelési függvényt az AL tényezővel osztva, kapjuk az egy hatékony dolgozóra (*effective worker*) jutó kibocsátást:

$$\hat{y} = f(\hat{k}), \quad (2)$$

ahol $\hat{y} = Y/AL$ és $\hat{k} = K/AL$.

A $\hat{k} = K/AL$ idő szerinti deriváltját véve adódik a Solow-modell kulcsegyenlete:

$$\dot{\hat{k}} = s\hat{y} - (n + g + \delta)\hat{k}, \quad (3)$$

ahol s a megtakarítási ráta, δ az amortizációs ráta, a változó feletti pont pedig az idő szerinti deriváltat jelenti.

A (3) egyenlet elsőrendű Taylor-soros kiterjesztését véve az egyensúlyi helyzet (\hat{k}^*) közelében, valamint felhasználva az $\dot{\hat{y}} = f'(\hat{k})d\hat{k}/dt$ és az $\hat{y} - \hat{y}^* \approx f'(\hat{k}^*)(\hat{k} - \hat{k}^*)$ összefüggéseket, kapjuk a konvergencia jól ismert sebességét a jövedelmekre vonatkozóan. (Az egyes változók hosszú távú egyensúlyhoz tartozó értékeit a továbbiakban csillaggal jelöljük.)

$$\dot{\hat{y}} = -\lambda(\hat{y} - \hat{y}^*) \quad (4)$$

A $\lambda = (1 - \alpha)(n + \delta + g)$ a konvergencia sebessége, α a tőke részesedése a termelésből: $\alpha = f'(\hat{k}^*)\hat{k}^*/f(\hat{k}^*)$.³

Az elmondottakra támaszkodva a Solow-modellből számos következtetést vonhatunk le a felzárkózást illetően.⁴ Mindenekelőtt: a Taylor-soros kiterjesztésen alapuló levezetés eredményeképpen a konvergencia sebessége a felzárkózás folyamán az induló jövedelmi helyzettől függetlenül konstans. Ezért mindegy, hogy milyen jövedelmi szintről indul a felzárkózás, vagy hogy éppen mekkora út van már mögöttünk, a konvergálás sebessége állandó. A konkrét nagyságrendet tekintve $(n + g + \delta)$ standard értéke a szakirodalomban 6 százalék körüli, míg α értéke attól függ, hogy a tőkeállományt szűkebb vagy tágabb értelemben tekintjük, vagyis a tőkeállomány fogalma a fizikai tőkejavak mellett tartalmazza-e a humán tőkét is. Mivel a Solow-modell a növekedési folyamatokat sokkal jobban írja le, ha a tőkeállományt szélesebb értelemben tekintjük, ezért a továbbiakban végig a tőke tágabb, a humán tőkét is magában foglaló definícióját használjuk.⁵ A fizikai tőke részesedése a GDP-ből az országok többségében 1/3, míg a humán tőke részesedése a kibocsátásból szintén 1/3 körülire tehető.⁶ Mindez azt vonja maga után, hogy az elmé-

² A továbbiakban az egyszerűbb jelölés kedvéért a t indexet csak ott használjuk, ahol az egyértelműség vagy az időbeliség hangsúlyozására szükséges.

³ Ha a konvergencia sebességét a változók logaritmusát véve kalkuláljuk, végső eredményként ekkor is ugyanazt kapjuk: $\frac{d \ln \hat{y}}{dt} = -\lambda(\ln \hat{y} - \ln \hat{y}^*)$. Ezt azért fontos hangsúlyoznunk, mert az ökonometriai alkalmazásokban a becslült regressziós egyenlet változói logaritmikus formában jelennek meg. Erre a későbbiekben még visszatérünk.

⁴ A Solow-modellről és a konvergenciáról kiváló áttekintést ad a hazai szakirodalomban *Ligeti* [2002].

⁵ *Mankiw-Romer-Weil* [1992] ma már klasszikusnak számító tanulmánya a jövedelmek szórásának közel 80 százalékát magyarázni tudta a humán tőkét is magában foglaló modelljével, míg a humán tőkét negligáló modell csak 59 százalékát.

⁶ A humán tőke GDP-ből történő részesedésének megragadása az átlagbérek és a minimálbérek közötti különbségen alapul. Mivel a minimálbért fizető szakmák ellátásához többnyire minimális humán tőke szükséges, ezért az átlag- és minimálbér közötti bérkülönbség a humán tőkének tulajdonítható. A minimálbérek a legtöbb országban az átlagbérek 30–50 százalékát teszik ki, továbbá az összes bérjövedelem a GDP 2/3-ára rúg, így a humán tőke részesedése 30–40 százalék körüli. Ez az érték jellemző a hazai viszonyokra is, tekintettel a 180 ezer forint körüli átlagbérré és a 69 ezer forint minimálbérré.

leti összefüggések alapján λ értéke – a tőkeállomány szélesebb értelmezését használva – hozzávetőlegesen 2 százalék.

A konvergenciasebesség értelmezésével körültekintően kell eljárunk. Ez közvetlenül nem fejezi ki azt, hogy a GDP mekkora növekedésére lehet számítani a felzárkózás folyamán, ám – mint azt bemutatjuk – nélkülözhetetlen ahhoz, hogy a növekedés konkrét ütemével kapcsolatosan megalapozott megállapításokat telessünk.

A (4) alapján a konvergenciasebesség azt fejezi ki, hogy a gazdaság jövedelmi lemaradásának mekkora részét számolja fel adott időegység alatt. Nyilván minél nagyobb λ , annál gyorsabb a felzárkózás. Ha például λ értéke évi 2 százalék, akkor a felzárkózó ország minden évben a meglévő lemaradás 2 százalékaival kerül közelebb ahhoz a jövedelemszinthez, amelyre a felzárkózás történik. Ebből egy felzárkózó ország számára két további, rendkívül fontos következtetés szűrhető le. Egyfelől, ha egy gazdaság mindig a még meglévő jövedelmi lemaradásának egy konstans hányadát – például két százalékát – dolgozza le, nyilvánvaló, hogy a GDP növekedési ütemének csökkennie kell a felzárkózás folyamán. Azért kell, mert a felzárkózás előrehaladtával a még meglévő jövedelmi lemaradás egyre kisebb, és a gazdaság minden évben ennek a zsugorodó jövedelmi távolságnak egy konstans hányadát dolgozza le.

Másfelől a növekedési ütem függ attól is, hogy milyen relatív jövedelmi távolságból indul a felzárkózás. Hiszen minél alacsonyabb a kezdeti jövedelem szintje ahhoz képest, amelyre a felzárkózás történik, annál nagyobb az évente ledolgozott jövedelmi távolság és ezáltal a növekedés üteme, hiszen a gazdaság évente mindig a meglévő lemaradásnak egy fix hányadát faragja le. Ez máris arra figyelmeztet, hogy az újonnan csatlakozott közép-kelet-európai országok rendkívül eltérő növekedési ütemet produkálhatnak, mert jelentős különbségek voltak a felzárkózás kezdetekor meglévő jövedelemszintekben.⁷

A növekedés tényleges ütemével kapcsolatosan pontosabb megállapításokat akkor tehetünk, ha (4) differenciálegyenlet megoldjuk, ekkor:

$$\frac{\hat{y}_t - \hat{y}^*}{\hat{y}_0 - \hat{y}^*} = e^{-\lambda t}. \quad (5)$$

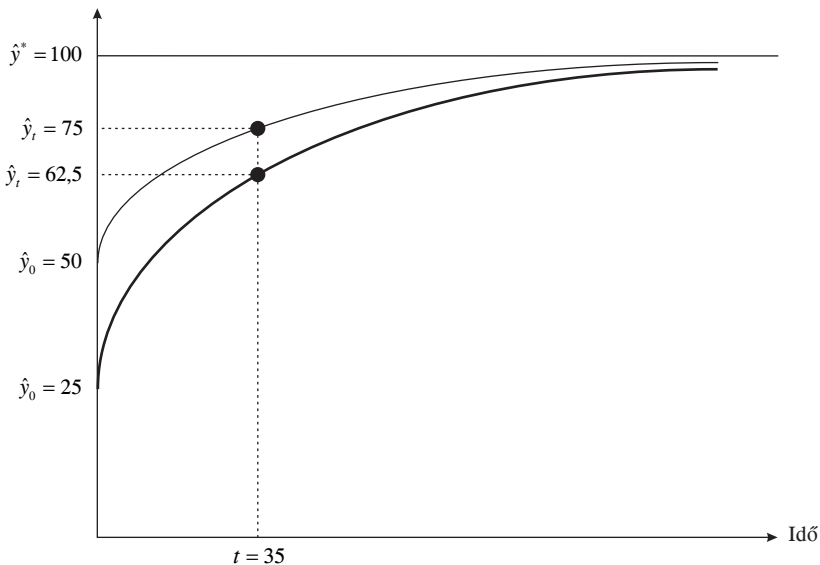
Nézzük az egyenlet értelmezését! Az \hat{y}_0 a felzárkózás kezdetén meglévő jövedelemszintet fejezi ki, míg \hat{y}^* azt a jövedelmi szintet, amelyre a felzárkózás történik. Az \hat{y}_t azt a jövedelemszintet mutatja, amellyel a gazdaság a t -edik időszakban rendelkezik. Ennek alapján az (5) nevezője ($\hat{y}_0 - \hat{y}^*$) azt a jövedelmekben számított távolságot jelenti, amit a gazdaság a felzárkózás folyamán megtesz, a számlálója ($\hat{y}_t - \hat{y}^*$) pedig azt a távolságot jelenti, amelyet a gazdaságnak a felzárkózás folyamán még meg kell tennie. A kettő hányadosa ($(\hat{y}_t - \hat{y}^*)/(\hat{y}_0 - \hat{y}^*)$) így azt fejezi ki, hogy a gazdaság a felzárkózás során ledolgozandó jövedelmi távolságnak még mekkora hányadát tudhatja maga előtt. Ha például a hányados értéke 3/4, akkor a gazdaság a felzárkózás folyamán lefaragandó jövedelmi távolságnak 1/4-ét már ledolgozta és 3/4-e van még előtte. Amennyiben \hat{y} értékét 100-nak vesszük, az \hat{y}_0 -t pedig 40-nek – vagyis a felzárkózó országnak két és félszeres lemaradást kell ledolgoznia –, akkor ez azt jelenti, hogy a gazdaság a lemaradás 1/4-ének lefaragásakor 55 százalékan áll (az induláskor meglévő 40 százalék helyett) annak a jövedelemszintnek, amelyhez a felzárkózás történik.

⁷ A transzformációs válságot követő felzárkózás a legtöbb volt szocialista országban az 1990-es évek második felétől indult. Az EU-15-höz képest 1997-ben például a balti államok 30–35 százalékon, Románia és Bulgária 20–25 százalékon, Magyarország, Lengyelország és Szlovákia, Csehország 43–53 százalékon, míg Szlovénia 62 százalékon állt az egy foglalkoztatottra jutó jövedelem tekintetében. Vagyis az induló jövedelmek szintjében valóban markáns különbségek léteztek.

A felzárkózás időtartamának érzékeltetéséhez nézzük, mennyi idő alatt dolgozza le a gazdaság a jövedelmi lemaradást felét!⁸ Ha a gazdaság éppen félúton van a hosszú távú egyensúlyi jövedelemszinthez, akkor $(\hat{y}_t - \hat{y}^*)/(\hat{y}_0 - \hat{y}^*)$ értéke $1/2$. A konvergencia sebességét 2 százaléknak véve, és felhasználva a (5) egyenletet, ehhez 35 évre van szükség.⁹ Ha például a felzárkózó országnak kétszeres lemaradást kell ledolgoznia – vagyis a magyar gazdasághoz az 1990-es évek második felében közel álló realitásokkal számolva, feltételezzük, hogy induláskor 50 százalékán áll a hosszú távú egyensúlyi jövedelem-szintjének –, akkor 35 év elteltével a lemaradás felét tudhatja maga mögött, vagyis a hosszú távú egyensúlyi jövedelem 75 százalékán fog állni.

A felzárkózás időbeli alakulását kétszeres, illetve négyszeres lemaradás feltételezésével szemlélteti az 1. ábra.

1. ábra
Konvergálás a stacionárius helyzethez



Tekintsük most a felzárkózás folyamán a gazdaság növekedési ütemével kapcsolatos összefüggéseket! A növekedési ütemmel kapcsolatos elméleti megállapítások azon alapulnak, hogy a konvergencia sebességének ismerete lehetővé teszi a jövedelmek időbeli alakulásának (\hat{y}_t) nyomon követését. Ha ugyanis tudjuk azt, hogy a gazdaság a felzárkózás egyes időpontjaiban milyen relatív jövedelemmel rendelkezik, akkor abból a növekedési ütem már könnyedén meghatározható.

Nézzük például a felzárkózás első tízéves periódusát, és a hazai realitásoknál maradván legyen $\hat{y}_0 = 50$ és $\hat{y}^* = 100$, vagyis a jövedelmekben számított lemaradás, amit a felzárkózás folyamán a gazdaságnak le kell faragnia, kétszeres! Ekkor tíz év múlva – λ értékét

⁸ Elméleti szempontból a teljes felzárkózás végtelen hosszú ideig tart (1. ábra), ezért a szakirodalom a felzárkózás időtartamát konvencionálisan a félút megtételéhez szükséges idővel szemlélteti (lásd például Mankiw [1995]).

⁹ A 2 százalékos konvergenciasebességet, számos – bár messze nem minden – ökonometriai becslés támasztja alá (Mankiw–Romer–Weil [1992], Barro–Sala-i-Martin [1992], Shioji [1997]).

továbbra is 2 százaléknak véve – az (5) segítségével meghatározhatjuk \hat{y}_t -t: $\hat{y}_{10} = 59$. Ebből az \hat{y}_t éves növekedési ütemére pedig 1,7 százalék $(\hat{y}_{10} / \hat{y}_0)^{1/10} - 1 = 0,017$ adódik, amihez hozzávéve a technikai haladás 2 százalék körüli növekedési ütemét, azt kapjuk, hogy a felzárkózás első tíz évében átlagosan közel 4 százalékos (3,7 százalék) növekedésre lehet számítani – ha a felzárkózás az induláskor meglévőhöz képest kétszer olyan magas jövedelmi szintre történik.¹⁰ A felzárkózás második tízéves periódusát tekintve – hasonló logikával –, a növekedési ütemre viszont már csak 3,2 százalék adódik. Ha azonban a számításokat jelentősebb, például négyszeres jövedelmi lemaradás feltételezésével végezzük el – ami megfelel az újonnan csatlakozott Románia és Bulgária helyzetének –, akkor 6,3 százalékos növekedési ütem adódik a felzárkózás első tíz évére, és csak 4,6 százalék a második tízre.

E számítások alapján a gazdaság növekedési ütemével kapcsolatosan két alapvető következtetés vonható le. Egyrészt az, hogy a növekedési ütem a felzárkózás kezdeti éveiben magasabb, ahogyan azt már korábban is láttuk, s folyamatosan csökkenve közelít az egyensúlyi pályához tartozó, a technikai haladás által determinált ütemhez. Másrészt a növekedési ütem nagysága nemcsak attól függ, hogy a felzárkózás melyik szakaszában vagyunk, hanem jelentős mértékben attól is, hogy a gazdaság induló jövedelmi helyzete mennyire van távol attól a jövedelemszinttől, amelyre a felzárkózás történik. Minél nagyobb az a jövedelmekben mért távolság, amelyet a gazdaság a felzárkózás folyamán megtesz, annál nagyobb növekedési ütemre lehet számítani.

A konvergencia sebessége távol a hosszú távú egyensúlyi helyzettől

A konvergencia sebességének tárgyalása eddig a szakirodalom főáramát követve azon alapult, hogy az egyensúlyi helyzet közelében a gazdaság mozgását leíró függvényeket elsőrendű Taylor-soros kiterjesztéssel közelítettük. Ha a gazdaságnak a felzárkózás folyamán kicsi jövedelmekben számított távolságot kell megtennie – vagyis a hosszú távú egyensúly közelében vagyunk –, akkor a konvergencia valós sebessége és a Taylor-soros közelítéssel kapott érték közötti különbség elhanyagolható. Ha azonban a felzárkózás távoli jövedelemszintről indul – és a közép-kelet-európai országok esetében ez a helyzet, mert a többségüknek 50–70 százalékos volt a lemaradása a fejlett EU-országokhoz viszonyítva –, akkor a konvergencia sebességének meghatározására használt eljárás érvényessége erősen megkérdőjelezhető. A Taylor-soros közelítéssel kapott eredmény annál pontatlanabb értéket ad a konvergencia valós sebességéhez képest, minél távolabb van a gazdaság a stacionárius helyzettől. A probléma tehát nyilvánvalóan a nagyságrendi különbségben jelentkezik.

Mielőtt e probléma tárgyalására rátérnénk, még egy további megjegyzést kell tennünk. Az egyensúlyi helyzet környezetében a konvergencia sebességére kapott érték függetlenül attól, hogy a változókat logaritmikus formában használjuk-e vagy sem, hozzávetőlegesen ugyanaz, vagyis:¹¹

¹⁰ Pontosabban a számított érték nem a GDP, hanem az egy főre jutó GDP növekedési üteme. Az $\hat{y} = Y / AL$ alapján ugyanis: $\dot{\hat{y}} / \hat{y} = \dot{Y} / Y - n - g$. Mivel azonban a fejlett országok többségében a népesség növekedési üteme jóval egy százalék alatti, ezért a GDP és az egy főre jutó GDP növekedési üteme között nincs érdemi különbség, így attól a továbbiakban mi is eltekintünk. A pontosság kedvéért azért megjegyezzük, hogy a későbbiekben számított növekedési ütemek mindig az egy főre jutó GDP-re vonatkoznak.

¹¹ A bizonyítás azon alapul, hogy $\ln(1 + x) \approx x$, ha az x kicsi. Ekkor a hosszú távú egyensúlyi pálya közelében ($\hat{y}_t \approx \hat{y}^*$) teljesül a következő összefüggés: $\ln\left(\frac{\hat{y}_t}{\hat{y}^*}\right) = \ln\left(1 + \frac{\hat{y}_t - \hat{y}^*}{\hat{y}^*}\right) \approx \frac{\hat{y}_t - \hat{y}^*}{\hat{y}^*}$. Ebből pedig máris

$$\frac{d\hat{y}_t / dt}{\hat{y}_t - \hat{y}^*} = -\lambda = \frac{d \ln \hat{y}_t / dt}{\ln \hat{y}_t - \ln \hat{y}^*}, \quad (6)$$

illetve a differenciálegyenleteket megoldva:

$$e^{-\lambda t} = \frac{\hat{y}_t - \hat{y}^*}{\hat{y}_0 - \hat{y}^*} = \frac{\ln \hat{y}_t - \ln \hat{y}^*}{\ln \hat{y}_0 - \ln \hat{y}^*}. \quad (7)$$

Ha azonban a konvergenciát az egyensúlyi helyzettől távol vizsgáljuk, akkor a stacionárius helyzethez történő közelítés valódi sebessége nem egyezhet meg a változók logaritmusán, illetve az anélkül történő számításokban. Például, ha λ értéke 2 százalék, és a konvergálás kezdetén a jövedelmi távolság kétszeres, akkor a félút ledolgozásához 44 évre van szükség a változók logaritmusát használó számítás alapján, és 35 évre az anélkül számított változatban. Nyilvánvaló ezért, hogy ha mindkét egyenlet a konvergencia valós sebességét mutatja, akkor ez a két érték nem lehet ugyanaz, hiszen a gazdaság egy meghatározott jövedelmi távolságot egy meghatározott idő alatt szüntet meg. A konvergenciára kapott sebesség tehát függ attól – ha az egyensúlyi helyzettől távolról induló országok felzárkózását vizsgáljuk –, hogy a változókat logaritmikusan használjuk-e, vagy sem.¹² Elméleti szempontból bármelyik eljárás elfogadható és használható, mivel azonban az ökonometriai elemzésekben a változók logaritmusát célszerű alkalmazni, ezért a továbbiakban a konvergencia sebességének vizsgálatakor mi is a logaritmikusan használt formát használjuk.

A továbbiakban a termelési függvény általános formája helyett – a szakirodalomban használt módszertant követve – a Cobb–Douglas-típusú termelési függvényt használjuk. Feltételezzük, hogy az (1) egyenletben kifejezett termelési függvény a következő formát ölti: $Y = K^\alpha (AL)^{1-\alpha}$, az egy hatékony főre jutó kibocsátás pedig $\hat{y} = k^\alpha$. (A jelölések megfelelnek a korábban használtaknak.) Ez az általános esethez képest a végeredményeket egyáltalán nem érinti, viszont lényegesen megkönnyíti a matematikai levezetéseket és a konklúziók levonását.

A konvergencia valós sebességének meghatározásához a Taylor-soros közelítés helyett fejezzük ki a (6) egyenlet jobb oldalát a (3) és $\hat{y} = f'(k)dk/dt$ összefüggések felhasználásával (*Temple–Mathunjwa* [2006]):

$$\begin{aligned} \lambda_t &= -\frac{d \ln \hat{y}_t / dt}{\ln \hat{y}_t - \ln \hat{y}^*} = -\frac{\frac{d\hat{y}_t / dt}{\hat{y}_t}}{\ln \hat{y}_t - \ln \hat{y}^*} = \\ &= \frac{-\alpha(n + \delta + g)[(\hat{y}_t / \hat{y}^*)^{1-1/\alpha} - 1]}{\ln(\hat{y}_t / \hat{y}^*)} = \frac{-\alpha(n + \delta + g)[Y_t^{1-1/\alpha} - 1]}{\ln Y_t}, \end{aligned} \quad (8)$$

adódik a (7) összefüggés. Ez a magyarázata annak, hogy a növekedési szakirodalom általában nem tesz különbséget abban, hogy a konvergencia sebességére a logaritmizált vagy a nem logaritmizált formát használjuk (*Romer* [2006], *Barro–Sala-i-Martin* [2004]). A különbségtétel azonban, mint látni fogjuk, a hosszú távú egyensúlytól távol lévő országok – például a poszt-szocialista országok – számára elengedhetlenül fontos.

¹² Általánosságban a helyzet a következő. Ha a gazdaság alulról konvergál az egyensúlyi helyzethez, vagyis $\hat{y}_0 < \hat{y}^*$, akkor $\frac{\ln \hat{y}_t - \ln \hat{y}^*}{\ln \hat{y}_0 - \ln \hat{y}^*} < \frac{\hat{y}_t - \hat{y}^*}{\hat{y}_0 - \hat{y}^*}$, ezért a konvergencia sebességére a logaritmizált forma nagyobb értéket ad, mint a nem logaritmizált formán alapuló számítások. Ha viszont a gazdaság felülről konvergál, azaz $\hat{y}_0 > \hat{y}^*$, akkor a helyzet fordított.

ahol Y_t a továbbiakban a relatív jövedelmi helyzetet mutatja: $Y_t = \hat{y}_t / \hat{y}^*$.

Mivel Y_t -t a kibocsátás jelölésére már használtuk a korábbiakban, ezért a tanulmány hátralévő részében kétféle változót szimbolizál egyszerre. A szövegkörnyezetből azonban könnyedén párosítható majd aktuális jelentésével.

A (8)-ból leszűrhető legfontosabb következtetés, hogy a konvergencia sebessége – szemben a Taylor-soros közelítéssel kapott eredménnyel – nem konstans, azt a gazdaság mindenkori relatív jövedelmi helyzete (Y_t) befolyásolja. A konvergencia sebessége a (8) alapján annál nagyobb, minél kisebb az Y_t értéke, ugyanis:

$$\frac{\partial \frac{-d \ln \hat{y}_t / dt}{\ln \hat{y}_t - \ln \hat{y}^*}}{\partial Y_t} < 0. \quad (9)$$

Abban az esetben, ha konvergencia sebességét az egyensúlyi helyzet közelében vizsgáljuk [azaz a relatív jövedelmi helyzet (Y_t) tart 1-hez], természetesen ugyanazt az eredményt kapjuk, amit a korábban bemutatott Taylor-soros kiterjesztésre támaszkodva levezettünk:¹³

$$\lim_{Y_t \rightarrow 1} \frac{d \ln \hat{y}_t / dt}{\ln \hat{y}_t - \ln \hat{y}^*} = (1 - \alpha)(n + \delta + g). \quad (10)$$

A fontos kérdés a nagyságrendek körül forog: a konvergencia valós (a relatív jövedelmi helyzettől függő) sebessége milyen mértékben tér el a Taylor-soros közelítésből származó 2 százalékos értéktől. Ha az eltérés jelentős, akkor a távolról induló országok nem csak amiatt számíthatnak nagyobb növekedési ütemre, mert nagyobb jövedelmi lemaradást kell behozniuk, hanem amiatt is, mert magasabb a λ_t értéke.

A 2. ábra a konvergencia sebességét mutatja a relatív jövedelmi helyzet függvényében a (8) egyenlet alapján a növekedésméletben használatos standard értékeket feltételezve, azaz $n + \delta + g = 6$ százalék és $\alpha = 2/3$.¹⁴

Az ábrán látható, hogy bár a konvergencia sebessége a relatív jövedelmi helyzettől függően változik, az eltérés nem számottevő. Az empiria szempontjából racionális lemaradást feltételezve semmiképpen sem az. Hiszen még ésszerű, de jelentősnek számító négyszeres lemaradást mellett is csak 2,6 százalék a konvergencia pillanatnyi sebessége a hosszú távú (állandósult) egyensúly közelében fennálló kétszázalékos értékhez képest.

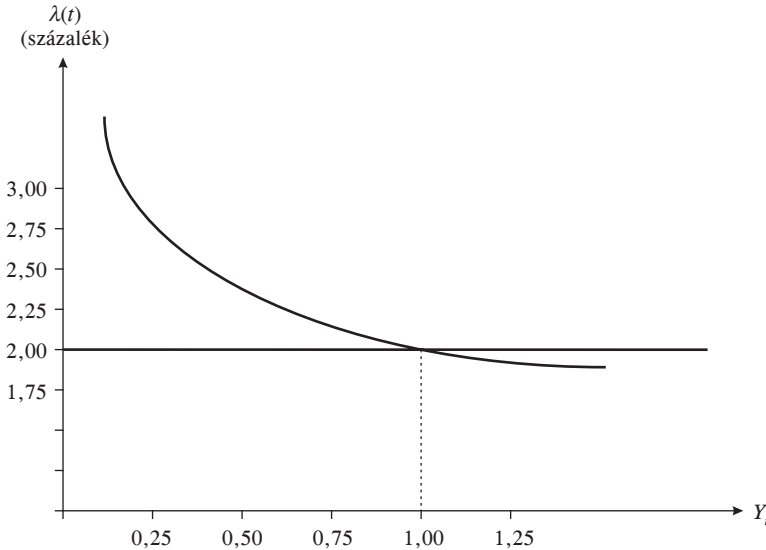
¹³ Ez a l'Hopital-szabály segítségével könnyen bizonyítható:

$$\lim_{Y_t \rightarrow 1} \alpha(n + \delta + g) \frac{Y_t^{1-\alpha} - 1}{\ln Y_t} = \lim_{Y_t \rightarrow 1} \frac{\alpha(n + \delta + g)(\alpha - 1)Y_t^{-1-\alpha}}{\alpha Y_t^{-1}} = (1 - \alpha)(n + \delta + g).$$

¹⁴ Ezeket a standardokat a fejlett gazdaságok – elsősorban az Egyesült Államok – tényleges statisztikai adatai alapján állapították meg. Az $(n + \delta + g)$, illetve az α azonban igen eltérő értékeket is felvehet a fejlődő, illetve a közepesen fejlett országoknál. Két példát említünk ehelyütt. A népességnövekedési ütem jóval magasabb a standardnál az ázsiai és a szubszaharai afrikai államokban. A technológiai fejlődés üteme és az ezzel szoros kapcsolatban álló amortizációs ráta pedig biztosan meghaladta a „tankönyvi” 2 + 3 százalékot az elmúlt 10-15 évben a posztoszocialista közép-kelet-európai országokban. Ebből kifolyólag a Taylor-soros közelítés formulája (4) alapján számolt konstans konvergenciasebesség gazdaságról gazdaságra különbözhet a 2 százaléktól. Természetesen a konvergencia pillanatnyi sebességének Y_t függvényében való lefutása is másképpen fog alakulni, ha a standardtól eltérő paraméterértékeket használunk. Az elméleti összefüggések tárgyalásakor ezzel a problémával didaktikai okokból nem foglalkozunk. Hatását a konvergencia (átlagos) sebességére, empirikusan releváns paraméterértékek mellett: $\alpha \geq 0,6$, illetve $0,05 \leq n + \delta + g \leq 0,08$; a *Függelékben* mutatjuk be.

2. ábra

A konvergencia sebessége a relatív jövedelmi helyzet függvényében



Ráadásul a felzárkózás előrehaladtával λ_t értéke rohamosan csökken, még hozzá kezdetben – a függvény konvexitásából adódóan – nagyobb mértékben.

A hosszú távú egyensúlyi pályától való távolság függvényében változó konvergencia-sebesség nem új keletű felismerés.¹⁵ A témával foglalkozó elméleti munkák mégis csak elvétve vesznek róla tudomást, és általában a hagyományos Taylor-soros közelítés módszerét alkalmazzák.¹⁶ Ennél is rosszabb a helyzet a feltételes konvergencia sebességének becslésével foglalkozó ökonometriai szakirodalomban. Ismereteink szerint ugyanis utóbbi egyáltalán nem vette még figyelembe a konvergencia sebességének dinamikus jellegét. A becslésre használt formális β -regresszió alapegyenletét a Taylor-soros közelítéssel nyert, állandó sebességű konvergencia alapján származtatja. Ahhoz, hogy a formális β -regresszió akkor is használható legyen a feltételes konvergencia vizsgálatára, mikor alapegyenletét a konvergencia valódi, változó sebességének figyelembevételével származtatjuk, szükséges egy új fogalom, az *átlagos konvergenciasebesség* bevezetése. Az átlagos konvergenciasebesség jelenti a hidat, amelyen keresztül a konvergencia változó sebességét, minden következményével együtt, átvezethetjük az ökonometriai alkalmazásokba.

Mekkora a konvergencia átlagos sebessége?

Ha a konvergencia valós sebessége nem konstans, hanem az időben változik, akkor a konvergencia képlete is módosul, igaz, csak egy t alsó indexszel: $-\lambda_t = (d \ln \hat{y}_t / dt) / (\ln \hat{y}_t - \ln \hat{y}^*)$. Ennek az alsó indexnek azonban alapvető jelentősége van. Így ugyanis a

¹⁵ Az Y_t függvényeként változó konvergenciasebesség már Barro–Sala-i-Martin [1995]-ben megjelent klasszikus művében is szerepel (53. o.).

¹⁶ A kivételek közé tartozik például Reiss [2000] és Temple–Mathunjwa [2006]. Ez utóbbi tanulmány régóta meglévő hiányosságot orvosolt a szakirodalomban azzal, hogy elsőként vizsgálta összefoglalóan a konvergencia pillanatnyi sebességének analitikus levezetéseit és kvantitatív jellemzőit, illetve viszonyát a Taylor-soros közelítéssel nyert konstanshoz.

konvergencia sebességét kifejező differenciálegyenlet már változó együtthatójúvá válik, megoldása pedig a következő lesz:

$$\frac{\ln \hat{y}_t - \ln \hat{y}^*}{\ln \hat{y}_0 - \ln \hat{y}^*} = e^{-\xi}, \quad (11)$$

$$\text{ahol } \xi = \int_0^t \lambda_\tau d\tau = \frac{\int_0^t \lambda_\tau d\tau}{t} = \bar{\lambda}t. \quad (12)$$

Észrevehető, hogy a (7) és a (11) mindössze az exponenciális tag kitevőjében különbözik egymástól. Előbbiben λt , azaz a konvergencia *állandó* sebességének az intervallum hosszával való szorzata szerepel, utóbbiban pedig $\bar{\lambda}t$, azaz a periódus *átlagos* konvergencia sebességének ($\bar{\lambda}$) a periódus hosszával való szorzata. Utóbbit könnyű belátni, hiszen (ξ) a $(0, t)$ periódus *pillanatnyi* konvergencia sebességeinek az összege.

Behelyettesítve a konvergencia képletét (12)-be, a $(0, t)$ periódus átlagos konvergenciasebességének egy hasznos formulájához jutunk:

$$\bar{\lambda} = -\frac{\int_0^t \frac{d(\ln \hat{y}_\tau - \ln \hat{y}^*)}{\ln \hat{y}_\tau - \ln \hat{y}^*} d\tau}{t} = -\frac{\left[\ln \left| \frac{\hat{y}_\tau}{\hat{y}^*} \right| \right]_0^t}{t} = -\frac{\ln |\ln Y_t| - \ln |\ln Y_0|}{t}. \quad (13)$$

Ahhoz, hogy a konvergencia átlagos sebességét a (13) alapján kiszámíthassuk, ismerünk kellene a jövedelmek időbeli alakulását. Ha a (3) differenciálegyenletet integráljuk, továbbá felhasználjuk, hogy Cobb–Douglas-függvény esetén $\hat{y} = \hat{k}^\alpha$, akkor a jövedelmek időbeli alakulására a következő megoldás adódik:¹⁷

$$\hat{y}_t = \left[\frac{s}{n + \delta + g} (1 - e^{-\gamma t}) + \hat{y}_0^\alpha e^{-\gamma t} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}, \quad (14)$$

ahol $\gamma = (1 - \alpha)(n + \delta + g)$.

A hosszú távú egyensúlyi jövedelemszint a (14) alapján: $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{y}_t = \hat{y}^* = [s/(n + \delta + g)]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$. Mindezt figyelembe véve a (13)-ban szereplő relatív jövedelmi helyzet meghatározható:

$$Y_t = \frac{\hat{y}_t}{\hat{y}^*} = \left[(1 - e^{-\gamma t}) + Y_0^\alpha e^{-\gamma t} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}. \quad (15)$$

A (13) és a (15) alapján a konvergencia átlagos sebessége tetszőleges $(0, t)$ időintervallumban tetszőleges induló relatív jövedelmi helyzetet feltételezve meghatározható.

Az 1. táblázat a konvergencia átlagos sebességét és az átlagos növekedési ütemet mutatja a felzárkózás első 30 ($t = 30$) – illetve első 10 ($t = 10$) – évében, különböző induló jövedelmi helyzeteket feltételezve (Y_0), standard feltevések mellett: $n + \delta = 4$ százalék $g = 2$ százalék és $\alpha = 2/3$.

¹⁷ Az egyenlet részletes levezetését a *Függelék* tartalmazza.

1. táblázat
Növekedési ütem, és a konvergencia átlagos sebessége*

Induló relatív jövedelmi helyzet (Y_0)	Relatív jövedelmi helyzet 30 év múlva (Y_{30})	A konvergencia átlagos sebessége az első 30 évben (λ) (százalék)	Átlagos növekedési ütem az első 30 évben (százalék)	Átlagos növekedési ütem az első 10 évben (százalék)
0,2	0,485	2,67	5,0	6,0
0,3	0,565	2,49	4,1	4,8
0,4	0,637	2,37	3,6	4,0
0,5	0,704	2,27	3,1	3,4
0,6	0,767	2,20	2,8	3,0
0,7	0,828	2,14	2,6	2,7
0,8	0,887	2,08	2,3	2,4
0,9	0,944	2,04	2,2	2,2
1,0	1	–	2,0	2,0
1,1	1,054	1,97	1,9	1,8
1,2	1,107	1,93	1,7	1,7

* A táblázatban szereplő értékeket (Y_{30} -t, az átlagos növekedési ütemet, az átlagos konvergenciasebességet) a (13) és (15) összefüggések alapján számoltuk ki.

Amint az a táblázatból is jól látható, minél alacsonyabb relatív jövedelemszintről indul a felzárkózás, annál nagyobb a konvergencia átlagos sebessége. Másrészt, a standard feltevések mellett a konvergencia átlagos sebessége a felzárkózás szempontjából még reálisnak tekinthető tartományban nem tér el jelentősen attól a 2 százalékos értéktől, amely a Taylor-soros becslésből adódik. Ekkora eltérést a konvergencia sebességében akár a népesség növekedési ütemében meglévő különbségek is magyarázhatnak. Ugyanis ha $\lambda = (1 - \alpha)(n + \delta + g)$, akkor egy százalékpontos eltérés a népességnövekedés ütemében $\alpha = 2/3$ mellett 0,3 százalékponttal változtatja meg a konvergencia sebességét. Úgy tűnik tehát, hogy *egy gazdaság feltételes konvergenciájának sebességére vonatkozóan kvantitatív értelemben csak marginális változást jelent a relatív jövedelmi helyzet függvényében változó konvergenciasebesség megközelítése* – a hagyományossal szemben. Megállapításunk annak ellenére igaz, hogy a standartól eltérő, de empirikusan még meghatározó paraméterek esetén a konvergencia átlagos sebessége adott intervallumban és országcsoporton belül akár jelentősen is szóródhat, és szignifikánsan különbözhet a klasszikus 2 százaléktól. A problémát a *Függelékben* tárgyaljuk.

A prognosztizált növekedési ütemek még jelentős jövedelmi lemaradás esetén sem tűnnek magasnak, ami meglehetősen lehangoló következtetés lehet egy közepesen fejlett ország számára. Azonban ne felejtjük el, hogy a felzárkózás folyamán a növekedési ütem – éppen úgy, mint a konvergencia sebessége – folyamatosan változik, a kezdeti években magasabb, majd fokozatosan közelít a technikai haladás által meghatározott ütemhez. A felzárkózás első tíz évében háromszoros lemaradás esetén közel 5 százalékos az átlagos növekedési ütem, míg kétszeres lemaradás esetén – vagyis nagyjából a magyar eset – átlagosan 3,4 százalékos növekedésre lehet számítani. A felzárkózás jóléti hatásai a kezdeti években ezért sokkal erőteljesebben jutnak érvényre, mint a későbbiekben. A jövedelmi lemaradás ledolgozását tükröző adatok ugyanakkor azt is mutatják, hogy a hosszú távú egyensúlyi pályához való felzárkózás megvalósítása időigényes, évtizedekre nyúló feladat. Az elméleti összefüggések arra tanítanak, hogy nincs gyors – egy-két évtized alatt lezajló – felzárkózás. Türeelmesnek kell lennünk.

A továbbiakban áttérünk a konvergencia sebességének empirikus becslésére kilenc közép-kelet-európai poszt szocialista ország vonatkozásában. Előtte azonban röviden tárgyaljuk az alkalmazott módszertant: a formális β -regressziót – különös tekintettel a változó konvergenciasebesség esetére.

A formális β -regresszió és a változó sebességű konvergencia következményei

A konvergencia sebességének becslésére használt hagyományos módszertan a formális β -regresszió. A formális β -regresszió a konvergencia empirikus irodalmának egyik legmeghatározóbb területe, és egyben a növekedésökonometriában a legintenzívebb szakmai viták generálója.¹⁸ Módszertana, származtatása és közgazdasági háttere mára széles körűen ismert.¹⁹ Így ebben a fejezetben csak olyan részletességgel tárgyaljuk, amely feltétlenül szükséges a megértéshez. A fejezet végén megvizsgáljuk a változó konvergenciasebesség módszertani következményeit is.

A formális β -regresszió alapegyenletének származtatásához induljunk ki a konvergencia valódi, változó sebességének képletéből logaritmikusan változóknak esetén: $\lambda_t = -(d \ln \hat{y}_t / dt) / (\ln \hat{y}_t - \ln \hat{y}^*)$. Ennek a differenciálegyenletnek a megoldásaként (11) adódik, amelyet átrendezve, az (16) formulához jutunk:

$$\ln \hat{y}_t - \ln \hat{y}_0 = (1 - e^{-\bar{\lambda}t})(\ln \hat{y}^* - \ln \hat{y}_0). \quad (16)$$

A következő lépésben helyettesítsük be a hosszú távú egyensúlyi jövedelem képletét (16)-ba a humán tőkét explicite is tartalmazó Solow-modell esetén, Cobb–Douglas-féle termelési függvény mellett: $\hat{y}^* = [s_K^\alpha s_H^\eta / (n + g + \delta)]^{\frac{1}{1-\alpha-\eta}}$, ahol n és g jelentését már ismerjük, s_H a humán tőke, s_K pedig a fizikai tőke beruházási rátája, α a fizikai tőke, az η pedig a humán tőke kitevője a termelési függvényben, míg δ a közös amortizációs ráta.²⁰ Ezután elosztva mindkét oldalt a vizsgálandó periódus hosszával (t), végül felhasználva az $\hat{y}_t = Y_t / (L_t A_t) = y_t / A_t$, és az $A_t = A_0 e^{gt}$ összefüggéseket, kapjuk a formális β -regresszió alapegyenletét:

$$\frac{\ln y_t - \ln y_0}{t} = g_y = g - \beta \ln A_0 + \beta \ln y_0 + \psi_1 \ln s_K + \psi_2 \ln s_H + \psi_3 \ln(n + g + \delta), \quad (17)$$

ahol y_j az egy főre jutó kibocsátás szintje a j -edik időpontban, míg g_y az adott időintervallum alatti növekedési üteme. A együtthatók struktúrája a következő:

$$\beta = \frac{e^{-\bar{\lambda}t} - 1}{t}, \quad \psi_1 = -\beta \frac{\alpha}{1 - \alpha - \eta}, \quad \psi_2 = -\beta \frac{\eta}{1 - \alpha - \eta}, \quad \psi_3 = \beta \frac{\alpha + \eta}{1 - \alpha - \eta}.$$

Mivel a feltételes konvergencia teljesülése esetén $\bar{\lambda}$ értéke pozitív, ezért β értéke negatív. Ebben az esetben a (17) összefüggés a növekedésmélelet azon stilizált tényét testesíti

¹⁸ Néhány a vonatkozó művekből: Dwrick [2004], Temple [1999], Durlauf–Johnson [1995], Quah [1993]. Áttekintő jelleggel lásd Durlauf–Johnson–Temple [2005].

¹⁹ Lásd például Durlauf–Johnson–Temple [2005], Islam [2003].

²⁰ Az elméleti elemzés során a humán tőkét csak implicit módon vettük figyelembe az egyszerűbb matematikai levezetésekhez. Az empirikus elemzéshez azonban explicit módon is meg kell jelenítenünk. A képlet származtatását lásd Mankiw–Romer–Weil [1992]. A következő alfejezettel jelölésrendszerünkben visszatérünk a humán tőke implicit figyelembevételéhez, olyan tekintetben, hogy az elméleti résszel konzisztens módon az α -n a termelés bővebb értelemben vett (fizikai + humán) tőkeállomány szerinti rugalmasságát fogjuk érteni.

meg, amely szerint a hosszú távú egyensúlyi szintet befolyásoló tényezőket változatlanul tartva, azaz a *ceteris paribus* feltétel mellett, a periódus kezdeti jövedelemszintje és az azt követő növekedési ütem között negatív irányú a kapcsolat. Tehát teljesül a feltételes β konvergencia.

Innen az irodalom háromfelé ágazik, annak megfelelően, hogy milyen adatállományt használunk a becsléshez. *Islam* [1995] óta tudjuk, hogy a (17) keresztmetszeti becslése torzított paraméterbecsléshez vezet, aminek elsődleges oka abban rejlik, hogy az egyed (ország/régió)-specifikus, közvetlenül nem megfigyelhető fix hatásokat ($\ln A_0$) a keresztmetszeti regresszió univerzális konstans tagjával nem lehet figyelembe venni. Megoldást a (17) idősoros vagy panelbecslése jelenthet (*Islam* [2003]). Előbbi esetünkben nem járható út, mivel a közép-kelet-európai országok idősorai túl rövidek. Tanulmányunkban ezért panelbecslést alkalmazunk egyedspecifikus konstansokkal. A (17) alapegyenlet panelbecslését a (18) modellel végezhetjük el:

$$g_{y,i}^{t_1,t_2} = a_i + \mu_{(t_1,t_2)} + \beta \ln y_{i,t_1} + \bar{\psi}^T \bar{x}_{i,(t_1,t_2)} + v_{i,(t_1,t_2)}, \quad (18)$$

ahol $\bar{x}_{i,(t_1,t_2)}$ az $[\ln s_{K,i}^{t_1,t_2}, \ln s_{H,i}^{t_1,t_2}, \ln(n_i^{t_1,t_2} + g + \delta)]^T$ vektorváltozó, $\bar{\psi}^T = [\psi_1, \psi_2, \psi_3]$ paraméter vektor, $a_i (= g - \beta \ln A_{0,i})$ egyedspecifikus konstans, $\mu_{(t_1,t_2)} (= -g\beta t_1)$ időspecifikus konstans (t_1, t_2) intervallumra, $v_{i,(t_1,t_2)}$ reziduális változó. A t_1 a szóban forgó időintervallum kezdeti időpontját, t_2 pedig a végét jelöli, és $(t_2 - t_1) = \phi$. Az i a keresztmetszeti egységet, a 0 az egész adatállomány kezdeti időpontját szimbolizálja.²¹

A változó sebességű konvergencia következményei

Az előbbiekkal ellentétben a formális β -regresszió szakirodalmá helytelenül a – Taylor-soros közelítéssel származtatott – konstans sebességű konvergencia definíciójából $[\lambda = -(d \ln \hat{y}_t / dt) / (\ln \hat{y}_t - \ln \hat{y}_t^*)]$ indul ki az alapegyenlet származtatásakor.²² Ebben az esetben a (17)-tel megegyező eredményhez jutunk. Az egyetlen eltérés a β paraméter exponenciális tagjának kitevőjében van, ahol a konvergencia $(0, t)$ periódus alatti átlagos sebessége ($\bar{\lambda}$) helyett a konstans λ szerepel. A változó sebességű konvergencia tehát sem a folyamat, sem a végeredmény tekintetében nem okoz jelentős eltérést a formális β -regresszió alapegyenletének származtatásában. Következményei az alapegyenlet becslését illetően azonban már súlyosak! Az átlagos sebesség ugyanis a megfigyelési egység függvénye lesz: $\bar{\lambda}_{ij} = f(i, j)$; köszönhetően annak, hogy a konvergencia valós, pillanatnyi sebessége a hosszú távú egyensúlyi pályától való lemaradás függvényében folyamatosan változik.²³ Így viszont a kezdeti jövedelemszinthez tartozó β együttható – és ezáltal a hosszú távú egyensúlyt magyarázó változók együtthatói is – megfigyelésenként különböző(ek) lesz(nek): $\beta_{ij} = (e^{-\bar{\lambda}_{ij}\phi} - 1) / \phi$.

Az elmélet által előre jelzett β_{ij} együttható heterogenitása tulajdonképpen az alapegyenlet hagyományos származtatása esetén is fennáll. Ugyanis a Taylor-soros közelítéssel nyert konstans konvergenciasebesség formulájában $[\lambda = (1 - \alpha)(n + g + \delta)]$ a paraméterek

²¹ A ψ_1, ψ_2, ψ_3 és β paraméterek képlete változatlan, de az új jelöléseknek megfelelően β formulájában $t-t$ a ϕ váltja fel: $\beta = (e^{-\lambda\phi} - 1) / \phi$.

²² Ez a megközelítés csak akkor lenne helyénvaló, ha hosszú távú egyensúlyi pályájukhoz közel lévő gazdaságokat vizsgálnánk, például a világ fejlett országait. A β -regresszió szakirodalmában azonban a becsléshez felhasznált minták általában nem teljesítik ezt a követelményt. Lássuk be, gazdaságpolitikai szempontból haszontalan is lenne azon gazdaságok feltételes konvergenciájának vizsgálata, melyek amúgy is hosszú távú egyensúlyi pályájuk közelében tartózkodnak!

²³ Az i a korábbiaknak megfelelően a megfigyelés keresztmetszeti, míg j az időbeli dimenzióját jelöli.

gazdaságról gazdaságra eltérő értéket vehetnek fel, azaz a λ teoretikus értékei különbözőhetnek keresztmetszetben. A β -regresszió meredekségi együtthatóinak heterogenitása valószínűleg azért nem kapott figyelmet mind ez ideig a szakirodalomban, mert az empirikusan lényeges paraméterek (α ; $n + g + \delta$) mellett a „Taylor-soros” λ -k szűk sávban ingadoznak (Függelék F2. táblázat). Így a növekedésemeléttel foglalkozó közgazdászok joggal vélhették úgy, hogy a „közös” β és a származtatott „közös” λ jól reprezentálja nemcsak a mintára, hanem a világ bármely régiójára jellemző egyedi konstans értékeket.

A β_{ij} együttható heterogenitása azonban sokkal komolyabb probléma, mint ahogy azt a β -regresszió hagyományos származtatása árnyékában mind ez ideig hitték. A Taylor-soros közelítéssel nyert λ -kkal szemben ugyanis a konvergencia valós sebességének (a pillanatnyinak és az átlagosnak egyaránt) lehetséges értékei tág intervallumban mozognak (F1. táblázat). Ebből következően már nem tekinthetjük a „közös” β -t és a belőle számolt „közös” λ -t minden körülmény között megfelelően reprezentatívnak a mintára nézve.²⁴ Ahhoz, hogy ezt továbbra is megtehessük, arra van szükség, hogy a megfigyeléseinkhez tartozó β_{ij} együtthatók, azaz a periódus alatti átlagos konvergenciasebességek ($\bar{\lambda}_{ij}$) kis intervallumban szóródjanak. Utóbbit az határozza meg, hogy a pillanatnyi konvergenciasebességet determináló tényezők (Y_{1t} , α , $n + g + \delta$) tekintetében a vizsgált gazdaságok mennyire homogének. Minél inkább azok, annál kisebb mértékben fognak az elmélet által előre jelzett β_{ij} együtthatók szóródni, és annál inkább reprezentatívnak tekinthetjük mintánkra a „közös” β -t és a belőle származtatott „közös” λ -t. Ha nem figyelünk mintánk kellő *homogenitására a fenti tényezők tekintetében*, akkor a becült univerzális λ kevés információt hordoz az egyes gazdaságok feltételes konvergenciájának sebességéről.

A minta összetételére tett megkötés helyett a másik járható út, ha megengedjük a *meredekségi együtthatók keresztmetszeti heterogenitását*, azaz a konstans mellett a β -t és a ψ -ket is egyedspecifikusan becsüljük. Ez azért jelent megoldást, mert empirikusan lényeges paraméterek esetén enyhe megkötés mellett a pillanatnyi – és így a periódus alatti átlagos – konvergenciasebesség egy gazdaságon belüli időbeli lefutása szűk keretek között alakul.²⁵ Következésképpen az egyedspecifikus β_i -kból számolt λ_i -k jól reprezentálják egy gazdaság feltételes konvergenciájának sebességét.

A kettő közül bármelyik utat is válasszuk azonban, *szakítani kell a β -regresszió szakirodalmában mind ez ideig követett eljárással*: azzal, hogy *az országok minél nagyobb mintájára homogén meredekségi együtthatókkal becsüljük a (17) alapegyenletet*. Eredményeink ugyanis túlságosan torzítottak lesznek. Nem ökonometriai, hanem „közgazdasági” értelemben. Az ökonometriai értelemben vett torzítatlanságot [$E(\hat{\beta}) = \beta$] nem befolyásolja, hogy figyelembe vesszük-e az adatgeneráló folyamatban meglévő strukturális törést, vagy sem.²⁶ Az univerzális β és a belőle származtatott λ közgazdasági jelentősége viszont adott esetben attól függ, hogy mekkora a $\beta - \beta_{ij}$ eltérés. Értelmezésünkben utóbbi a „közgazdasági torzítás” $\beta \neq \beta_{ij}$ mértékét adja meg. Bár a „közgazdasági” értelemben vett torzítás mértékét β ismeretének hiányában nem tudjuk meghatározni, β_{ij} értékeinek szórásából következtethetünk rá. Ugyanis β a β_{ij} -k egyfajta átlaga. Ha a mintaméret növelésének primátusa lebeg a szemünk előtt, akkor óhatatlanul is beleesünk abba a csapdába, hogy túlságo-

²⁴ A változó konvergenciasebesség kvantitatív hatásainak következtében a világot megfelelően reprezentáló közös β és λ természetesen semmilyen körülmények között nem reális.

²⁵ A megkötés: α és $(n + g + \delta)$ konstans egy gazdaság esetében. Ez középtávon valóban enyhe feltételnek számít. További részletek a *Függelékben*.

²⁶ Mivel a strukturális törés szélsőséges – olyan tekintetben, hogy minden megfigyeléshez külön elméleti regressziós együtthatók tartoznak –, ezért azt értelemszerűen csak korlátozott mértékben lehetne figyelembe venni.

san heterogének lesznek megfigyeléseink az iménti tényezők tekintetében. Ebből következően β_{ij} szóródása is nagy lesz, jelentős „közgazdasági torzítást” gerjesztve. Bizonyos pont után ez már a becslült β -regresszió gazdaságpolitikai jelentőségét kérdőjelezi meg.

A közép-kelet-európai országok empirikus elemzése során a továbbiakban az első eljárást választjuk, és homogénezen becsljük a β -regresszió meredekségi együtthatóit. A becslendő modell (18) jelölésrendszerét is ennek megfelelően alakítottuk. Úgy gondoljuk, mintánk kellően homogén országokból áll, így a fellépő közgazdasági torzítás is olyan keretek között marad, hogy az eredményül kapott λ -nak van gazdaságpolitikai jelentősége. Más szóval, a vizsgált országokra jellemző pillanatnyi – és átlagos – konvergenciasebességek elég szűk sávban szóródnak ahhoz, hogy a becslült λ -ra úgy tekinthessünk, mint a minta által lefedett időszávot és keresztmetszetet univerzálisan jellemző értékre: egyfajta átlagra.

A konvergencia sebességének becslése a közép-kelet-európai országokra

A következőkben elvégezzük a konvergencia sebességének becslését kilenc közép-kelet-európai ország – Bulgária, Cseh Köztársaság, Észtország, Lettország, Litvánia, Magyarország, Lengyelország, Szlovénia és Szlovákia – alkotta országcsoportra. Ezek homogenitása a pillanatnyi konvergenciasebességet determináló paraméterek kapcsán elegendő mértékű ahhoz, hogy β_{ij} szóródása megfelelő keretek között alakuljon. A kezdeti relatív jövedelemszintek tekintetében ugyan érdemi különbségek lehetnek: a realitások talaján állva az Y_{i1} értékeit az egyes országokban 0,3–0,7 közé kalibrálhatjuk a vizsgált időszakban. Ezt azonban ellensúlyozza, hogy az α és $(n + g + \delta)$ értékei valószínűleg igen hasonlóak a vizsgált országok esetében. Utóbbi állításunk alapját a kilenc közép-kelet-európai ország „közös” múltja és jelenje: a második világháborút követő bő négy évtizedes szocialista rezsim, valamint a friss európai uniós tagság; az ebből származó „hasonló” gazdasági-társadalmi problémák, fejlődési pályák; illetve a geográfiai „közelség” jelenti. Ennek fényében és a *Függelékben* szereplő szemléltető példa segítségével belátható, hogy az elméleti konvergenciasebességek lehetséges értékeinek szóródása – és így a „közgazdasági torzítás” mértéke is – moderált.²⁷

Mielőtt belekezdenénk a kilenc közép-kelet-európai ország konvergenciafolyamatának empirikus vizsgálatába, még egy megjegyzést kell tennünk. A konvergencia sebessége kapcsán tárgyalt elméleti összefüggéseknél, illetve a formális β -regresszió alapegyenletének levezetésénél a Solow-modellből indultunk ki. A Solow-modellben a hosszú távú egyensúlyi és az aktuális pálya technológiai szintje minden időpontban megegyezik: $A_t^* = A_t$, és növekedési üteme minden országban azonos (g). Mivel a Solow-modell keretrendszerében a technológiai felzárkózás nem értelmezhető, így a konvergenciát kizárólag az egy főre jutó tőkeállomány tranzíciós dinamikája vezérli. Ebből adódóan a (4), (8) és (13) alapján számolt, illetve a β -regresszióval becslült konvergenciasebességek a tőkefelhalmozásból fakadó (klasszikus) konvergenciát jellemzik. Mivel a közép-kelet-európai országok konvergenciájának folyamatában a technológiai felzárkózás is biztosan szerepet játszott az elmúlt másfél évtizedben, ezért empirikus vizsgálatunk szükségszerűen részleges.²⁸

²⁷ Például ha feltételezzük, hogy a kilenc közép-kelet-európai országban $0,66 \leq \alpha \leq 0,7$ teljesül, és az $(n + g + \delta)$ tekintetében legfeljebb 2 százalékpontos különbséget engedünk meg közöttük, akkor az *F1. táblázat* alapján belátható, hogy $0,3 \leq Y_0 \leq 0,7$ esetén az általunk vizsgált tízéves periódus átlagos konvergenciasebességének lehetséges értékei az elmélet alapján maximálisan 1,6 százalékponttal térhetnek el egymástól. Ez nagyjából annak a mértéknek felel meg, amely között a Taylor-soros formulával számolt λ -k is szóródnak az *F2. táblázatban*.

²⁸ Eredményeik részleges jellege felett általában éppen olyan nagyvonalúan elsiklanak a β -regresszióval operáló empirikus munkák, mint ahogyan azt a változó konvergenciasebesség kapcsán teszik, miközben a

Az adatállomány

A becsléshez felhasznált panel-adatállomány az Eurostattól származik, az 1997–2006 közötti tíz évet foglalja magában. Az adatállomány tovább már nem volt bővíthető. Egyrészt, a közép-kelet-európai országok az 1990-es évek első kétharmadában, a transzformáció során komoly gazdasági és társadalmi sokkon mentek keresztül, ezért a vizsgálatba bevonható periódus legkorábbi kezdeti időpontja 1997–1998-ra tehető. Másrészt, további közép-kelet-európai országokkal már nem gyarapíthattuk megfigyeléseinket, mert vagy egyáltalán nem, vagy csak az utóbbi évekre rendelkeztek hiteles, az Eurostat által publikált adatokkal a modellünkbe bevont változók tekintetében.²⁹

A változók

A formális β -regresszió (17) alapegyenletében szereplő változók empirikus megfelelőiként a következő statisztikákat használtuk.

A *növekedési ütem* (g_y) és a *kezdeti jövedelem szintje* (y_0) esetében a GDP/foglalkoztatott mutatóval dolgoztunk. Ennek megfelelően g_y a GDP/foglalkoztatott periódus alatti átlagos növekedési üteme, míg az y_0 kezdeti jövedelemszint a periódust megelőző év vásárlóerő-paritáson mért GDP/foglalkoztatott szintje. Az n számításához a foglalkoztatottak létszámának periódus alatti átlagos növekedési ütemét használtuk. A $g + \delta$ értékét a szakirodalomban használt 0,05-re kalibráltuk.³⁰

A *fizikai tőke beruházási rátáját* (s_K) a bruttó fizikai tőkeberuházás és a GDP arányának periódus alatti átlagával képeztük. Előbbit az Eurostat bruttó állóeszköz-felhalmozás (*gross fixed capital formation*) mutatójával azonosítottuk.

Mivel a *humántőke-beruházási ráta* (s_H) megfelelő proxy változója kapcsán éles vita zajlik a szakirodalomban, ezért a becslést két különböző indikátor – az egy főre jutó tanulók száma (*total students/population*) (s_{H1}) és az egy főre jutó felsőfokon tanulók száma (*students in tertiary education/population*) (s_{H2}) – esetében is elvégeztük. Értelemszerűen az s_{H1} és s_{H2} egyaránt az adott periódus alatti átlagot jelöli. Mindkettőnél azonban csak 1998 és 2005 között álltak rendelkezésre adatok, így az 1997. és a 2006. évet kihagytuk a periódusok átlagainak kiszámításából. A továbbiakban az s_{H1} modell, illetve az s_{H2} modell megnevezés utal az alkalmazott proxy változóra.

Panelbecslés

A β -regresszió becslése során mindig adott hosszúságú periódus átlagos növekedési ütemének regresszióját tekintjük a kezdeti jövedelemszinttel és az egyéb magyarázóváltozók periódusátlagával. Vizsgálatunk során öt-, illetve hároméves periódusokkal is dolgoz-

technológiai felzárkózás régóta ismert komponense egy gazdaság (feltételes) konvergenciájának (Abramovitz [1986]). Mindazonáltal történtek már kísérletek arra, hogy a feltételes konvergencia sebességének becslésénél a technológiai felzárkózást és a tőkefelhalmozást egyaránt figyelembe vegyék (például Dowrick–Rogers [2002]), azonban kiforrott módszerről egyelőre nem beszélhetünk.

²⁹ Románia és Macedónia például azért maradt ki a vizsgálatból, mert az előbbi GDP/foglalkoztatott mutatói csak 2001-től, az utóbbi pedig egyáltalán nem álltak rendelkezésünkre. Horvátországot is kénytelenek voltunk elhagyni, mivel a humántőke-beruházási rátára használt proxy változók kapcsán csak 2003-tól álltak rendelkezésre adatok.

³⁰ A becsléseket elvégeztük $g + \delta$ két másik értékére is: 0,06-ra, illetve 0,07-re. Eredményeink robusztusak voltak, a kalibrálásunknak tehát nincsen érdemi hatása.

tunk, hogy többféle mintát generáljunk. Adatállományunk így egy két, illetve három időegységgel rendelkező panellá redukálódott, azaz az éves bontásban 90 megfigyelést egy 18 elemű (ötéves periódusok), illetve egy 27 elemű (hároméves periódusok) mintává transzformáltuk. Annak ellenére, hogy ez alapvetően kevés a panelbecsléshez, a konvergencia sebességét mégis így származtattuk két ok miatt. Egyrészt, mert az adatállomány rövidsége miatt az idősoros becslés nem volt lehetséges. Másrészt, a szabadsági fokok jóval nagyobbak lettek, mint keresztmetszeti becslés esetén, és az országspecifikus konstansokkal integrálhattuk a nem megfigyelhető, egyedspecifikus fix hatásokat.

Vizsgálatunk kétségkívül gyenge pontja a rendelkezésre álló adatállomány kis mérete. Ezért eredményeink robusztusságának ellenőrzésére panelbecslésünket öt mintára és két modellvariációra is elvégeztük. Így összesen tízféle becslést hajtottunk végre. A két modellvariáció az s_{H1} modell és az s_{H2} modell volt.

Az öt mintát a rendelkezésünkre álló adatállományból generáltuk. Az első lépést a már említett ötéves (1997–2001, 2002–2006) és 3 éves (1998–2000, 2001–2003, 2004–2006) periódusokra való felosztás jelentette. Mivel a három-, illetve az ötéves átlagolás nem biztos, hogy elegendő az üzleti ciklusok hatásának kiszűréséhez, ezért Hodrick–Prescott-szűrővel (HP) előzetesen kisimítottuk a változók idősorait, majd az így nyert HP-trendekből számoltuk a periódusátlagokat. Az adatállomány HP-szűrését két különböző büntetőfaktor (θ) mellett is elvégeztük. Egyik esetben 100-ra, a másik esetben 6-ra kalibráltuk θ értékét. Éves adatoknál a 100-as büntetőfaktort gyakran alkalmazzák, egyebek mellett a becslésekhez használt GRETl-szoftvercsomagnak is ez az alapbeállítás ilyen frekvenciánál. Ez azonban olyan magas érték, hogy szinte minden változóra lineárishoz közeli trendet kaptunk. Hosszú távú idősoroknál ez kevésbé lenne probléma. Változóink idősorai azonban mindössze 10 egységből álltak, ráadásul erősen fluktuáltak. Lineárishoz közeli HP-trendekkel tehát az adatállományban rejlő információ nagy részét elvesztettük volna. Ezért 6-os büntetőfaktorial is elvégeztük a simítást, amelynél a becslött HP-trendek már sokkal jobban követték eredeti idősorainkat. A $\theta = 6$ választásunkat *Maravall-del Río* [2001] tanulmányára alapoztuk. A szerzőpáros – „időbeli aggregálás” esetén – a HP-filter konzisztenciája érdekében $6 < \theta_A < 7$ büntetőfaktort javasolt éves bontású idősnál, amennyiben az idősor negyedéves frekvenciájú változatánál a Hodrick és Prescott által meghatározott – azóta is széleskörűen elfogadott – $\theta_O = 1600$ büntetőfaktort használjuk.³¹

Míg a hároméves periódusoknál alapjában kizártuk, hogy az átlagolás képes a ciklusok semlegesítésére, addig az ötévesek esetében nem utasítottuk el. Ebből kifolyólag a kettő periódusból álló mintánál a „tisztítatlan” adatokra is lefutattuk a becslést.

Összefoglalva, az öt panelmintánk közül háromnál az időegység 2, ötéves periódusokkal ($\varphi = 5$), kettőnél pedig az időegység 3, hároméves periódusokkal ($\varphi = 3$). Az adott hosszúságú periódusokból álló panelek között a megkülönböztető tényező a periódusátlagok képzéséhez felhasznált idősorok jellege: tisztítatlan, 6-os, illetve 100-as büntetőfaktorial HP-szűrt (HP-6, HP-100). Az ötéves periódusok esetében mindhárom, míg a hároméves periódusok esetében csak a HP-szűrt idősorokat használtuk fel. Az öt minta elnevezése a továbbiakban: tisztítatlan – $\varphi = 5$, HP-100– $\varphi = 5$, HP-6– $\varphi = 5$, HP-100– $\varphi = 3$ HP-6– $\varphi = 3$.

Kétperiódusos esetben a minták nem voltak elég nagyok ország- és időspecifikus dummy változók egyidejű használatához. A balti országokból és a visegrádi négyekből ezért egy csoportot képeztünk – élve a konstans tag csoporton belüli homogenitásának hipotézisével –, hogy legalább részben figyelembe tudjuk venni az egyedspecifikus hatásokat a

³¹ Időbeli aggregáláson azt értették, amikor az aggregált idősor az eredeti idősor periódus alatti megfigyeléseinek összegeként (vagy átlagaként) képződik.

D_{Baltic} , D_{Vis4} , D_{SLO} (Szlovénia), D_{BG} (Bulgária) keresztmetszeti és a D_{97-01} , D_{02-06} időbeli dummy változók segítségével. Háromperiódusos esetben a minták már elég nagyok voltak az ország- (D_{SLO} , D_{SK} , D_{BG} , D_{CZ} , D_{PL} , D_{HU} , D_{LV} , D_{LT} , D_{EST}) és időspecifikus (D_{98-00} , D_{01-03} , D_{04-06}) dummy változók egyidejű használatához. A becslések során minden esetben a referenciacsoport Bulgária és az első időperiódus volt.

A minták túl kicsik voltak ahhoz – mind keresztmetszet, mind idősor szempontjából –, hogy a standard homoszkedaszticitás-, illetve autokorreláció-próbákat (Breusch–Godfrey-, illetve White-próba) végrehajtsuk. A paneljelleg miatt azonban a reziduális autokorreláció és a heteroszkedaszticitás problémájával számolnunk kellett. Így a becslt regressziós paraméterek standard hibáit robusztusan, heteroszkedaszticitás- és autokorreláció-konzisztens (HAC) kovarianciamátrixszal becsltük, *Arellano* [2003] módszerét alkalmazva. A minta kis mérete miatt a robusztus standard hibabecslés aszimptotikus tulajdonságai nem érvényesülhettek, a t -értékeket azonban így is megbízhatóbbnak tartottuk a modell-szelekció szempontjából, mint a klasszikus (független, azonos eloszlás feltevése mellett becslt) standard hibából származtatottakat.

A becsléseket a klasszikus legkisebb négyzetek elvére alapoztuk. Mindegyik minta és modellvariáció esetében első lépésben, *alapmodell*ként, a (18) egyenlet legbővebb változatát becsltük, amely az összes dummy változót tartalmazta, kivéve persze a referenciacsoportokhoz tartozókat. A magyarázó változók nagy száma – kétperiódusos panel esetén 8, háromperiódusos esetén 14 – várakozásainknak megfelelően erős multikollinearitáshoz vezetett. A kicsi mintaméret miatt az erős multikollinearitás értelemszerűen magas standard hibákhoz és P -értékekhez vezetett. Ennek köszönhetően, mintától és modellvariációtól függetlenül, a becslések eredményei a magyarázó változók nem szignifikáns módját jelezték. Csökkentenünk kellett tehát a magyarázó változók számát, és az „általánostól” egy „egyszerűbb” modell felé kellett haladnunk. A modellszelekció során *stepwise* algoritmust alkalmaztunk (*Hajdu* [2003]), és lépésenként szűkítettük modellünket: a 10 százalékos szinten nem szignifikáns idő- és csoportspecifikus dummy változókból mindig a legnagyobb P -értékkel rendelkező változót elhagyva, újrabecsltük a modellt. Közgazdasági okokból a Solow-változókat sohasem szelektáltuk. A modellszűkítésnek akkor lett vége, ha már az összes dummy változó legalább 10 százalékos szinten szignifikánssá vált. Ez lett a *végső modell*.

A (18) regressziós egyenlet különböző minták és modellvariációk esetén történő becslésének végső modelljeit a 2. és 3. táblázat tartalmazza, a panelek periódushossza alapján csoportosítva.

Mindegyik kétperiódusos minta és a háromperiódusos panelek s_{H1} modelljei esetében a kezdeti jövedelemszinthez és a Solow-változókhöz tartozó együttthatók megfelelő előjellel szignifikánsak a végső modellekben. Kivétel az $\ln(n + 0,05)$, amely nyolcból ötször nem rendelkezett magyarázóerővel.³² Ezzel szemben a háromperiódusos panelek s_{H2} modelljeinél a kezdeti jövedelemszint és a Solow-változók együttthatói magas P -értékekkel nem bizonyultak szignifikánsnak. Az ok valószínűleg a hároméves periódusok rövidségében keresendő, figyelembe véve, hogy az ötéves periódusoknál az s_{H2} modell jól teljesít. A kilenc közép-kelet-európai ország 1997–2006 közötti időszakára becslt β -regresszió tehát a vizsgált tíz esetből nyolcnál az elmélet által jelzett előjellel, szignifikáns hatást jelez a klasszikus regresszorai kapcsán – kivétel az $\ln(n + 0,05)$ változó.

³² Az s_{H1} modell esetében, a HP-6- $\varphi = 3$ mintánál az $\ln(s_k)$ együttthatójához tartozó P -érték 11,9 százalék ugyan, de a minta kis mérete miatt ez nem jelent a 10 százalékos szintnél érdemben rosszabb magyarázó erőt.

2. táblázat

A (18) OLS becslésének végső modelljei I.

Függő változó: GDP/foglalkoztatott átlagos növekedési üteme – (g_y)
(Két periódus: 1997–2001, 2002–2006; mintaméret:18)

	s_{H1} modell			s_{H2} modell		
	tisztítatlan $\varphi = 5$	HP-100– $\varphi = 5$	HP-6– $\varphi = 5$	tisztítatlan $\varphi = 5$	HP-100– $\varphi = 5$	HP-6– $\varphi = 5$
Konstans	0,2549** (0,0211)	0,3165*** (0,0037)	0,3123*** (0,0056)	0,3003** (0,0181)	0,3296** (0,0104)	0,3356*** (0,0089)
$\ln(y_0)$	-0,01504* (0,0667) [-0,0313; 0,0012]	-0,01674** (0,0248) [-0,0309; -0,0026]	-0,01699** (0,0304) [-0,0321; -0,0019]	-0,01963** (0,0247) [-0,0362; -0,0031]	-0,01660** (0,043) [-0,0326; -0,0006]	-0,01737** (0,0363) [-0,0334; -0,0013]
$\ln(s_K)$	0,02062* (0,0655)	0,02467** (0,0268)	0,02407** (0,0307)	0,03221** (0,011)	0,03444*** (0,0088)	0,03430*** (0,0078)
$\ln(s_{H1})$	0,04656*** (0,005)	0,05428*** (0,0021)	0,05380*** (0,0021)	–	–	–
$\ln(s_{H2})$	–	–	–	0,02439** (0,0146)	0,02804*** (0,0035)	0,02869*** (0,0027)
$\ln(n + 0,05)$	-0,01156* (0,096)	-0,00282 (0,793)	-0,00454 (0,6424)	-0,01854** (0,016)	-0,00469 (0,6268)	-0,00591 (0,5097)
D_{Baltic}	0,02036*** (0,0)	0,01860*** (0,0)	0,01877*** (0,0001)	0,02172*** (0,0001)	0,02220*** (0,0003)	0,02210*** (0,0003)
D_{Vis4}	– (0,0014)	– (0,001)	– (0,0008)	0,00622***	0,00715***	0,00734***
D_{02-06}	0,00906* (0,0605)	0,00812 ^a (0,1343)	0,00835* (0,0967)	0,00741 ^a (0,1342)	–	–
Korrigált R^2	0,7695	0,7481	0,7636	0,7510	0,7262	0,7426

 P -értékek zárójelben, 95 százalékos konfidenciaintervallum szögletes zárójelben.

*10 százalékos, **5 százalékos, *** 1 százalékos szinten szignifikáns.

^a Az alkalmazott modellszelekciós elv ellenére azért maradt bent a D_{02-06} változó a végső modellben, mert a 13 százalékos körüli P -érték ilyen kis mintaméretnél nem jelent a 10 százalékos szinthez képest érdemi magyarázó erő romlást.

A végső modellekben tendenciózan szereplő dummy változók konzisztensek a közép-kelet-európai országok 1997–2006 közötti növekedési adataival. A balti országok dummy változója – összhangban a 2007-ig tapasztalt kiugró növekedési rátáikkal – mind a tíz esetben jelen van, erősen szignifikáns, pozitív együtthatóval. Az utolsó periódus dummy változói nyolc esetben kerültek be a végső modellekbe, pozitív előjellel, ami az EU-csatlakozás utáni időszak növekedési felgyorsulásának köszönhető. Mind a két táblázat esetében megfigyelhető, hogy az egyes modellvariációkon belül a különböző mintára becsült végső modellek együtthatói gyakran nagyon hasonlóak. Ennek oka vélhetően az, hogy mind az öt-, mind a hároméves átlagolás jelentősen redukálta a tisztítatlan, a HP-6 és a HP-100 idősorok közötti különbséget.

3. táblázat

A (18) OLS becslésének végső modelljei II.

Függő változó: GDP/foglalkoztatott átlagos növekedési üteme – (g_y)
(három periódus: 1998–2000, 2001–2003, 2004–2006; mintaméret: 27)

	s_{H1} modell		s_{H2} modell	
	HP-100- $\varphi = 3$	HP-6- $\varphi = 3$	HP-100- $\varphi = 3$	HP-6- $\varphi = 3$
Konstans	0,2950*** (0,005)	0,2953*** (0,0068)	0,2221 (0,2475)	0,1217 (0,4467)
$\ln(y_0)$	-0,01386** (0,0356) [-0,0267; -0,0011]	-0,01919** (0,0234) [-0,0354; -0,003]	-0,0117 (0,3863) [-0,0396; 0,0162]	-0,00636 (0,5666) [-0,0294; 0,0167]
$\ln(s_K)$	0,02306* (0,0955)	0,02208 (0,119)	0,02913 (0,2669)	0,01587 (0,491)
$\ln(s_{H1})$	0,04936*** (0,0001)	0,04441*** (0,0001)	–	–
$\ln(s_{H2})$	–	–	0,01385 (0,1882)	0,00929 (0,3327)
$\ln(n + 0,05)$	0,00198 (0,8321)	-0,01114* (0,0747)	-0,00597 (0,5192)	-0,01028 (0,1752)
D_{EST}	0,02432*** (0,0001)	0,02404*** (0,0001)	0,02892** (0,0139)	0,03199*** (0,0045)
D_{LV}	0,01747*** (0,0003)	0,0189*** (0,0)	0,02227** (0,0192)	0,02593*** (0,0053)
D_{LT}	0,01956*** (0,0)	0,0182*** (0,0)	0,02736*** (0,0)	0,02644*** (0,0)
D_{HU}	0,00378* (0,0827)	0,00568* (0,0648)	0,00599* (0,0993)	–
D_{PL}	–	–	0,00812*** (0,0011)	0,00559* (0,0551)
D_{SK}	–	–	0,00935*** (0,0002)	0,00745** (0,0219)
D_{01-03}	–	0,00601* (0,06)	–	–
D_{04-06}	0,00482** (0,0246)	0,01414*** (0,0073)	0,00366* (0,068)	0,00579** (0,0337)
Korrigált R^2	0,7639	0,7774	0,7566	0,7608

P-értékek zárójelben, 95 százalékos konfidenciaintervallum szögletes zárójelben.

*10 százalékos, **5 százalékos, *** 1 százalékos szinten szignifikáns.

Az átlagos konvergenciasebesség ($\bar{\lambda}$) pont- és intervallumbecslését a $\beta = (e^{-\bar{\lambda}\phi} - 1)/\phi$ összefüggés alapján származtatjuk a kezdeti jövedelemszint együtthatójának pont- és intervallumbecsléséből. A 4. táblázat azt mutatja, hogy a vizsgált tíz évben a kilenc közép-kelet-európai országban a $\bar{\lambda}$ értéke 95 százalékos valószínűséggel a 0–4 százalékos tartományba esett, míg a pontbecslés 1,5 és 2 százalék között alakult. A gazdaságpolitika szemszögéből ezeket a számértékeket azonban kellő óvatossággal szabad kezelnünk. Egyrészt a „közgazdasági torzítás” pontos ismeretének hiányában a becsült $\bar{\lambda}$ csak közelítő értéknek tekinthető az egyes országokra, egyes időszakokban jellemző, tőkefelhalmozásból eredő (átlagos) konvergenciasebességet illetően. Másrészt, a kis mintaméret miatt modellszelekciós eljárásunkkal szemben kettő kritika jogosan felvethető:

4. táblázat

Pont- és intervallumbecslések a konvergencia átlagos sebességére ($\bar{\lambda}$)

Megnevezés	$\phi = 5$			$\phi = 3$	
	tisztítatlan	HP-6	HP-100	HP-6	HP-100
<i>s_{HI}</i> modell					
$\bar{\lambda}$ (százalék) (pontbecslés)	1,56	1,78	1,75	1,98	1,42
$\bar{\lambda}$ (százalék) (95 százalékos konfidencia-intervallum)	0–3,41	0,19–3,49	0,26–3,36	0,3–3,75	0,11–2,78
<i>s_{II}</i> modell					
$\bar{\lambda}$ (százalék) (pontbecslés)	2,07	1,82	1,73	$\hat{\beta}$ nem szignifikáns	$\hat{\beta}$ nem szignifikáns
$\bar{\lambda}$ (százalék) (95 százalékos konfidencia-intervallum)	0,31–3,99	0,13–3,66	0,06–3,56	–	–

1. A *stepwise* algoritmus nem biztos, hogy helyes eredményre vezet, ha az alapmodellben meglévő erős multikollinearitást a mintaméret nem képes ellensúlyozni. Ilyenkor a szelekció során releváns változók is kikerülhetnek a modellből.

2. A standard hiba robusztus becslésének aszimptotikus tulajdonságai a mintaméretből fakadóan nem érvényesültek, ezért a számított *P*-értékek alapján történő szelektálás helytelen eredményre vezethet.

Mіндеzen felvetések ellenére a $\bar{\lambda}$ -ra adott becslések, illetve az egyed- és időspecifikus fix hatások robusztussága, valamint a mintánkat alkotó gazdaságok vélelmezett hasonlósága kellő alapot ad ahhoz, hogy kijelentsük: *a közép-kelet-európai országokban az elmúlt 10 évben a tőkefelhalmozásból eredő konvergencia (átlagos) sebessége valahol a 2 százalékpont vonzáskörzetében alakult, és valószínűleg nem haladhatta meg a 4 százalékpontot.*

Empirikus vizsgálatunk eredménye összhangban van az elmélet által prognosztizált nagyságrenddel. A realitások talaján maradván, a kilenc közép-kelet-európai országra a paramétereket a következőképpen kalibrálhatjuk: $0,3 \leq Y_0 \leq 0,7$, $\alpha \geq 0,66$, $0,05 \leq (n + g + \delta) \leq 0,08$.³³ Szimulációs számításaink azt mutatják, hogy ilyen körülmé-

³³ A vizsgált országok 1997–1998-ban hosszú távú egyensúlyi jövedelmük 30–70 százalékán állhattak. Mivel az átlagos népességnövekedési ütemek két kivételtől eltekintve mindenhol negatív előjelet vettek fel

nyek között a – tőkefelhalmozásból eredő – konvergencia átlagos sebessége a 1,5–3 százalékpontos tartományban, azaz valóban a 2 százalékpont vonzáskörzetében alakul (*F1. táblázat*).³⁴

Becsléseink robusztusságához minden bizonnyal az is hozzájárult, hogy az öt mintánkat egyazon kiindulási adatállományból generáltuk. Mindazonáltal úgy gondoljuk, hogy ezzel állításaink megalapozottabbá váltak, mivel több oldalról közelítve kvalitatív és kvantitatív szempontból is hasonló eredményekhez jutottunk a növekedés közép-kelet-európai, 1997–2006 közötti sajátosságaival kapcsolatban.

Záró megjegyzések

Tanulmányunkban a Solow-modell keretében vizsgáltuk a konvergencia sebességét és az abból levezethető növekedési ütemet. A teoretikus elemzésből leszűrhető alapvető tanulság, hogy a felzárkózás folyamán a konvergenciasebesség nem állandó, hanem folyamatosan változik a relatív jövedelmi helyzet függvényében, ami hatással van magára a növekedési ütemre is. A felzárkózás kezdeti éveiben ugyanis még állandó sebességű konvergencia mellett is magasabb növekedési ütemre lehet számítani, mint a későbbiekben, mert a gazdaság mindig a még a meglévő jövedelmi lemaradás egy konstans hányadát hozza be. Ez pedig nagyobb jövedelmi távolság lefaragását, ezáltal nagyobb növekedési ütemet jelent a kezdeti években. Ha azonban a konvergencia valós sebessége nem konstans, hanem a kezdeti években magasabb, akkor a felzárkózás elején a meglévő lemaradásnak még nagyobb hányadát dolgozzák le, ami az állandó konvergenciasebesség alapján számítotthoz képest további növekedési többletet jelent. Szimulációs számításaink alapján egy gazdaság tekintetében a változó sebességű konvergencia kvantitatív értelemben csak marginális változást jelent a hagyományos megközelítéssel szemben, ezért a belőle származó növekedési többlet sem jelentős. Mindazonáltal a konvergencia kezdeti években meglévő magasabb sebessége további adalékul szolgál a hosszú távú egyensúlyi pályájuktól távol lévő közép-kelet-európai országok 1997–2006 közötti gyors növekedésének megértésében.

A Solow-modellből levonható fontos gazdaságpolitikai tanulság, hogy a – tőkefelhalmozásból eredő – konvergencia sebességét a kormányzati mozgástéren kívül álló tényezők determinálják, arra a gazdaságpolitikának nincs közvetlen befolyása. Ez azonban nem jelenti azt, hogy magára a növekedési ütemre sincs érdemi ráhatása. Sőt, éppen ellenkezőleg! A növekedési ütem ugyanis nemcsak a konvergencia sebességétől függ, hanem attól is, hogy milyen jövedelemszinthez történik a gazdasági felzárkózás. Az elméleti összefüggések alapján pedig a hosszú távú egyensúlyi helyzetet determináló változók alakulásában a gazdaságpolitikának fontos szerepe van. A hosszú távú egyensúlyi pályát meghatározó tényezőket kedvezőtlenül érintő kormányzati intézkedések fékezik a

1997–2006 között, ezért a hosszú távú egyensúlyi ráta értékét indokolt 0 százalékra kalibrálni. A technológiai fejlődés üteme és az ezzel szoros kapcsolatban álló amortizációs ráta bizonyosan meghaladta a „tan-könyvi” 2 + 3 százalékot az elmúlt tíz évben. Ezek alapján belátható $0,05 \leq n + g + \delta \leq 0,08$ igaz volta. A 0,08-as felső határt többek között az is indokolja, hogy szimulációink alapján ennél érdemben magasabb értékeknél már csak irreális (α ; Y_0) paraméterkombinációkkal lehetne összhangba hozni a kilenc közép-kelet-európai ország számított növekedési rátáit a megfigyelttel.

³⁴ A számított sebesség a 70-ből hat – paraméter értékeit tekintve szélsőséges – esetben meghaladta a 3 százalékot, de csak néhány tized százalékponttal. A pontosság kedvéért meg kell említenünk, hogy az *F1. táblázat* tízéves periódusra szimulálta az átlagos konvergenciasebességet, míg a becsléseknél három- és ötéves periódusokkal dolgoztunk. A három- és ötéves periódusokra szimulált értékek gyakorlatilag ekvivalensek a tízévesvel. Az eltérésnek tehát megállapításaink szempontjából nincs jelentősége.

növekedési ütemet. Ilyen kedvezőtlen intézkedés lehet a humán tőke képzését akadályozó lépések, a kamatok adóztatása számottevő infláció mellett, ami biztosan nem kedvez a lakossági megtakarításoknak, vagy a permanensen fegyelmetlen költségvetési politika folytatása. Ezek közül különösen az utóbbi fontos, hiszen a költségvetés egyenlege a nemzetgazdasági megtakarításokat s ezáltal a hosszú távú egyensúlyi jövedelmet befolyásoló egyik legfontosabb tényező. A fegyelmetett költségvetési politika megvalósítása nemcsak a maastrichti konvergenciakritériumok teljesítése miatt szükséges. Sőt, megkockáztatjuk, elsősorban nem is emiatt. Hanem önmagunk miatt, hogy ne ássuk alá a hosszú távú növekedési kilátásunkat, hogy a felzárkózásunk ne az EU-15 szegényebb országai (Portugália, Görögország), hanem a gazdagabbak jövedelmi helyzetéhez történjen. Mert vitán felüli tapasztalati tény, hogy a konvergencia mindig feltételes, a felzárkózás nem egy közös (például az EU-15 átlagának megfelelő) jövedelmi szinthez történik, hanem minden egyes ország a saját makrogazdasági paraméterei alapján meghatározott jövedelmi szinthez konvergál. Ennek felismerésében rejlik a gazdaságpolitikát közvetlenül irányítóknak talán legnagyobb felelőssége.

Tanulmányunk második részében empirikusan vizsgáltuk a konvergencia sebességét kilenc közép-kelet-európai országban. Eredményeinket az adatállomány kis mérete miatt és a „közgazdasági torzítás” pontos ismeretének hiányában kellő fenntartással kell kezelni. Ennek ellenére a $\bar{\lambda}$ -ra adott becslések robusztussága és a mintánkat alkotó országok relatív homogenitása megfelelő alapul szolgált ahhoz, hogy kijelentsük: *a közép-kelet-európai országokban az elmúlt tíz évben a tőkefelhalmozásból eredő feltételes konvergencia (átlagos) sebessége valahol a 2 százalékpont vonzáskörzetében alakult, és valószínűleg nem haladhatta meg a 4 százalékpontot.* Becslésünk összhangban van az elmélet által prognosztizált nagyságrenddel. A realitások talaján maradván szimulációink 1,5-3 százalékpont közé kalibrálják a kilenc közép-kelet-európai ország átlagos – tőkefelhalmozásból eredő – konvergenciasebességeit az elmúlt tíz évre. Empirikus vizsgálatunk eredményét a jövő tekintetében is mérvadónak tekinthetjük. Az elmélet szerint ugyanis a feltételes konvergencia előrehaladtával az egyes országokra jellemző értékek kismértékben csökkennek, egyre inkább megközelítve a Taylor-soros formulával nyert 2 százalékos körüli értéket.

A Solow-modell elméleti következtetéseivel összecsengő empirikus eredmények a felzárkózó posztoszocialista országok esetében meglepőnek tűnhetnek. Ennek oka, hogy a Solow-modellben a jövedelmi felzárkózást kizárólag az egy főre jutó tőkeállomány – hosszú távú egyensúlyi ütemet meghaladó – növekedése vezérli. A gyors technológiai váltás a felzárkózási folyamatban nem játszhat szerepet, hiszen azt a modell exogén tényezőnek tekinti, amely azonos – a tapasztalat alapján évi 2 százalékos körüli – mértékben érint minden országot. A közép-kelet-európai országok több mint negyvenéves elzártsága a szabad világtól azonban egy viszonylag gyors technológia felzárkózást valószínűsít. Hogy ennek ellenére ökonometriai elemzésünkben a konvergencia sebessége – az elmélettel összhangban – 2 százalékos körül alakult, annak az oka, hogy az országspecifikus dummy változók „kiveszik” a gyorsabb technikai haladást a realizált növekedési ütemekből, és így a β -regresszióban a kezdeti jövedelemszint paraméterével már torzítatlanul becsülhetjük a tőkefelhalmozásból eredő, Solow-féle konvergencia sebességét.

A rendszerváltás óta eltelt több mint másfél évtizedet követően azonban egyre kevésbé számíthatunk az átlagosnál gyorsabb technológiai haladásra. A posztoszocialista országok ma már az Európai Unió teljes jogú tagjai, a termelési tényezők és technológia szabad áramlását totálisan biztosító integrációs övezetben. A technológia váltásban a nagymértékben beáramló s fejlett technológiát megtestesítő külföldi működőtőke is kétségkívül fontos katalizátorszerepet játszott. A régi rendszerből örökölt tőkejavak cseréje túlnyo-

mó részben végbement, hiszen az amortizációs kulcsok az épületek, építmények kivételével többnyire meghaladják a 10 százalékot. A jövőre nézve mindez azt jelenti, hogy az egyes országokra azonos ütemű, exogén technológiai haladást feltételező Solow-modell egyre fontosabb szerepet tölthet be a közép-kelet-európai országok növekedési folyamatainak jobb megértésében.

Hivatkozások

- ABRAMOVITZ, M. [1986]: Catching Up, Forgoing Ahead, and Falling Behind. *Journal of Economic History*, Vol. 46. No.2. 385–406. o.
- ARELLANO, M. [2003]: *Panel Data Econometrics*. Oxford University Press, Oxford.
- BARRO, R. J.–SALA-I-MARTIN, X. [1992]: Convergence. *Journal of Political Economy*, Vol. 100. No. 2. 223–251. o.
- BARRO, R. J.–SALA-I-MARTIN, X. [1995]: *Economic Growth*. Első kiadás, McGraw-Hill, New York.
- BARRO, R. J.–SALA-I-MARTIN, X. [2003]: *Economic Growth*. Második kiadás, MIT Press, Cambridge, MA.
- BAUMOL, W. J. [1986]: Productivity Growth, Convergence, and Welfare: What the Long-Run Data Show? *American Economic Review*, Vol. 76. No. 5. 1072–1085. o.
- DOWRICK, S. [2004]: Delinearizing the Neoclassical Convergence Model. Megjelent: *Dowrick, S.–Pitchford, R.–Turnovsky, S. J.* (szerk.): *Economic Growth and Macroeconomic Dynamics*. Cambridge University Press, Cambridge.
- DOWRICK, S.–ROGERS, M. [2002]: Classical and Technological Convergence: beyond the Solow-Swan Growth Model. *Oxford Economic Papers* Vol. 54. No. 3. 369–385. o.
- DURLAUF, S. N.–JOHNSON, P. A. [1995]: Multiple Regimes and Cross-Country Growth Behaviour. *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 10. No.4. 365–384. o.
- DURLAUF, S. N.–JOHNSON, P. A.–TEMPLE, J. R. W. [2005]: *Growth Econometrics*. Megjelent: *Aghion, P.–Durlauf, S. N.* (szerk.): *Handbook of Economic Growth*. North-Holland, Amsterdam.
- HAJDU OTTÓ [2003]: *Többváltozós statisztikai számítások*. Központi Statisztikai Hivatal, Budapest.
- ISLAM, N. [1995]: Growth Empirics: a Panel Data Approach. *Quarterly Journal of Economics* Vol. 110. No. 4. 1127–1170. o.
- ISLAM, N. [2003]: What Have We Learnt from the Convergence Debate? *Journal of Economic Survey*, Vol. 17. No. 3. 1127–1170. o.
- LIGETI ZSOMBOR [2002]: *Gazdasági növekedés és felzárkózás*. Budapesti Közgazdasági és Államigazgatási Egyetem, doktori értekezés.
- LUCAS, R. E. [1988]: On the Mechanics of Economic Development. *Journal of Monetary Economics*, Vol. 22. No. 1. 3–42. o.
- MANKIW, N. G. [1995]: The Growth of Nations. *Brookings Papers of Economic Activity*, Vol. 1995. No. 1. 275–326. o.
- MANKIW, N. G.–ROMER, D. –WEIL, D. N. [1992]: A Contribution to the Empirics of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 107. No. 2. 407–437. o.
- MARAVALL, A.–DEL RÍO, A. [2001]: Time Aggregation and the Hodrick-Prescott Filter. *Banco de Espana, Documento de Trabajo*, No. 0108.
- QUAH, D. T. [1993]: Galton's Fallacy and Tests of the Convergence Hypothesis. *Scandinavian Journal of Economics*, Vol. 95. No. 4. 427–443. o.
- REISS, J. P. [2000]: On the Convergence Speed in Growth Models. FEMM Working Paper No.22/2000.
- ROMER, D. [2006]: *Advanced Macroeconomics*. Harmadik kiadás, McGraw-Hill–Irwin, New York.
- ROMER, P. M. [1986]: Increasing Returns and Long Run Growth. *Journal of Political Economy*, Vol. 94. No. 5. 1002–1037. o.

- SHIOJI, E. [1997]: It's still 2%: Evidence on Convergence from 116 Years of the US States Panel Data. Department of Economics and Business, Universitat Pompeu Fabra, Economics Working Paper, No. 236.
- SOLOW, R. M. [1956]: A Contribution to the Theory of Economic Growth. Quarterly Journal of Economics, Vol. 70. No. 1. 65–94. o.
- TEMPLE, J. R. W. [1999]: The New Growth Evidence. Journal of Economic Literature, Vol. 37. No.1. 112–156. o.
- TEMPLE, J. R. W.–MATHUNJWA, J. S. [2006]: Convergence Behaviour in Exogenous Growth Models. Department of Economics, University of Bistol, Discussion Paper No. 06/590.

Függelék

A (14) egyenlet származtatása

Kiindulópont a Solow-modell kulcsegyenlete $\dot{\hat{k}} = \hat{s}y - (n + g + \delta)\hat{k}$, amelyet átalakítva:

$$\frac{\dot{\hat{k}}}{\hat{k}^\alpha} = s - (n + g + \delta)\hat{k}^{1-\alpha}. \quad (F1)$$

Legyen $u = \hat{k}^{1-\alpha}$, amit az idő szerint deriválva: $\dot{u} = (1 - \alpha)\frac{\dot{\hat{k}}}{\hat{k}^\alpha}$, majd ezt az (F1)-be helyettesítve:

$$\dot{u} + (1 - \alpha)(n + g + \delta)u = (1 - \alpha)s. \quad (F2)$$

Ez pedig egy $\dot{z} + az = b$ típusú (ahol a és b konstans), elsőrendű, lineáris differenciálegyenlet, amelynek megoldása: $z = Ce^{-at} + b/a$. (Ahol C az integrálás konstansa.) Mindezt figyelembe véve és bevezetve a $\gamma = (1 - \alpha)(n + g + \delta)$ jelölést, az (F2) megoldása:

$$u = \hat{k}^{1-\alpha} = Ce^{-\gamma t} + \frac{s}{n + g + \delta}. \quad (F3)$$

Az effektív egy főre eső tőkeállomány induláskor ($t = 0$) meglévő értéke alapján ($\hat{k} = \hat{k}_0$) az integrálás konstansa meghatározható:

$$C = \hat{k}_0^{1-\alpha} - \frac{s}{n + g + \delta}. \quad (F4)$$

Ezt az (F3)-ba visszahelyettesítve, és az egyenletet rendezve:

$$\hat{k}(t) = \left[\frac{s}{n + \delta + g} (1 - e^{-\gamma t}) + \hat{k}_0^{1-\alpha} e^{-\gamma t} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}}. \quad (F5)$$

Felhasználva, hogy $\hat{y} = \hat{k}^\alpha$, a (14) egyenletet kapjuk.

Az $(n + g + d)$ és az a parameterek hatása a konvergencia sebességére

Tanulmányunkban a szakirodalomban standard $(n + g + \delta) = 0,06$ és $\alpha = 2/3$ feltételezéssel éltünk a konvergencia sebességével kapcsolatos számításainkkor. A következőkben bemutatjuk, hogy milyen hatással van a konvergencia sebességére, ha a standardtól eltérő, de valóságoszerű $[\alpha; (n + g + \delta)]$ paraméterkombinációkat veszünk alapul, azaz a következőket: $\alpha \geq 0,6$, $0,05 \leq [\alpha; (n + g + \delta)] \leq 0,08$. Mind a Taylor-soros közelítéssel nyert konstans, mind a konvergencia valódi sebessége esetén megvizsgáljuk, hogy miként alakul λ szóródása az $[\alpha; (n + g + \delta)]$ függvényében. Utóbbit egy olyan szemléltető példa segítségével tárgyaljuk, amelyben – empirikus elemzésünk időintervallumával összhangban – tízéves periódusra ($t = 10$) számszerűsítettük különböző $[\alpha; (n + g + \delta), Y_0]$ paraméterkombinációk mellett az átlagos konvergenciasebességeket (F1. táblázat).

F1. táblázat

Az átlagos konvergenciasebességek $t = 10$ és különböző paraméterkombinációk esetén

		$(n + g + \delta)$							
		0,05	0,055	0,06	0,065	0,07	0,075	0,08	
$\alpha = 0,6$	Y_0	0,1	0,040	0,044	0,047	0,050	0,054	0,057	0,060
		0,2	0,033	0,036	0,039	0,042	0,044	0,047	0,050
		0,3	0,029	0,032	0,034	0,037	0,040	0,042	0,045
		0,4	0,026	0,029	0,032	0,034	0,037	0,039	0,042
		0,5	0,025	0,027	0,030	0,032	0,034	0,037	0,039
		0,6	0,023	0,026	0,028	0,030	0,033	0,035	0,037
		0,7	0,022	0,025	0,027	0,029	0,031	0,033	0,035
		0,8	0,021	0,024	0,026	0,028	0,030	0,032	0,034
		0,9	0,021	0,023	0,025	0,027	0,029	0,031	0,033
$\alpha = 0,66$	Y_0	0,1	0,029	0,031	0,034	0,036	0,039	0,041	0,044
		0,2	0,024	0,027	0,029	0,031	0,033	0,036	0,038
		0,3	0,022	0,024	0,026	0,029	0,031	0,033	0,035
		0,4	0,021	0,023	0,025	0,027	0,029	0,031	0,033
		0,5	0,020	0,021	0,023	0,025	0,027	0,029	0,031
		0,6	0,019	0,021	0,022	0,024	0,026	0,028	0,030
		0,7	0,018	0,020	0,022	0,024	0,025	0,027	0,029
		0,8	0,018	0,019	0,021	0,023	0,024	0,026	0,028
		0,9	0,017	0,019	0,020	0,022	0,024	0,026	0,027
$\alpha = 0,7$	Y_0	0,1	0,024	0,026	0,028	0,031	0,033	0,035	0,037
		0,2	0,021	0,023	0,025	0,027	0,029	0,031	0,033
		0,3	0,019	0,021	0,023	0,025	0,027	0,028	0,030
		0,4	0,018	0,020	0,022	0,023	0,025	0,027	0,029
		0,5	0,017	0,019	0,021	0,022	0,024	0,026	0,027
		0,6	0,017	0,018	0,020	0,022	0,023	0,025	0,026
		0,7	0,016	0,018	0,019	0,021	0,023	0,024	0,026
		0,8	0,016	0,017	0,019	0,020	0,022	0,023	0,025
		0,9	0,015	0,017	0,018	0,020	0,021	0,023	0,024

A számítás menete:

1. behelyettesítve t , α , $(n + g + \delta)$, illetve Y_0 megfelelő értékeit a (15) egyenletbe, megkapjuk az $Y_{t=10}$ értékét,

2. behelyettesítve az $Y_{t=10}$ és az Y_0 megfelelő értékeit a (13) összefüggésbe, reprodukálhatjuk az *F1. táblázat* eredményeit $t = 10$ feltétel mellett.

A Taylor-soros közelítéssel számolt, konstans konvergenciasebesség értékeit az egyes paraméterkombinációk esetén – a (4) formulára támaszkodva – az *F2. táblázat* tartalmazza.

F2. táblázat

Konvergenciasebesség a Taylor-soros formula alapján

α	$(n + g + \delta)$						
	0,05	0,055	0,06	0,065	0,07	0,075	0,08
0,6	0,02	0,022	0,024	0,026	0,028	0,03	0,032
0,66	0,017	0,019	0,02	0,022	0,024	0,026	0,027
0,7	0,015	0,017	0,018	0,02	0,021	0,023	0,024

Az *F1.* és *F2. táblázat* alapján két fontos megállapítást tehetünk. *Egyrészt*, a tőkének a jövedelmekből vett részesedését $\alpha \geq 0,66$ -nak véve, továbbá realiztikus maximális lemaradás mellett ($Y_0 \geq 0,3$), az adott [α ; $(n + g + \delta)$] kombinációhoz (például $2/3$; $0,06$) tartozó átlagos konvergenciasebességek közel állnak a Taylor-soros közelítéssel nyert megfelelő konstanshoz. Mivel α , illetve az $(n + g + \delta)$ középtávon állandónak tekinthető egy gazdaság szempontjából, ezért első megállapításunk azt tartalmazza, hogy egy gazdaság feltételes konvergenciájának sebességére vonatkozóan kvantitatív értelemben csak marginális változást jelent a relatív jövedelmi helyzet függvényében változó konvergenciasebesség fogalma a hagyományossal szemben (a Taylor-soros közelítéssel nyert konstanshoz képest).

Másrészt, a konvergencia valódi sebességének lehetséges intervalluma jelentősen meghaladja a Taylor-soros közelítéssel nyert konstans konvergenciasebesség lehetséges intervallumát. A táblázatok alapján utóbbinál a λ értéke $0,015$ és $0,032$ között alakul; $0,6 \leq \alpha \leq 0,7$ és $0,05 \leq (n + g + \delta) = 0,08$ paraméterek mellett. Ezzel szemben a jövedelmi helyzet függvényében változó konvergenciasebességnél az $\bar{\lambda}_{t=10}$ értéke $0,015$ és $0,06$ között szóródik. Amennyiben hosszabb időszakot vizsgálunk, az átlagos konvergenciasebesség szóródása csökken ugyan, de továbbra is érdemi eltérés alakulhat ki gazdaság és gazdaság között Y_0 -tól, α -tól és $(n + g + \delta)$ -tól függően. Mivel α , illetve az $(n + g + \delta)$ középtávon állandónak tekinthető egy gazdaság szempontjából, ezért második megállapításunk azt tartalmazza, hogy amennyiben a feltételes konvergencia sebességének lehetséges keresztmetszeti szóródását vizsgáljuk, akkor a változó konvergenciasebesség fogalma a Taylor-soros közelítéssel nyert konstanssal szemben kvantitatív értelemben is érdemi változást jelent. Minél homogénebbek azonban a vizsgált országok/régiók Y_0 , α és $(n + g + \delta)$ tekintetében, annál inkább hasonlóak a periódus alatti átlagos – és így a pillanatnyi – konvergenciasebességeik.